14469

REALE OFFICIO TOPOGRAFICO

n. 3545

VIII.° Armadio.

Scansia Lettera C.

N.° 36

NAZIONALE

B. Prov.

I

1386

T.I. EM. III

NAPOLI

à la Haye.
chez ARNOUT LEERS. 1683.
avec Privilege.

B. Prof.
I
1386-

AU ROI.

BIBLIOTECA PROVINCIALE DI NAPOLI

SIRE,

Peut-être que je viens un peu hors de saison, offrir à VOTRE MAJESTÉ ce Traité de l'Art de jetter les Bombes, dans un tems où Elle vient de donner la paix à l'Europe, & où il semble que la science de l'Artillerie ne doive plus être employée qu'à faire des feux de joye. J'espére néanmoins que mon ouvra-

ge ne lui ſera pas tout-à-fait déſagréable, & qu'Elle y verra avec quelque plaiſir les régles d'un Art dont Elle s'eſt ſi utilement ſervie dans ſes Conquêtes, & qui n'a pas été un des moindres inſtrumens de ſes Victoires. J'oſe me flater qu'Elle approuvera le deſſein que j'ai d'empêcher un Art ſi noble de périr, en le réduiſant aux Régles certaines de la Mathématique, & donnant moyen aux Eleves de s'y perfectionner. D'ailleurs, SIRE, c'eſt dans le tems de la paix, à bien parler, que l'on doit étudier le métier de la Guerre, & il ne faut pas attendre à en acquérir la connoiſſance, qu'on ſoit obligé de le mettre en pratique. C'eſt dequoi V. M. a donné

né Elle-même d'illuſtres preuves, lors-que dans le ſein de la Paix, au milieu du calme & du repos, Elle aguériſſoit, pour ainſi dire, ſes ſoldats par les fréquentes revûës qu'Elle leur faiſoit faire, & par les continuëls exercices où Elle les occupoit. Ainſi quand V. M. s'eſt miſe en Campagne, Elle a trouvé des troupes toutes dreſſées, & a été d'abord en état d'exécuter toutes ces grandes choſes qui ſont à peine croyables à ceux qui les ont vûës, & dont tout l'avenir parlera avec étonnement. C'eſt donc, SIRE, pour ſeconder, en ce que je puis, de ſi glorieux deſſeins, que je mets ce Traité au jour. Heureux! s'il peut être en effet utile à V. M. &

M. & ſi Elle a la bonté de le recevoir comme un témoignage de la reconoiſſance que je lui dois pour les graces dont Elle m'a comblé. Je ſuis

SIRE

DE VÔTRE MAJESTÉ,

Le tres-humble, tres-obéiſſant
& tres-fidéle ſujet & ſerviteur

BLONDEL.

L'IM-

L'IMPRIMEUR
AU
LECTEUR.

CE fut en l'année 1675. que l'Auteur de ce Livre en préſenta le manuſcrit au Roi qui le reçût d'une maniére la plus obligeante du monde. Et comme ſa Majeſté avoit alors à ſoûtenir la guerre contre les nations les plus puiſſantes de l'Europe qui s'étoient liguées contre la France ; elle ne jugea pas à propos que la doctrine qui eſt expliquée dans cét Ouvrage, devint publique dans un tems où ſes ennemis auroient pû s'en prévaloir contre Elle. Ce Livre eut alors le même ſort que celui de la Nouvelle maniére de Fortifier les Places, que l'Auteur avoit preſentée deux ans auparavant à S. M. Et c'eſt ſeulement après avoir donné la paix à ſes ennemis, qu'elle a voulu que l'Auteur fit imprimer ces deux Ouvrages avec ceux de Mathématique qu'il avoit enſeignés à MONSEIGNEUR LE DAUPHIN, *voulant par ce moïen que le public pût profiter de ce qui s'eſt fait pour l'inſtruction de ce Prince.*

Au reſte il y a quatre parties dans ce Livre :

la

la premiére eſt une eſpéce de rélation hiſtorique de ce qui s'eſt fait & écrit ſur le ſujet des Bombes & des portées du Canon juſqu'à nous : la ſeconde enſeigne diverſes pratiques ſur le même ſujet & particuliérement pour le jet des Bombes en toutes ſortes de poſition du mortier tant par les Sinus que par les Inſtrumens, par les Tables, par le Compas de proportion, &c. La troiſiéme eſt de pure Theorie qui démontre à fond tout ce qui s'eſt dit ſur cette doctrine & ce qui s'eſt propoſé dans les pratiques : la quatriéme réſout les objections que l'on peut faire tant contre la Théorie que contre les pratiques, dont elle confirme la doctrine par les expériences.

L'ART

L'ART DE JETTER LES BOMBES

Et de connoitre l'étendue des coups de volée d'un Canon en toutes sortes d'Elevations.

PREMIERE PARTIE.

Opinions fausses du Jet des Bombes avant Galilée.

LIVRE PREMIER,

De l'Origine & de l'Usage des Bombes.

CHAPITRE PREMIER.

Origine des Bombes.

L'Usage des Bombes & des Grenades n'est pas fort ancien : Et quoi que l'on ait quelque exemple dans l'Histoire de certains vazes de feu que l'on lançoit avec des machines

LIV. I. CHAP I. Origine des Bombes.

LIV. I. CHAP I. Origine des Bombes.

les Villes des Ennemis ; il eſt conſtant que c'étoit toute autre choſe que nos Bombes que l'on charge de Poudre à Canon, dont on n'avoit alors aucune conoiſſance.

Les premieres que l'on a veuës ont été jettées dans la Ville de Wachtendonch en Gueldres que le Comte de Mansfeld aſſiegeoit ſous le Prince de Parme en l'année 1588. où ces Bombes ayant en peu de temps ruiné tous les logemens, elles étonnerent tellement ceux de la Place qu'ils furent contraints de ſe rendre.

L'on dit qu'un Habitant de Venlo dans la même Province les avoit inventées quelque temps auparavant, pour s'en ſervir ſeulement aux feux d'artifice de plaiſir : Et que pour divertir le Duc de Cleves, qui ſe trouvoit alors à Venlo, il en avoit jetté pluſieurs en ſa preſence, dont l'une par malheur tombant dans une des maiſons, elle y avoit allumé un embrazement ſi horrible, que la meilleure partie de cette pauvre Ville en avoit été conſumée, ſans que l'on pût y apporter aucun remede. Il

Il y a des Hiſtoriens Hollandois qui rapportent, que peu de mois avant ce malheur, un Ingenieur Italien avoit fait quelques experiences ſemblables à Bergopſon, pretendant rendre l'uſage de ſes bombes facile & utile pour la Guerre; mais qu'il s'étoit miſerablement brûlé lui-même, mettant le feu par hazard à la compoſition qu'il faiſoit pour ce ſujet. LIV. I. CHAP I. Origine des Bombes.

Quoy qu'il en ſoit, il eſt tres-veritable que l'on n'avoit rien veu de pareil en ce temps-la : Bien que l'uſage des mortiers ſoit peut-être autant ancien que celui des Canons mêmes, puiſque nous en voyons de fer & de fonte d'une fort ancienne ſtructure, & que nous ſçavons que l'on s'en eſt fort ſervi dans les Guerres d'Italie au commencement du ſiecle paſſé, à jetter des pierres & des balles de Canon ardentes pour mettre le feu dans les Villes.

Il y a même le deſſein d'un mortier qui lance un boulet enflammé parmi diverſes autres pieces d'artillerie, qui ſont figurées dans le frontiſpice du Li-

vre de *Nicolo Tartaglia* Mathematicien de Breſſe en Italie, imprimé en l'année 1538.

CHAPITRE II.

Premier uſage des Bombes en France par Maltus.

LIV. I. CHAP II. Premier uſage des Bombes en France par Maltus

LEs Eſpagnols & les Hollandois ſe ſont ſervi de Bombes & de Grenades dans les longues Guerres qu'ils ont eües enſemble : Mais c'eſt ſeulement en l'année 1634. au premier ſiege de la Motte, que nous en avons veu dans nos armées. Il n'eſt pas vray que l'on en ait jetté pendant le ſiege de la Rochelle, comme *Caſimir Siemienouski* Polonois l'a dit dans ſon Livre du grand Art de l'Artillerie. Le feu Roy avoit fait venir d'Hollande le ſieur Maltus Ingenieur Anglois pour cet effet ; Et nous l'avons veu en pluſieurs ſieges ſervir principalement aux batteries des Bombes avec beaucoup de ſuccés. A Colioure en l'année 1642., il en jetta une qui creva la Ciſterne & obligea les aſſiegez à ſe ren-

rendre plûtôt qu'ils n'auroient fait ſans cet accident.

LIV. I. CHAP II. Premier uſage des Bombes en France par Maltus

Il n'avoit point dans les commencemens toute l'experience qu'il a acquiſe dans la ſuite. Au premier ſiege de Landreci en l'année 1637., ſa batterie étoit dans une redoute à l'attaque de Monſieur le Cardinal de la Valette ; Et l'on venoit ſe plaindre à tous momens que les Bombes qu'il penſoit jetter dans la Place, paſſoient par deſſus & alloient tuer du monde dans la trenchée aux attaques de Monſieur de Candale & de Monſieur de la Meilleraye qui étoient aux autres côtés de la Ville.

Il lui arriva même un aſſés grand malheur pendant ce ſiege. La curioſité ayant amené dans ſa batterie pluſieurs Officiers Generaux de l'armée, il tira quelques Bombes en leur preſence ; mais enfin ayant mis le feu à la fuſée d'une Bombe chargée, comme il voulut le mettre à l'amorce de la lumiere du mortier, ſa meche ſe trouva éteinte ; il en prit l'épouvante & criant, ſauve qui peut, il ſauta le premier par deſſus le

LIV. I. CHAP II. Premier usage des Bombes en France par Maltus

parapet de la redoute : chacun en voulut faire de même, mais la foule & le desordre furent si grands, que la Bombe crevant dans le mortier & le mettant en mille morceaux, elle tua ou estropia beaucoup de gens.

Cet Ingenieur fut tué au dernier siege de Gravelines par un malheur tout à fait extraordinaire. Il avoit remarqué un poste prés de la Contr'escarpe des Ennemis où il avoit dessein de pousser son travail à l'entrée de la nuit, & voulant le faire voir à l'Officier General, il fit un saut dans la tranchée pour en reconnoître la situation ; l'Officier en fit un aprés luy & n'ayant pas assés bien reconu l'endroit, il pria Maltus de sauter encore une fois pour le lui faire mieux remarquer : Maltus le fit & receut en l'air un coup de mousquet dans la tête. Ce qui fit dire par une espece de raillerie, qu'il avoit été tiré en volant.

Toute sa science êtoit purement d'experience. Il n'avoit aucune connoissance des Mathematiques, ni d'aucune autre science qui pût lui faire sçavoir

voir la nature du mouvement des Bombes, & de la ligne courbe qu'elles décrivent dans l'air par leur passage, ou de la difference de leurs portées suivant les differences de leurs élevations. Il ne pointa jamais son mortier que par hazard & en tatonnant, ou pour mieux dire par l'estime qu'il faisoit de l'éloignement du lieu où il vouloit jetter la Bombe, suivant lequel il lui donnoit plus ou moins d'élevation ; prenant garde si les premiers coups étoient justes ou non, afin de baisser son mortier, si sa portée étoit courte ; ou le hausser, si elle alloit au dela de son but ; se servant à cet effet d'une esquerre dont il faisoit parade ; & dont je parleray amplement cy-aprés.

LIV. I. CHAP II. Premier usage des Bombes en France par Maltus

CHAPITRE III.

CHAP III.

Il y a des regles certaines pour les Jets des Bombes inconuës aux Bombardiers.

LA plus grande partie des Officiers, qui servent presentement aux batteries des Bombes, sont des Elevés de Maltus; & je n'en ay encore veu aucun,

LIV. I. CHAP. III. Il y a des regles certaines pour le Jet des Bombes inconnües aux Bombardiers.

qui eut autre conoissance de cet art que de l'experience de pratique. Ceux qui en ont écrit parmi nous & Maltus luy-même, n'en disent point d'avantage. Ils veulent que l'on sçache à peu prés, par la pratique, l'élevation que l'on doit donner au mortier pour le faire porter à la distance que l'on souhaite; Et que l'on ait le soin d'augmenter ou de diminuer cette élevation à proportion que la Bombe se trouve plus ou moins élognée ou en deça ou en dela du but.

Mais comme il a des regles certaines & demonstratives, fondées sur la Geometrie & sur la conoissance que l'on a acquise de la nature du mouvement des corps jettez, & de la ligne courbe qu'ils décrivent par leur passage en l'air; par le moyen desquelles on peut raisonner autant juste que l'on le peut humainement sur la differente étenduë des portées, non seulement des Bombes mais du Canon même en toutes sortes d'Elevation: & comme on a sur ce fondement inventé des instrumens qui peuvent donner des facilités extraordinaires à l'art de jetter les Bombes. J'ay

J'ay crû que je ferois service au public si j'approfondissois cette matiere, recherchant avec soin ce qui en a été dit par les Auteurs, & faisant remarquer ce qu'il y a de faux dans le raisonnement des uns, & ce que l'on peut recevoir pour assûré dans les pratiques des autres. LIV. I. CHAP III. Il y a des regles certaines pour le jet des Bombes inconües aux Bombardiers.

Il y a peu de matiere physique sur laquelle on ait écrit plus de volumes que sur la nature du mouvement des corps & dont pourtant on ait eu moins de conoissance par le passé. Tous les Philosophes anciens ont fort bien sçû que les mouvemens des corps qui tombent, & qu'ils ont appellé le mouvement naturel, s'augmentent incessament à mesure qu'ils s'élognent du commencement de leur cheute : mais personne n'a sçû dire par quelle proportion se fait cette augmentation de viteſſe. Ils ont bien conu que les corps jettez en l'air, par un mouvement qu'ils ont appellé violent, y décrivent en passant une ligne courbe ; mais il n'ont jamais dit de quelle nature est cette ligne, & quelles en sont les proprietés.

CHAPITRE IV.

Sentiment de Tartaglia sur le jet des Bombes.

LIV. I. CHAP IV. Sentiment de Tartaglia sur le jet des Bombes.

NICOLO TARTAGLIA, Mathematicien de la Ville de Breſſe dans l'Etat des Venitiens, duquel nous avons parlé cy-devant, & qui vivoit au commencement du ſiecle paſſé, eſt le premier qui a recherché l'un & l'autre, & qui en a voulu faire l'application au mouvement des boulets tirés par le Canon ou par le mortier.

Mais comme il a établi certains principes de phyſique, qui ne ſont pas veritables; il ne faut pas s'étonner que ſes concluſions ſoient élognées du veritable genie de la nature. Il a crû qu'il n'y pouvoit avoir de mouvement qui fût compoſé du naturel & du violent; ce qui lui a fait dire que la ligne courbe qu'un boulet, ſortant d'un mortier ou d'une piece d'Artillerie, décrit en paſſant dans l'air, ſe faiſoit en partie par le mouvement violent dont la force va toûjours en diminuant, & en partie par le mouvement naturel qui augmente in-

inceſſamment de viteſſe à meſure qu'il s'élogne de ſon principe. Ce qui eſt faux dans la ligne que décrivent les Corps jettés dans laquelle ils diminuent inceſſamment de viteſſe. LIV. I. CHAP. IV. Sentiment de Tartaglia ſur le jet des Bombes.

Il avoit beaucoup medité ſur ce ſujet; & dans le titre du livre que nous avons de lui intitulé *de la ſcience Nouvelle*, il promet de donner l'ordre & la proportion avec laquelle les portées des coups de Canon ou de mortier s'augmentent ou diminuent ſuivant la differente élevation de la piece, & le moyen de calculer toutes les differentes étenduës des mêmes portées ſur la conoiſſance d'un ſeul coup tiré & meſuré. Il eſt vray que dans la ſuite de ſon diſcours il dit que, cette ſcience pouvant contribuer à la ruine & à la perte des hommes, il avoit reſolu de la ſupprimer, ſe reſervant neanmoins la faculté de l'enſeigner de vive voix à ceux qui s'en voudroient ſervir contre les Infideles.

Il a cependant produit pluſieurs choſes nouvelles pour la guerre; & nous pouvons dire en paſſant que c'eſt lui qui

LIV. I. CHAP IV. Sentiment de Tartaglia sur le jet des Bombes.

s'est avisé le premier d'arondir les flancs de ses Bastions en dedans de leur demi gorge; dont je voy que l'on a renouvellé l'usage depuis peu parmi nous: Quoi que les raisons *de Tartaglia* soient bien differentes des nostres.

Les Courtines étoient extremement longues de son temps, & les Bastions tres-petits. L'attaque se faisoit alors le plus souvent au milieu de la courtine: ainsi il étoit bon de disposer le flanc de cette forme, afin que ces pieces pûssent non seulement les flanquer, mais tirer même dans le dos des breches que l'on y auroit faites: à quoy les flancs arondis en dedans font un merveilleux effet, contenant plus de pieces tournées vers la Courtine que les flancs en ligne droite.

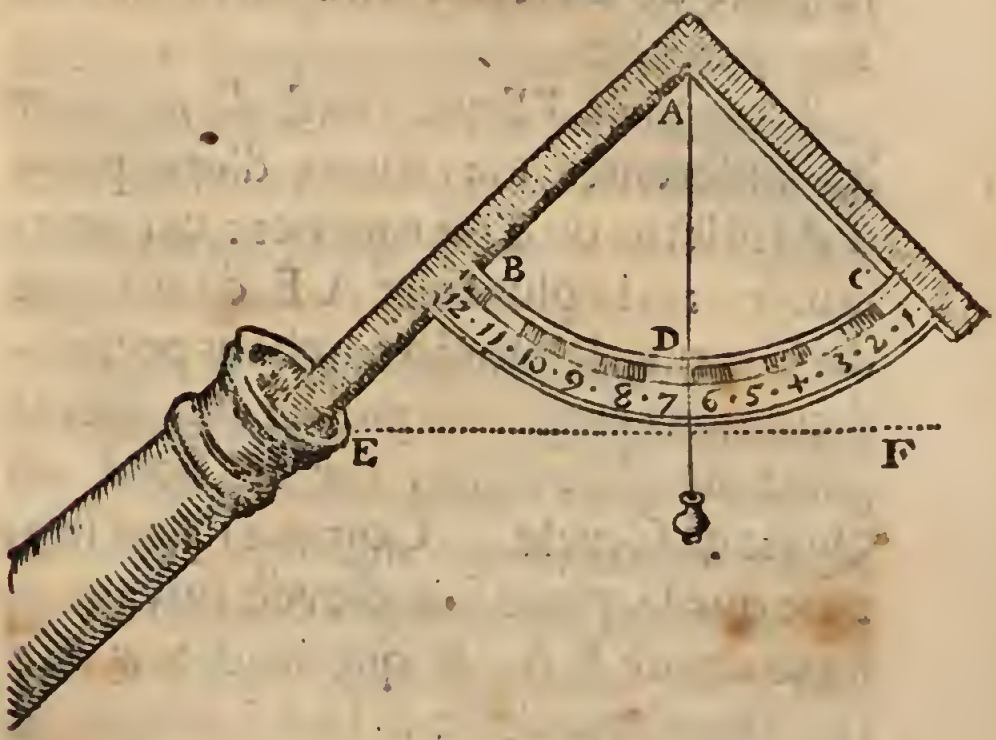
Mais à present que les attaques se font aux faces des Bastions, il me semble que le Canon des flancs doit être principalement tourné de leur côté, & que ceux qui ne voient que la courtine ne sont pas de grand usage: Auquel cas il est faux de dire qu'un flanc arondi contienne plus de Canons voyans la face oppo-

oppoſée, qu'un flanc droit ; Et cet uſage à mon ſens, ne ſert qu'à ôter du terrain dans la gorge du Baſtion en la reſſerrant, à diminuer la défence en l'allongeant, & à augmenter inutilement la dépence. LIV. I. CHAP. IV. Sentiment de Tartaglia ſur le jet des Bombes.

CHAPITRE V.

Equerre des Canoniers inventée par Tartaglia.

C'Eſt encore le même *Tartaglia* qui eſt l'Inventeur de l'Equerre des Canoniers dont voici la figure. CHAP. V.



Elle a deux bras attachez à angles droits,

LIV. I. CHAP V. Equerre des Canoniers inventée par Tartaglia.

dont l'un eſt plus long que l'autre, afin de pouvoir entrer dans l'ame de la piece que l'on veut pointer. Les bras ſont enfermés d'un quart de Cercle, dont le centre eſt au point où ils ſont joints, & où il a un filet attaché avec un plomb. Le quart de Cercle eſt diviſé en 12. parties égales à commencer du côté du plus petit bras: ces parties s'appellent des *points*, & chaque point eſt encore diviſé en 12. autres particules que l'on appelle des minutes: & par ce moyen le quart de Cercle entier eſt diviſé en 144. parcelles.

L'uſage de l'Equerre eſt de meſurer les differentes élevations d'une piece d'Artillerie ou d'un mortier: car mettant le bras le plus long A E. dans l'ame du Canon, le plomb tombant perpendiculairement, marque par ſon filet le point de l'élevation ſur le bord du Quart de Cercle. Comme ſi l'on ſuppoſe que la piece ſoit élevée ſuivant la ligne droite E A, & que la droite E F ſoit mené parallele à l'horizon; il eſt aiſé de démontrer que l'angle de l'Evation,

tion F E A, eſt égal à l'angle C A D qui eſt marqué par le nombre des points compris entre le bras C de l'Equerre & le filet A D. LIV. I. CHAP V. Equerre des Canoniers inventée par Tartaglia.

Il y a apparence que *Tartaglia* a crû que les differentes étenduës des coups de Canon ou de mortier ſuivant leurs differentes élevations, croiſſoient ou decroiſſoient à proportion des points de ſon Equerre; C'eſt à dire qu'un coup d'une piece pointée au quatriéme point alloit quatre fois plus loin, que lors qu'elle étoit pointée au premier point; & deux fois plus loin que lors qu'elle étoit ſeulement élevée au deuxiéme. Car je ne voy pas que la diviſion de cet inſtrument puiſſe être d'aucun autre uſage.

Mais il a été bien trompé s'il a été perſuadé que les portées d'une piece s'augmentoient ou diminuoient ſuivant cet ordre, puiſque nous ſçavons par la raiſon & par l'experience, qu'elles ſuivent une proportion infiniment éloignée de celle-la.

CHA-

LIV. I. CHAP VI. Autres découvertes de Tartaglia.

CHAPITRE VI.

Autres découvertes de Tartaglia.

IL eſt neanmoins le premier qui ſe ſoit apperceu, qu'il étoit abſolument impoſſible qu'il y eut aucun endroit dans toute l'étendüe de la ligne, que le boulet ou la bombe décrit par ſon paſſage dans l'air, fut en ligne droite, & qu'il faloit neceſſairement que cette ligne fut courbe en toutes ſes parties.

C'eſt le même qui a dit le premier que les coups tirés à l'élevation du ſixieme point de ſon Equerre qui répond à l'angle de 45 degrez, étoient ceux dont la portée étoit de plus grande étendüe, & qu'ils alloient plus loin non ſeulement que les coups tirés lors que la piece étoit moins élevée comme au quatriême ou au cinquiéme point, mais que ceux même qui partoient d'une élevation au deſſus comme au ſeptiéme ou huitiéme point & même plus haut.

Il dit que les Canoniers de ſon temps étoient perſuadez que les coups tirés à deux

deux points au dessous du sixiéme, étoient plus grands que ceux du sixiéme; mais qu'ils en avoient été desabusés par sa doctrine & par l'experience, aprés une gageure faite à Verone en l'année 1532, où l'on tira deux coups d'une Coulevrine de vingt livres chargée également de poudre & de balle, l'un sur l élevation du sixiéme point, & l'autre sur celle de deux points au dessous.

LIV. I. CHAP VI. Autres decouvertes de Tartaglia.

Il avouë qu'il n'étoit pas present à l'experience & que ce qu'il dit de l'étenduë de chaque coup, n'est que sur le raport des autres, qui lui firent entendre que le premier coup au sixiéme point avoit porté à la longueur de 1972 perches Veroneses qui sont à peu prés égales à nos toises, & l'autre coup au deuxiéme point au dessous du sixiéme, à la longueur de 1872.

Surquoy il fait cette reflexion, qu'il faut dans la supputation de ces deux nombres, qu'il y soit arrivé de trois choses l'une; ou que l'on n'ait pas mesuré exactement l'étenduë de ces deux coups; ou que l'on ne la lui ait pas rapportée deux

LIV. I. CHAP VI. Autres de converte de Tartaglia.

au juſte ; ou que la piece au ſecond coup ait été plus chargée ou de meilleure poudre qu'au premier : parce, dit-il, que la raiſon lui fait conoitre que la portée du ſecond coup ne devoit pas être ſi grande à proportion du premier. S'il avoit marqué de combien elle devoit être moindre, nous pourrions tirer quelque conoiſſance de ſes ſentimens ; Mais il ne dit rien de plus.

Ce qu'il dit neanmoins que le ſecond coup ne devoit pas être ſi grand, eſt veritable ; car l'angle droit de l'Equerre étant partagé en 12. parties égales, chaque point contient $7\frac{1}{2}$. deg., & partant l'élevation à deux points au deſſous du ſixiéme eſt à 15. deg. ſous le demy droit, c'eſt à dire à 30. deg. ; ſuivant laquelle la portée ne devoit être au vrai que de 1710. perches, ſi celle de 45. deg avoit été de 1972.

Cette difference ſi notable me fait conjecturer qu'il y a faute au texte de l'Auteur, & qu'au lieu de deux points au deſſous du ſixiême, il faut lire un point au deſſous du ſixiéme ; Car la por-

portée du second coup de 1872 perches supposé que celle du premier coup à l'élevation de 45. degrés fut de 1972. demande l'élevation de prés de 36. deg. qui n'est pas élognée de celle du cinquiéme point de l'Equerre, qui est un point au dessous du sixiéme.

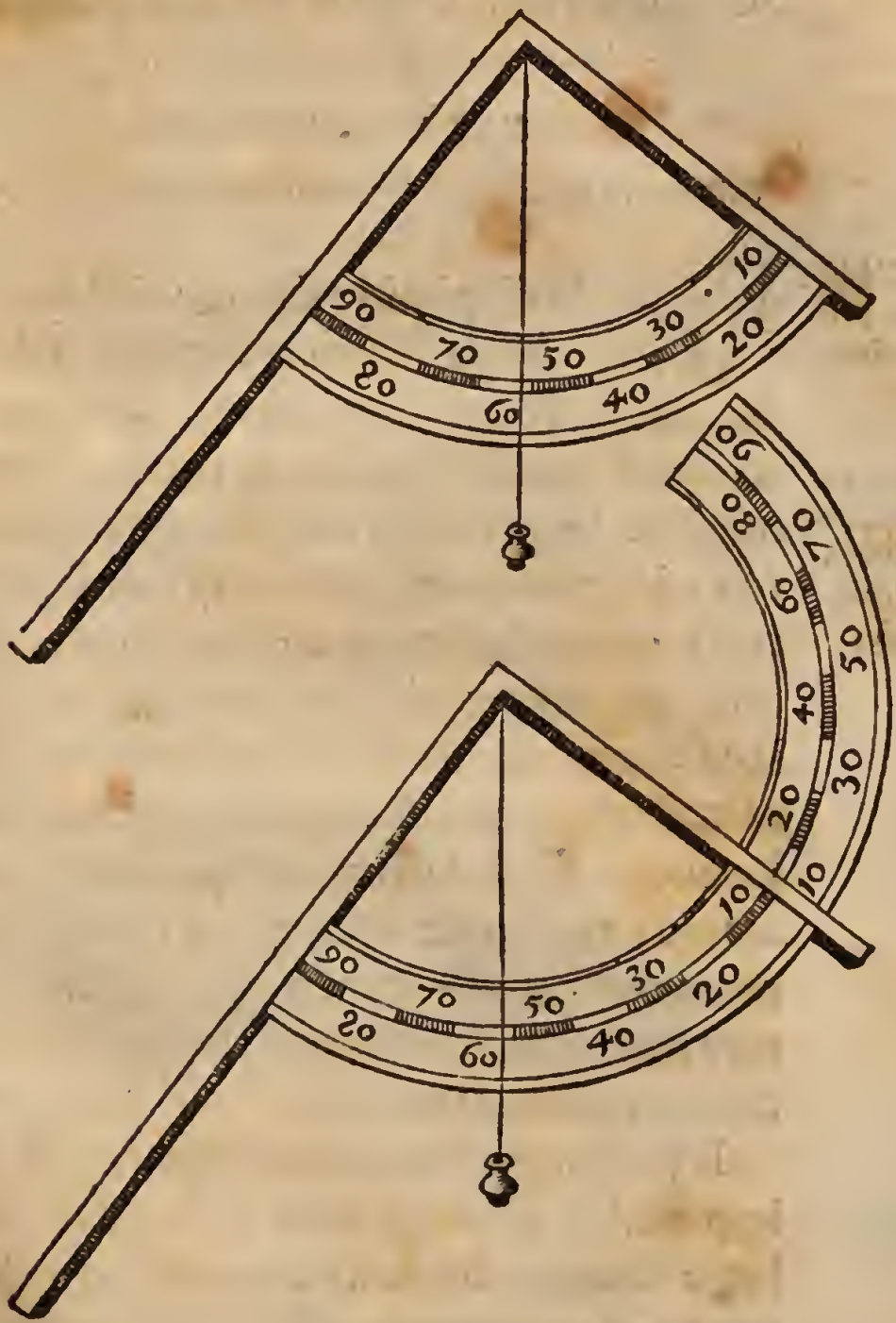
Supposant donc, ce qui est tres veritable, que les differentes étenduës des coups de volée ne suivent point du tout la proportion des points de l'Equerre de *Tartaglia*; il paroît que pour s'en servir avec quelque utilité, il faudroit que le Canonier éprouvât sa piece élevée à tous les points & même à toutes les minutes de son Equerre, & qu'ayant exactement mesuré toutes les portées, il se souvint precisement de chacune pour s'en servir quand il auroit besoin de la faire chasser à une distance égale. Deplus il faudroit qu'il se souvint de donner toûjours la même charge & la même poudre à sa piece; autrement ses experiences seroient inutiles. Et ce qui est de plus incomode, c'est qu'elles ne lui pourroient servir en aucune maniere pour

LIV. I. CHAP VI. Autres découvertes de Tartaglia.

pour les coups tirés d'une autre piece ; ſur laquelle il faudroit qu'il fit de nouvelles épreuves. De ſorte que comme il eſt moralement impoſſible de faire un art ſur la diſpoſition de tant & de ſi differentes experiences, & dont il eſt même tres-difficile de ſe ſouvenir; Il paroit que cet inſtrument ne ſert à proprement parler qu'à faire parade d'une fauſſe capacité.

L'utilité que les plus habiles d'entr'eux ont accoutumé d'en tirer, eſt de remarquer au juſte l'élevation des premiers coups, qu'ils tirent, comme j'ay dit, ſur l'eſtime de la diſtance & ſur la connoiſſance qu'ils ont à peu prés par la pratique de la portée de leur piece ou de leur mortier. Auquel cas l'Equerre ordinairement diviſée par degrez eſt bien plus univerſelle & peut ſervir à beaucoup d'autres uſages. Elle eſt, comme celle de *Tartaglia* compoſée de deux bras inégaux à angles droits, dont le plus grand ſert à mettre dans la piece, ou dans le Mortier. Le quart de Cercle eſt diviſé en 90. degrez à commencer du bras le plus court, & le plomb eſt attaché par un filet au cen-

centre. Quelques uns font passer l'arc de cercle au dela du plus petit bras, afin de



s'en servir pour les coups pointés au dessous du rés de chaussée.

LIV. II.

LIVRE SECOND.

Sentimens des Auteurs modernes sur la nature du jet des Bombes.

CHAPITRE PREMIER.

Sentiment de Diego Ufano sur les coups de volée.

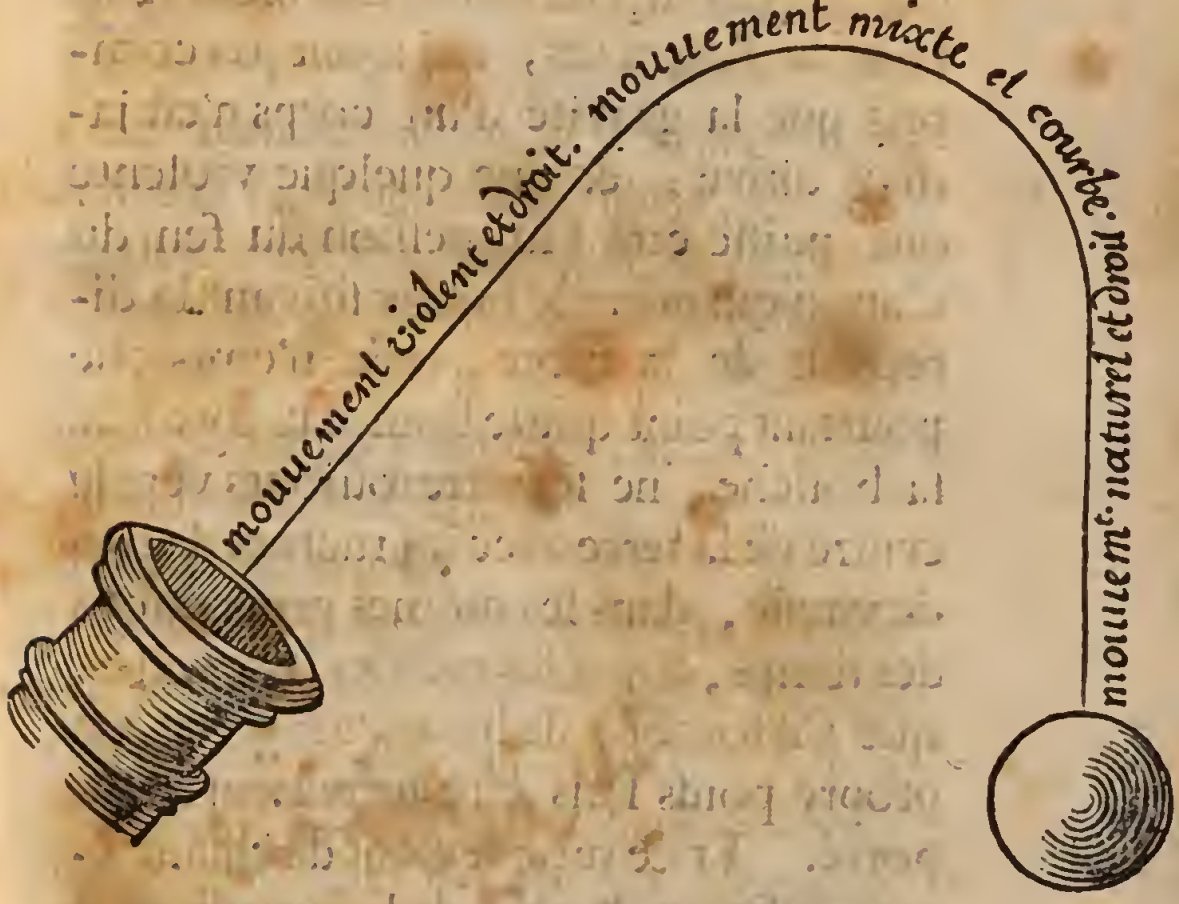
CHAP. I. Sentiment de Diego Ufano sur les coups de volée.

UN Capitaine Espagnol appellé *Diego Ufano* qui avoit long temps servi dans l'Artillerie aux guerres de Flandre, & particulierement au siege d'Ostende fit, en l'année 1611. imprimer un livre rempli de beaucoup de doctrine sur ce sujet, dans lequel entr'autres observations curieuses, il enseigne une maniere particuliere de calculer les portées des coups de volée: Laquelle est à la verité subtile & ingenieuse; mais elle n'est point veritable, parce que cet officier n'a pas conû la nature de la ligne courbe que le boulet décrit en passant dans l'air.

Il y distingue trois mouvemens, dont le premier qu'il appelle violent est en ligne droite, le second qu'il appelle mixte est en ligne courbe, & le troisiéme

me qu'il appelle mouvement pur ou naturel est aussi en ligne droite. C'est à dire qu'il conçoit que la force de la poudre communique au boulet un mouvement qui le porte en ligne droite suivant la direction de la piece tant que cette force est assez grande ; mais lors que se rallentissant elle vient à être égallée par la pesan-

LIV. II. CHAP. I. Sentiment de Diego Ufano sur les coups de volée.



teur du boulet, la direction de la ligne se chan-

LIV. II. CHAP. I. Sentiment de Diego Ufano sur les coups de volée.

change, & elle devient courbe par le mélange des deux impressions: Et cette courbe devient droite & perpendiculaire lors que la pesanteur, ayant entierement surmonté & même effacé la force imprimée par le feu, elle se trouve en liberté de porter le boulet en ligne droite vers le centre de la terre.

Ce sentiment lui est commun avec la plûpart des Ingenieurs & Canoniers Italiens & Allemans, qui n'ont pas compris que la gravité d'un corps n'est jamais oisive; & que quelque violente que puisse être l'impression du feu du Canon qui porte le boulet suivant la direction de la piece, elle n'empêche pourtant point que le boulet au sortir de sa bouche, ne se porte toûjours vers le centre de la terre avec les mêmes degrés de viteſſe, dans les mêmes proportions des temps, & par les mêmes intervalles, que s'il tomboit de lui-même ou de son propre poids sans être autrement transporté. Et ce mouvement de cheute étant different de celui de l'impression, il altere neceſſairement la ligne de la direction

rection du boulet, laquelle par ce moien ne peut jamais être droite comme ils le prétendent. Mais cette matiére sera ci-après expliquée plus particuliérement.

LIV. II. CHAP. II. Découvertes du même Ufano.

CHAPITRE II.

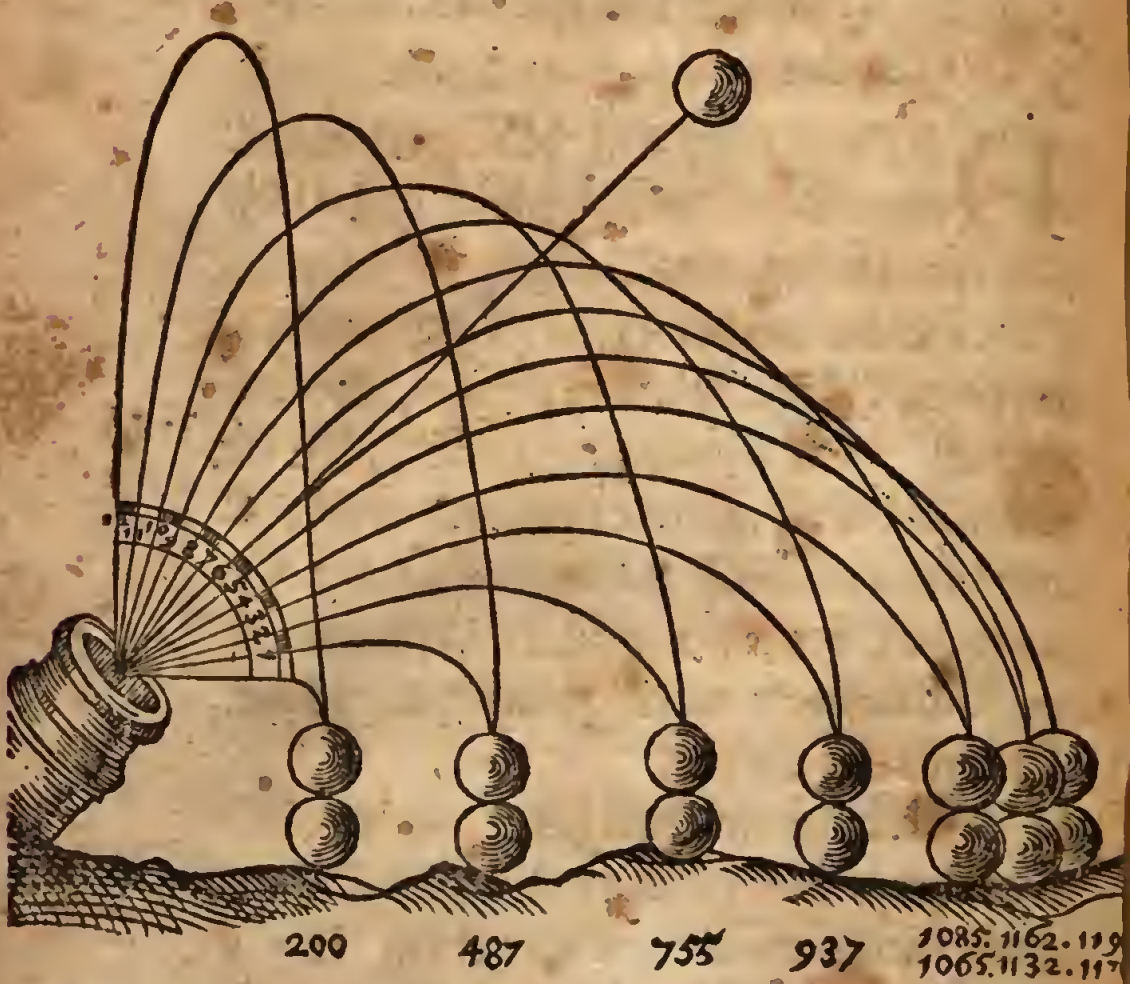
Découvertes du même Ufano.

DIEGO UFANO est néanmoins un des premiers qui aient sçû que les portées des coups tirés sous l'élévation des points de l'Equerre également éloignez du sixiéme, étoient égales. C'est-à-dire qu'une piéce de Canon ou un mortier pointé au septiéme point chassoit justement autant que lors-qu'il étoit pointé au cinquiéme, & au huitiéme autant qu'au quatriéme. Et ainsi des autres.

Voici une de ses figures où les chiffres des portées sont tirés de ses Tables dont nous parlerons ci-après. Il y a des fautes considérables dans ceux de la figure de son livre que j'ai corrigées dans celle-ci, où j'ai mis les portées à peu près dans la distance qu'elles doi-

LIV. II. CHAP. II. Découvertes du même Ufano.

vent être à proportion des nombres qui leur répondent ; ce qui n'eſt pas dans celle de l'Auteur où les portées ſont éloignées également l'une de l'autre. Sa plus grande portée au ſixiéme point n'eſt marquée que de 1170 pas, au



Tombent de la main.

cinquiéme de 1132, & au quatriéme de 1065 ; au lieu deſquels nombres j'ai mis 1190 pas pour le ſixiéme point, 1162 pour le cinquiéme, & 1085 pour le

le quatriéme. Je dirai les raiſons de ce changement lors-que j'aurai expliqué la métode générale qu'il enſeigne pour calculer les portées.

LIV. II. CHAP. II. Découvertes du même Ufano.

TABLE D'UFANO.

dégrez.	portées.	
0	200 pas.	
1	244	44
2	287	43
3	329	42
4	370	41
5	410	40
6	449	39
7	487	38
8	524	37
9	560	36
10	595	35
11	629	34
12	662	33
13	694	32
14	725	31
15	755	30
16	784	29
17	812	28
18	839	27
19	865	26
20	890	25

dégrez.	portées.	
21	914	24
22	937	23
23	959	22
24	980	21
25	1000	20
26	1019	19
27	1037	18
28	1044 *	17
29	1056 *	16
30	1065 *	15
31	1079 *	14
32	1082	13
33	1094	12
34	1105	11
35	1115	10
36	1124	9
37	1132	8
38	1149	7
39	1155	6
40	1160	5
41	1164	4
42	1167	3
43	1169	2
44	1170	1
45	1171	1

Outre les nombres qu'il donne pour les coups élevés aux points de l'Equer-

LIV. II. CHAP. II. Découvertes du même Ufano.

re de *Tartaglia*, il donne une suite entiére pour les élévations à chaque dégré, dans laquelle supposant, comme il a fait dans sa figure, que la portée du coup de point en blanc, qu'il appelle le point de l'ame, soit de 200 pas à $2\frac{1}{2}$ piés pour pas; il dit qu'à l'élévation d'un dégré elle sera de 244 pas; à celle de 2 dégrés de 287. &c. ce que j'ai réduit en cette table; dans laquelle il paroît, comme j'ai dit, qu'il a pris les nombres qui sont dans sa figure. Car le prémier est en l'un & en l'autre pour le coup de point en blanc; le second au prémier point de l'Equerre, qui est élevé à $7\frac{1}{2}$ dégrés répond seulement au 7 dég. de la table; le troisiéme au second point répond, comme il faut, au 15 dégré; le quatriéme sur le troisiéme point qui est élevé à $22\frac{1}{2}$ dég., répond au 22; le cinquiéme sur le quatriéme point, répond aussi, comme il faut, à 30 dég.; le sixiéme sur le cinquiéme point élevé à $37\frac{1}{2}$ dégré, répond à 37; & le dernier sur le sixiéme point élevé à 45 dég. répond à 44 deg.

Cet-

Cette table a des défauts. Le premier eſt que donnant une aſſés grande étenduë à la portée de point en blanc, il en donne autant à celle du douziéme point de l'Equerre, c'eſt à dire lors-que la piéce eſt pointée perpendiculairement; ce qui eſt impoſſible. Car quoi que l'étenduë de point en blanc puiſſe être aucunement conſidérable, tant parce que la piéce eſt ordinairement quelques piés au deſſus du rez de chauſſée, qu'à cauſe que la poudre éleve le boulet au dedans de l'ame du Canon, & fait que ſortant de la bouche il eſt naturellement porté en haut, comme nous l'expliquerons mieux ciaprès; l'on ne peut pas dire néanmoins que le boulet d'une piéce pointée à plomb puiſſe monter autrement qu'à plomb & deſcendre par un autre chemin que celui par lequel il eſt monté.

LIV. II. CHAP. II. Découvertes du même Uſage.

L'autre défaut eſt que les nombres ne ſe ſuivent pas par tout avec proportion, & particuliérement depuis le nombre qui répond au 29. dég. car dans tous les chiffres de la table il pa-

LIV. II. CHAP. II. Découvertes du même Ufano.

roit que leurs differences diminuent également & qu'ils ſont moins éloignés l'un de l'autre à meſure qu'ils répondent à plus grand nombre de dégrez ; cependant la différence des deux nombres 1037 & 1044 qui répondent à 27 & 28 dég. n'eſt que 7 ; celle des nombres 1044 & 1050 répondans à 28 & 29 dég. n'eſt que 6 ; qui ſont l'une & l'autre beaucoup moindres que la différence des deux nombres ſuivans 1050 & 1065 répondans à 29 & à 30 dég. qui eſt 15.

Un autre défaut eſt qu'il ne donne rien pour l'étenduë de la plus grande élévation de 45 dég. ; il dit ſeulement qu'elle doit être d'un pas plus grande que celle de 44 dég. ; & comme la différence des portées à l'élévation de 43 & 44 dégrés n'eſt auſſi que d'un pas, il s'enſuit que ces différences ſont égales, c'eſt à dire hors de la proportion de toutes les autres.

Tout ceci me fait préſumer que ni les nombres de cette table ni la régle qui les a produits, ne ſont point de l'invention de cet Auteur ; & qu'il peut

peut être que lui ayant été communiquez d'ailleurs, il les a transcrits sans les bien entendre & avec assez de désordre ; ce qui se conoîtra encore mieux dans la suite. LIV. II. CHAP. II. Découvertes du même Ufano.

CHAPITRE III.

Pratique d'Ufano examinée.

VOici cependant cette régle ou pratique, que j'appelle fort ingénieuse, & qu'il nous donne pour calculer l'étenduë de tous les coups de volée en toutes sortes d'élévation. Il fait prémiérement l'épreuve de sa piéce à l'élévation d'un dégré, qu'il appelle à raz de métail, dont il mesure l'étenduë. Il en divise le nombre des mesures par 50 & multiplie le quotient par 11 ; le produit est ce qu'il nomme la *totale progression*, laquelle il faut ajoûter au prémier nombre pour avoir l'étenduë du coup à l'élévation de 2 dég., & ainsi de suite, en le diminuant néanmoins à chaque fois d'un autre nombre qui lui vient en divisant cette totale progression par 44. CHAP. III. Pratique d'Ufano examinée.

LIV. II CHAP. III. Pratique d'Ufano examinée.

Ainſi ſuppoſant, comme il dit, que ſa piéce élevée à raz de métail ou à un dégré, ait porté à 1000 pas; il diviſe 1000 par 50, & le quotient qui eſt 20 multiplié par 11, donne 220 pour le nombre qu'il appelle *la totale progreſſion*, qu'il faut toûjours ajoûter de dégré en dégré, le diminuant toutefois à chacun du nombre de 5 qui vient de la diviſion de 220 par 44.

Ceci poſé: l'élévation d'un dégré donnant 1000 pas; celle de deux dégrez donnera 1220; celle de 3 dég. 1435, qui vient en ajoûtant 220 moins 5 ou 215 au précédent 1220; celle de 4 dég. 1645 fait en ajoûtant 215 moins 5 ou 210 au précédent 1435; celle de 5 dégrez 1850 provenant de l'addition de 210 moins 5 ou 205 au précédent 1645; & ainſi des autres. Dont j'ai fait la table ſuivante, dans laquelle j'ai mis non ſeulement les dégrés depuis un juſqu'à 45 en montant. Mais même ceux qui leur répondent depuis 90 juſqu'à 45 en deſcendant. J'ai auſſi mis à côté les différences

qui

qui diminuent de cinq à chaque dégré. LIV. II. CHAP. III. Pratique d'Ufano examinée.

Ta table précédente a été tirée de la même régle, ce que Ufano n'a peut-être pas compris; il faut seulement poser que la portée de 200 pas, qu'il dit être celle de but en blanc, & qu'il appelle le point de l'ame, est celle de l'élévation d'un dégré ou à raz de métail; car par ce moïen divisant 200 par 50 & multipliant le quotient 4 par 11, vous aurez 44 pour le nombre de *la totale progression*, lequel êtant divisé par 44 donne 1 pour le nombre qu'il faut ôter de la progression à chaque dégré.

Ainsi posant 200 pour 1 dégré, nous aurons 244 pour 2 dég. & pour 3. dég. 287 qui vient de l'addition de la progression 44 moins 1 ou 43, au nombre précédent 244; pour 4 dégrez 329 en ajoûtant 43 moins 1 ou 42, au précédent 287; & pour 5 dégrez 370 en ajoûtant 42 moins 1 c'est à dire 41, au nombre précédent 329; & ainsi des autres.

Par ce moyen l'on conoît la plus grande êtenduë à l'élévation de 45 dég. proportionnée à toutes les autres. De

LIV. II. CHAP. III. Pratique d'Ufano examinée.

plus l'on découvre l'erreur qui s'eſt faite dans la ſuite des nombres de la table de l'Auteur, qui répondent au 29 dég. car au lieu de 1044 qui n'eſt éloigné que de 7 du précédent 1037, il faut mettre 1054 afin que la différence ſoit

TABLE
ſur
l'Hipotheſe d'Ufano.

dégrez.	portées.	diff.
90	0	0	0
89	1	1000	0
88	2	1220	220
87	3	1435	215
86	4	1645	210
85	5	1850	205
84	6	2050	200
83	7	2245	195
82	8	2435	190
81	9	2620	185
80	10	2800	180
79	11	2975	175
78	12	3145	170
77	13	3310	165
76	14	3470	160
75	15	3625	155
74	16	3775	150
73	17	3920	145
72	18	4060	140
71	19	4195	135
70	20	4325	130
69	21	4450	125
68	22	4570	120
67	23	4685	115
66	24	4795	110
65	25	4900	105
64	26	5000	100
63	27	5095	95
62	28	5185	90
61	29	5270	85
60	30	5350	80
59	31	5425	75
58	32	5495	70
57	33	5560	65
56	34	5620	60
55	35	5675	55
54	36	5725	50
53	37	5770	45
52	38	5810	40
51	39	5845	35
50	40	5875	30
49	41	5900	25
48	42	5920	20
47	43	5935	15
46	44	5945	10
	44	5950	5

TABLE
sur
l'Hipotheſe d'Ufano.

degréz.	portées.		diff.
90	0	0	0
89	1	200	0
88	2	244	44
87	3	287	43
86	4	329	42
85	5	370	41
84	6	410	40
83	7	449	39
82	8	487	38
81	9	524	37
80	10	560	36
79	11	595	35
78	12	629	34
77	13	662	33
76	14	694	32
75	15	725	31
74	16	755	30
73	17	784	29
72	18	812	28
71	19	839	27
70	20	865	26
69	21	890	25
68	22	914	24
67	23	937	23
66	24	959	22
65	25	980	21
64	26	1000	20
63	27	1019	19
62	28	1037	18
61	29	1054	17
60	30	1070	16
59	11	1085	15
58	32	1099	14
57	33	1112	13
56	34	1124	12
55	35	1135	11
54	36	1145	10
53	37	1154	9
52	38	1162	8
51	39	1169	7
50	40	1175	6
49	41	1180	5
48	42	1184	4
47	43	1187	3
46	44	1189	2
45		1190	1

173 & au lieu de 1050 qui vient après, il faut mettre 1070; & 1085 au lieu de 1065 & ainſi des autres, comme on le voit dans la ſeconde Table que j'ai corrigée & faite pour ce ſujet où les nombres & les différences ſont marquées.

LIV. II. CHAP. III.

Pratique d'Ufano examinée.

J'ai dit que cette régle êtoit subtile & ingénieuse, mais qu'elle n'êtoit point véritable; parce que l'on a reconu par l'expérience & par la raison, que les coups de volée d'un Canon ou d'un mortier selon les différentes élévations

Portees véritables sur les Positions d'Ufano.

dégrez.		portées.
90	0	0
89	1	1000
88	2	2000
87	3	2991
86	4	3986
85	5	4974
84	6	5957
83	7	6931
82	8	7897
81	9	8854
80	10	9799
79	11	10733
78	12	11307
77	13	12559
76	14	13449
75	15	14327
74	16	15186
73	17	16023
72	18	16842
71	19	17642
70	20	18412

deg.	ez.	portées.
69	21	19175
68	22	19897
67	23	20605
66	24	21292
65	25	21948
64	26	22579
63	27	23180
62	28	23754
61	29	24301
60	30	24811
59	31	25298
58	32	25757
57	33	26117
56	34	26567
55	35	26922
54	36	27152
53	37	27541
52	38	27805
51	39	28029
50	40	28218
49	41	28372
48	42	28496
47	43	28584
46	44	28636
45		28653

Portées veritables sur les positions d'Usano.

degréz.	portées.	
90	0	0
89	1	200
88	2	400
87	3	595
86	4	797
85	5	994
84	6	1190
83	7	1386
82	8	1578
81	9	1770
80	10	1958
79	11	2146
78	12	2272
77	13	2510
76	14	2688
75	15	2864
74	16	3036
73	17	3204
72	18	3368
71	19	3528
70	20	3682
69	21	3834
68	22	3978
67	23	4120
66	24	4258
65	25	4388
64	26	4514
63	27	4636
62	28	4750
61	29	4860
60	30	4962
59	31	5058
58	32	5150
57	33	5234
56	34	5312
55	35	5384
54	36	5450
53	37	5508
52	38	5560
51	39	5604
50	40	5642
49	41	5674
48	42	5698
47	43	5716
46	44	5726
	45	5730

ſuivent une proportion beaucoup éloignée de celle-ci. Car poſé que le coup au premier dégré ſoit de 1000 meſures; il ſera de 2000 à deux dégrez qui eſt bien loin de 1220; de 2991 au troiſié-dég. au lieu de 1435; de 28653 au qua-

LIV. II. CHAP. III. Pratique d'Ufano examinée.

rante cinquiéme dég. qui eſt plus de cinq fois 5950 & ainſi des autres.

Ainſi poſant que le coup au prémier dégré ſoit de 200 pas ; au ſecond il ſera de 400 & non pas de 244 ; au troiſiéme de 595 au lieu de 287 ; au quarante cinquiéme de 5730 au lieu de 1190 ; & ainſi du reſte, dont j'ai mis ici les deux tables par avance, afin que les comparant aux précédentes, l'on en puiſſe mieux reconoître les défauts ; qui paroîtront encore plus clairement, lors-que l'on aura bien compris ce que je dirai ci-aprés de la nature du mouvement.

CHAPITRE IV.

Pratique de Loüis Collado examinée.

CHAP. IV. Pratique de Loüis Collado examinée.

LA pratique manuelle de l'Artillerie de Loüis Collado Ingenieur du Roi d'Eſpagne dans le Milanois, avoit été imprimée quelque tems avant le livre de Diego Ufano dont nous venons de parler. Cet auteur fait un Chapitre dans ſon troiſiéme livre, de la ma-

maniére de tirer des balles avec le mortier ; dans lequel il explique principalement la néceſſité qu'il y a d'en fortifier les affuts, à cauſe que les mortiers ne reculant point comme les piéces de Canon, c'eſt aux affuts à porter tout l'effort du coup. Puis ayant fait voir comme il faut les charger, il dit que leur uſage n'eſt point pour battre des murailles ni pour tirer de point en blanc, mais bien pour élever de telle maniére la balle en haut par un mouvement violent & forcé, que venant à tomber de ſon mouvement naturel, elle puiſſe nuire aux ennemis dans l'endroit que l'on déſire ; ce qui ne ſe fait, dit-il, que par le moyen des *points de l'Equerre* & donnant à la piéce ou au mortier l'élévation que demande la choſe à laquelle on tire, qui eſt une pratique que l'on laiſſe *au jugement d'un bon Canonier.*

LIV. II CHAP. IV. Pratique de Loüis Collado examinée.

Il croyoit ce que la plûpart des Canoniers ont crû devant & après lui, que le boulet au ſortir de la bouche du Canon marchoit en ligne droite tant que

LIV. II CHAP IV. Pratique de Loüis Collado examinée.

la force de l'impreſſion de la poudre étoit plus grande que celle de ſa péſanteur, & qu'il décrivoit une ligne courbe auſſi-tôt que le poids pouvoit contre-balancer la force mouvante; laquelle courbe dégénéroit enfin en ligne droite & perpendiculaire, quand le poids ſe trouvoit le plus fort. Il a ſçû que la plus grande portée d'une piéce étoit au ſixiéme point de l'Equerre; mais il a crû que celles des points au deſſus étoient moindres que celles des points qui leur répondent au deſſous.

Il rapporte même une expérience, qu'il a faite avec un fauconneau de trois livres de balle élevé ſuivant les divers points de l'Equerre, ſur laquelle il conſeille les Canoniers de ſe régler pour les portées de toutes leurs piéces. Il dit donc que ſon fauconneau pointé à niveau de l'ame a chaſſé 368 pas; au premier point de l'Equerre 326 pas au delà, qui font, dit-il, en tout 594; au ſecond point 200 pas deplus, qui font en tout 794; au troiſiéme point 160 pas deplus, & en tout 954; au quatriéme point

point 56 pas au delà, & en tout 1010; au cinquiéme point 30 pas deplus, & en tout 1040; & au ſixiéme point ſeulement 13 pas au delà, qui font en tout 1053 pas pour la plus grande portée. LIV. II CHAP. IV. Pratique de Loüis Collado examinée.

Il ne rapporte point les nombres des pas des portées de ſon fauconneau êlevé au deſſus du ſixiéme point; il dit ſeulement qu'au ſeptiéme point ſa balle chût pluſieurs pas en deça de la portée du ſixiéme; au huitiéme point elle tomba entre la portée du troiſiéme & du ſecond point; au neuviéme point entre celle du ſecond & du premier. Et qu'au dixiéme point la balle chût tout près de la piéce.

Je ne m'arrêterai pas à raiſonner ſur le rapport de cet Auteur & ſur le peu de ſûreté qu'il y a à ces expériences. Je dirai ſeulement en paſſant qu'il y a faute dans les chiffres de ſes nombres, & qu'il faut qu'au premier point de l'Equerre ſa piéce n'ait pas chaſſé, comme il dit, 326 pas plus loin qu'elle n'avoit à niveau de l'ame; mais ſeulement 226 pas, parce que 368 & 326 ne ſont pas, comme il dit, 594 mais bien 694. CHA-

LIV. II CHAP. V. Sentiment de Rivaut de Flurance.

CHAPITRE V.

Sentiment de Rivaut de Flurance.

IL parut au commencement de ce ſiécle un livre des êlemens de l'Artillerie compoſé par un nommé Rivaut de Flurance, qui prétend démontrer la plûpart des effets du Canon ſur les principes de la Philoſophie d'Ariſtote; il y enſeigne une doctrine particuliére pour la différence des portées d'une piéce ſuivant ſes différentes inclinations; laquelle eſt tellement éloignée de la vérité & de la raiſon, que je ne voudrois pas m'arrêter à y contredire; ſi je ne craignois que l'autorité de celui qui l'a produite, ne pût faire impreſſion ſur l'eſprit de ceux qui ne ſont pas capables d'en bien juger.

Car cet Auteur eſt le même David Rivaut de Flurance qui nous a depuis donné une traduction Latine des ouvrages Grecs d'Archimede avec quelques commentaires, où il prend le nom de Précepteur du Roi Louïs treize, à qui, comme je crois, il avoit enſeigné les Mathematiques C'ê-

C'étoit un homme d'une tres-grande Erudition, qui avoit lû une infinité de bons livres, qui avoit une connoissance parfaite de la langue Greque & des autres langues Orientales: Il avoit étudié plus que mediocrement aux Mathematiques ; & c'est un malheur pour lui d'avoir entrepris de travailler sur les ouvrages d'Archimede & de n'avoir pas connû que ses forces n'étoient pas suffisantes pour un si grand fardeau.

LIV. II CHAP. V. Sentiment de Rivault de Flurance.

CHAPITRE VI.

Origine des Arquebuses à vent.

JE crois devoir dire ici en passant qu'il donne dans son livre des élemens de l'Artillerie, la figure & la construction d'une Arquebuse à vent qui avoit été inventée par un nommé *Marin Bourgeois de Lizieux* & présentée au Roi Henri le Grand ; afin de désabuser ceux qui ont crû que l'on en devoit le secret à des ouvriers d'Hollande qui en ont débité depuis lui.

CHAP. VI. Origine des Arquebuses à vent.

CHA-

LIV. II. CHAP. VII.

CHAPITRE VII.

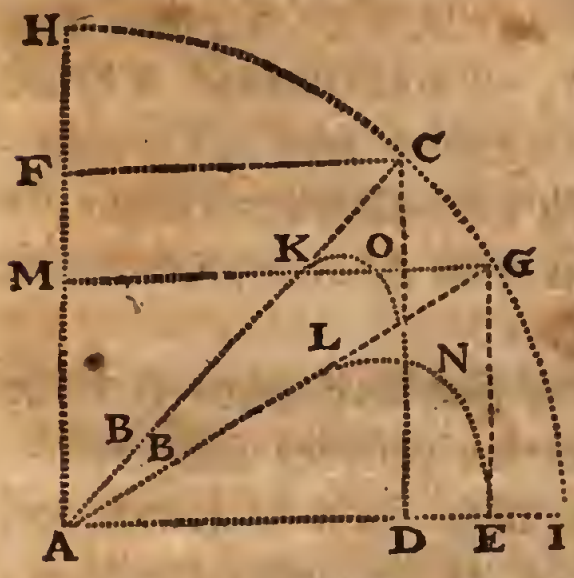
Pratique de Rivaut examinée.

Pratique de Rivaut examinée.

VOici ce qu'il juge sur la différence des portées du Canon. Il en distingue de trois sortes qu'il appelle *la portée du point en blanc, la portée moyenne & la portée morte.* La portée du point en blanc est, dit-il, la ligne droite que la balle décrit jusqu'à ce que sa pésanteur commence à vaincre la force mouvante & décliner en l'arc de sa chûte. La portée moyenne est la ligne de la portée de point en blanc conduite droit jusqu'à ce qu'elle rencontre la perpendiculaire élevée sur l'horizon au point où la balle est tombée. La portée morte est la distance entre le Canon & le lieu où la balle est tombée à terre. Ce qu'il explique par cette figure.

Le Canon A B est pointé suivant les angles I A C ou I A G : le boulet sortant de sa bouche marche, dit-il, en ligne droite jusqu'en K ou en L, où la pésanteur commençant à vaincre la force mouvante, il commence à marcher par la ligne courbe K O, ou L N & tom-

tomber enſuite aux points D & E ; d'où élevant des perpendiculaires D C & E G qui rencontrent en C & en G les droites A K & A L prolongées ; il dit que la ligne droite A K ou A L eſt *la portée de point en blanc* ; A C ou A G *la portée moyenne* ; & AD ou AE *la portée morte*.



En-ſuite après avoir dit que les portées de point en blanc ne ſe peuvent conoître que par l'expérience & en reculant ou avançant la piéce juſqu'à ce qu'étant pointée au niveau de l'ame, elle chaſſe préciſément à un but déterminé ; il ſuppoſe par maniére de Petition que la portée moyenne ſoit la même dans toutes les élévations, d'où il conclud que les portées mortes ſont entr'elles comme les ſinus du complement des angles dans

LIV. II. CHAP. VII. Pratique de Rivaut examinée.

lesquels la piéce est élevée. C'est à dire que la portée A E de la piéce élevée en I A G, est à la portée A D de la même piéce élevée en I A C, comme le sinus du complement de l'angle I A G, est au sinus du complement de l'angle I A C.

Car supposé que les droites A C & A G, qui sont les portées moyennes, soient égales, ainsi qu'il le demande, le Cercle I G C H décrit du centre A, passera par G & par C; & les perpendiculaires G E & C D seront les sinus des angles I A G & I A C; & les droites G M & C F seront les sinus de leurs complemens; mais les droites G M & C F sont êgales aux portées mortes A E & A D; donc les portées mortes sont entr'elles comme les sinus de complement des angles de leurs inclinations. Ce qui est vrai sur cette hypothese que les portées moyennes A G & A C soient êgales; mais comme c'est une supposition fausse, il ne faut pas s'étonner de la fausseté de la conclusion.

Et

Et sans m'arrêter à une plus longue discussion, il suffit de prendre garde que par ce raisonnement toutes les portées depuis celle du niveau de l'ame jusqu'à celle du sixiéme point, vont toûjours en diminuant; car la portée A I du niveau de l'ame est plus grande que la portée A E qui est de la piéce élevée par exemple au troisiéme point; & la portée A E plus grande que A D à l'élévation du sixiéme point; & ainsi des autres. Ce qui est absolument faux: & l'expérience nous fait voir que les portées vont toûjours en augmentant jusqu'au sixiéme point; c'est à dire jusqu'à l'élévation de 45 dégrez; aprés lequel elles diminuent jusqu'à celle de 90 dégrez qui est du douziéme point de l'Equerre, mais avec une proportion extrémement éloignée de celle des sinus de complement des angles de leurs inclinations.

LIV. II. CHAP. VII. Pratique de Rivaut examinée.

CHA-

LIV. II. CHAP. VIII. Le grand Art de l'Artillerie de Siemienowski.

CHAPITRE VIII.

Le grand Art de l'Artillerie de Siemienowski.

CAZIMIR SIEMIENOWSKI Gentil-homme Polonois & autrefois Lieutenant Général de l'Artillerie de Pologne, a recherché avec un ſoin incroyable ce qui pouvoit appartenir à ce ſujet, dont il a fait un excellent livre en langue latine appellé *le grand Art de l'Artillerie*. La premiére partie en a été imprimée en Hollande en l'année 1650, & nous n'aurions peut-étre rien à déſirer ſur cette matiére ſi la ſeconde partie avoit été donnée au public. Car il dit dans ſon avant propos que cette partie eſt pleine d'une infinité de belles conoiſſances, dont celles-ci, qui ſont à nôtre ſujet, ne ſont pas les moins conſidérables; promettant d'enſeigner à fond l'Art de pointer le Canon & lui donner les élévations ou dépreſſions néceſſaires pour les faire chaſſer à une diſtance donnée, & de ſavoir à quelle diſtance il portera

tera ſuivant ſes différentes élévations.

LIV. II. CHAP. VIII. Le Grand Art de l'Artillerie de Siemienowski.

Il promet dans le ſecond Livre une doctrine complete des mortiers, de leur origine, de leurs diverſes figures, de leur uſage, & des tables pour la proportion des portées en toutes ſortes d'élévations. Mais toutes ces belles aſſûrances ſont vaines ſi cette ſeconde partie ne tombe un jour entre les mains de quelque perſonne qui veüille bien que le public en profite.

CHAPITRE IX.

Pratique de Daniel Elrich examinée.

CHAP. IX. Pratique de Daniel Elrich examinée.

JE penſois avoir recouvré ce tréſor dans un Livre qui me fut dernierement envoyé du Grand Art de l'Artillerie traduit en Allemand avec un ſupplément de la ſeconde partie, que je croïois être celle que l'Auteur nous avoit promiſe: mais je me ſuis trouvé bien loin de mes eſperances, lors-qu'en le liſant j'ai connu que ce ſupplément n'étoit pas de Sie-

LIV. II. CHAP. IX.

Pratique de Daniel Elrich examinée.

mienowski, mais d'un autre appellé Daniel Elrich, Maître Canonier ou Capitaine d'Artillerie de la Ville de Francfort sur le Mein, où ce Livre a été imprimé en l'année 1676.

Ce n'est pas qu'il n'y ait beaucoup de bonnes choses dans cet Ouvrage; mais, au sujet des Bombes, il n'y a rien qui puisse nous satisfaire. Quoi que, dans le sixiéme chapitre de son sixiéme Livre, il dise que pour se servir utilement du mortier, il y faut employer l'Equerre, qui dans sa figure est un Quart de Cercle divisé en 90 degrés qu'il appelle points de 10 en 10. Pour cet effet il veut que l'on fasse une croix de deux triangles de bois polies, à angles droits l'une sur l'autre, & égales au diametre du mortier, pour pouvoir être placée horizontalement à fleur de sa bouche; puis ayant fait un trou dans cette croix, il y fait entrer une pointe qui est à l'un des côtez du quart de cercle continué au dessous de sa circonference, afin que ce côté de l'Instrument

ment soit par ce moïen perpendiculaire à la bouche du mortier, & partant parallele à la ligne de l'ame. LIV. II. CHAP. IX. Pratique de Daniel Elrich examinée.

Après quoi il dit que le mortier étant situé à plomb, la balle tombera à deux ou trois pas de l'affût : quoi qu'il y en ait, dit-il, qui veulent qu'elle tombe préciſément dans le mortier. Puis l'inclinant à l'angle de 10 dég. qu'il appelle le premier point, la balle s'en éloignera à la distance de 200 pas ; parce, dit-il, qu'il faut donner 20 pas pour chaque dégré. A l'onziéme dégré 220 pas. Au douziéme 245. Au treiziéme 265. Au quatorziéme 290. Au quinziéme 305. Au seiziéme 330. Au dixseptiéme 345. Au dixhuitiéme 370. Au dixneuviéme 400. Au vintiéme 430. Car il faut, dit-il, savoir que le jet devient plus bas à mesure que le mortier est panché, & chasse par conséquent la balle par un plus grand Arc: Au troisiéme point qui est à 30 dég., la balle tombe à 775 pas. Au quatriéme c'est-à-dire à 40.

LIV. II. CHAP. IX. Pratique de Daniel Elrich examinée.

dég., elle tombe à 935. Et si le Mortier est incliné à l'angle de 42 dégrez, il fait alors le plus grand des jets de la balle qui est de 1050 pas. Quand il est panché au delà de 42 dég. jusqu'au sixiéme point qui est de 60 dég. la portée en est racourcie & la balle tombera comme elle a fait au quatriéme point ou à 40 dég. à la distance de 935 pas. Au septiéme point comme au troisiéme. Au huitiéme comme au premier. Et si on l'incline jusqu'à 90 dég. ; ce sera, dit-il, *un tir de noyaux*, & la balle ne s'arrêtera pas seulement dans le mortier en cette situation : comme le tir à plomb s'éleve continuellement en l'air jusqu'à ce qu'il soit repoussé en arriere par sa pésanteur qui le fait retomber auprès du mortier.

Voilà toute la doctrine de cét Auteur que j'ai voulu comprendre dans cette Table où les portées sont marquées comme il l'ordonne à côté des dégrez de l'Equerre. Surquoi il y a diverses choses à considérer. La premiére

re est que le jet au douziéme dégré surpassant celui de l'onziême de 25 pas ; celui du treiziéme ne surpasse son précédent au douziéme que de 20 pas. Et celui du quatorziême surpassant le treiziéme de 25 pas ; celui du quinziéme n'excéde son précédent au quatorziéme que de 15 pas. Ainsi le seiziéme surpassant le quinziéme de 25 pas ; le dixseptiéme ne surpasse le seiziême que de 15 pas. Qui sont des irrégularitez que la nature du jet des Bombes ne souffre pas ; qui veut que les distances augmentent toûjours dans une certaine proportion depuis 1 dégré jusqu'à 45 d'où elles diminuent dans le même ordre jusqu'à 90. En second lieu il établit la plus grande portée à l'angle de 42 dég., quoi qu'en effet elle ne soit dans sa plus grande étenduë qu'à 45. Il paroit enfin qu'il s'est fort trompé quand il dit qu'au sixiéme point, que l'on ne peut pas prendre autrement qu'à l'angle de 60 dég., la balle tombe à la même distance où elle étoit tombée au quatrié-

LIV. II. CHAP. IX. Pratique de Daniel Elrich examinée.

LIV. II. CHAP. IX.

Pratique de Daniel Elrich examinée.

	Dégrez.	Portées d'Elrich. Pas.		Vrayes. Pas de 5 piés.	
	1	20		20	1 1/2
	2	40		40	4
	3	60		61	
	4	80		81	2
	5	100		101	3
	6	120		121	3
	7	140		141	2 1/2
	8	160		159	2 1/2
	9	180		180	2 1/2
1	10	200	20	200	
	11	220	25	219	
	12	245	20	237	4
	13	265	25	256	2
	14	290	15	274	3
	15	305	25	292	2
	16	330	15	309	4
	17	345	25	327	3
	18	370	30	343	1
	19	400		360	
2	20	430		375	4
3	30	775		506	2 1/2
4	40	935		575	4
	42	1050		581	3
	45			584	4
6	60	935		506	2 1/2
7	70	775		375	4
8	80	220		200	

triéme ; & au ſeptiéme comme au troiſiéme. Ce qui eſt manifeſtement contraire à la raiſon & aux expériences, qui marquent que la portée au quatriéme point eſt la même que celle du cinquiéme ; celle du troiſiéme égale à celle du ſixiéme, celle du ſecond à celle du ſeptiéme ; celle du premier à celle du huitiéme, comme il dit ; & enfin celle du neuviéme ou de 90 dég., à celle de 0 c'eſt-à-dire à la perpendiculaire.

LIVRE III. CHAP. IX. Pratique de Daniel Elrich examinée.

Et pour faire mieux conoître de combien cette doctrine s'éloigne de la vérité, j'ai ajoûté dans cette Table les véritables portées en pas & en piés à cinq piés pour pas, que je prens pour pas Géometriques ; ſuppoſant, comme il a fait, que la portée au premier point, c'eſt-à-dire à 10. dégrés fut de 200 pas. Où il faut remarquer que je n'ai pas été ſcrupuleux dans les fractions, que j'ai priſes pour rien quand elles ſe ſont trouvées moindres qu'un tiers de pié ; pour un pié quand elles ont été au deſſus des deux

LIV. II. tiers; & pour un demi pié quand elles ſe ſont rencontrées entre ces deux termes.

CHAPITRE X.

Sentiment de Galée.

CHAP. X. Sentiment de Galée.

LE Pere Merſene Minime rapporte dans un traité qu'il a fait ſur cette matiére, qu'il appelle *de la Baliſtique*, qu'un nommé Galée autrefois Ingenieur de l'Archiduc Albert & du Marquis de Spinola, lui avoit donné un écrit de ſa main qui contenoit diverſes obſervations ſur les portées du Canon.

Cét homme croyoit, comme pluſieurs autres, que le boulet au ſortir de la piéce faiſoit beaucoup de chemin en ligne droite, ce qu'il appelloit la portée de point en blanc; après quoi ſa route ſe changeoit en courbe juſqu'à ce qu'il fut à terre. Il appelloit l'étenduë entiére, dèpuis la bouche du Canon juſqu'au point dé ſa chûte ſur le plan de l'horiſon, la portée

tée morte : & par les expériences qu'il avoit faites il prétendoit que la portée de point en blanc étoit à peu près la moitié de la portée morte. LIV. II CHAP. X. Sentiment de Galée.

Il disoit qu'aux gros Canons la portée de point en blanc de niveau, étoit à celle de la plus grande volée, qui se faisoit au sixiéme point de l'Equerre, c'est-à-dire sous l'angle de 45 dégrez, à peu près comme 1 à 11 ; qu'aux demi Canons elle étoit comme 1 à $10\frac{1}{2}$; & qu'aux petites piéces elle n'étoit que comme 1 à 10. D'où il conclut que la portée morte de niveau est à celle de la plus grande volée dans le gros Canon à peu près comme 1 à 6, ou comme 1 à 5 aux petites piéces; & que la portée de niveau étoit à celle qui seroit faite sur l'élévation d'un dégré comme 5 à 6, ou au plus prés comme 53 à 67, ou bien comme 14 à 17.

Il assûroit qu'aux coups de la plus grande volée sous l'élévation de 45 dégrez, la portée de point en blanc, c'est à dire l'étenduë dans laquelle le

LIV. II. CHAP. X.

Sentiment de Galée.

boulet marche en ligne droite, eſt à la portée de point en blanc horizontale comme 5 à 1, ou au moins comme 9 à 2. Et que continuant en-ſuite à monter, ſa plus grande hauteur perpendiculaire n'eſt pas, ainſi que *Tartaglia* la crû, quadruple, mais bien près de quintuple de la portée de point en blanc horizontale. Deplus que cette plus grande hauteur perpendiculaire n'eſt pas éloignée de la bouche du Canon d'une diſtance ſeulement ſextuple, mais preſque ſeptuple de la même portée.

Cet Ingenieur s'eſt bien douté que la ligne que le boulet décrit dans la plus grande volée êtoit ou Hyperbolique ou Parabolique, non pas qu'il eût jamais fait aucun raiſonnement approchant des cauſes & de la nature de cette ligne, mais ſeulement à l'œil & par la force de ſes obſervations.

Au reſte il donne à l'étenduë du plus grand coup de volée d'un Canon 16200 piés ; & comme il ſuppoſe ainſi que nous avons dit, que la portée

tée morte horizontale est à cette plus grande portée comme 1 à 6; il s'ensuit par son calcul que cette portée morte qui se fait de niveau & sans aucune élévation est de 2700 piés. LIV. II. CHAP. X. Sentiment de Galée.

CHAPITRE XI.

Pratique de Galée examinée.

SUr ce fondement il fait une table pour les portées d'une piéce en toutes sortes d'élévations, qui est encore plus ingenieuse que celle d'Ufano que nous avons expliquée ci-devant, quoi qu'elle ne soit guére plus véritable : car pour le dire en un mot, toutes ces raisons de bien-seance ne quadrent point au génie de la nature. CHAP. XI. Pratique de Galée examinée.

Pour cet effet il ôte l'étenduë de la portée morte horizontale, qui est comme il dit de 2700 piés, de celle de la plus grande volée sous l'élévation de 45 dégréz, qui est de 16200 piés, pour avoir leur différence 13500; laquelle il divise par la som-

LIV. II. CHAP. XI.

Pratique de Galée examinée.

me de tous les nombres qui se suivent depuis 1 jusqu'à 45 c'est-à-dire, par 1035 afin d'avoir $13\frac{1}{23}$ au quotient, dont il se sert pour faire des soustractions continuelles du nombre 16200, de dégré en dégré depuis 45 jusqu'à 0 en descendant ou en montant jusqu'à 90.

Ainsi donnant 16200 piés pour la portée à 45 dég., il donne à celle de 44 & de 46 dégrez 16200 piés moins $13\frac{1}{23}$ c'est à dire $16186\frac{22}{23}$; & à la portée sous les angles de 45 & de 47 dégrez $16186\frac{22}{23}$ moins deux fois $13\frac{1}{23}$ ou moins $26\frac{2}{23}$. C'est-à-dire $16160\frac{20}{23}$; & à celle des angles de 42 & 48 dég., $16160\frac{20}{23}$ moins trois fois $13\frac{1}{23}$ ou moins $39\frac{3}{23}$ c'est-à-dire $161\,21\frac{17}{23}$. Et ainsi du reste; en ôtant du nombre des piés appartenans au précédent dég. le même nombre $13\frac{1}{23}$ multiplié autant de fois qu'il y a d'unitez entre 45 & le dégré dont on veut avoir le nombre de piés.

Ainsi pour avoir le répondant à 15 & à 75 dégrez, qui est $10134\frac{18}{23}$ piés, il faut ôter du nombre $10426\frac{2}{23}$ répondant aux dégrez précédens 16 &

74, le nombre 391 $\frac{7}{23}$ produit de la multiplication de 13 $\frac{1}{23}$ par 30, (qui est celui des unitez, compriſes entre 15 & 45.) Et pour avoir le nombre des piés répondans à 26 & à 64 dégrez, il ne faut que ſouſtraire 247 $\frac{19}{23}$ produit de la multiplication de 13 $\frac{1}{23}$ par 19, (qui eſt le nombre des unitez contenuës entre 26 & 45, du nombre des piés 13869 $\frac{13}{23}$ répondant aux dégrés précédens 27 & 63, afin d'avoir 13621 $\frac{17}{23}$. Et ainſi du reſte.

LIV. II. CHAP. XI. Pratique de Galée examinée.

Voici ſa table, dans laquelle il y a quatre colonnes, dont les deux premiéres contiennent les dégrez de l'Equerre depuis 45 en deſcendant juſqu'à 0, & juſqu'à 90 en montant; la ſeconde contient une ſuite de nombres en progreſſion Arithmetique dont le moindre & la différence ſont 13 $\frac{1}{23}$. Les nombres de main gauche tant dans cette colonne que dans la ſuivante, ſont nombres entiers, & les derniers ſont numerateurs de fractions dont le dénominateur eſt toûjours 23; d'où vient que 13. 1. qui

LIV. II. CHAP. XI. Pratique de Galée examinée.

répond à 45 dégrez veut dire $13\frac{1}{23}$; 26 2. répondant à 44 & à 46 dégrez veut dire $26\frac{2}{23}$; 104. 8. répondant à 38 & à 52 dégrez, fait $104\frac{8}{23}$; ainsi 16186. 22 répondant dans la quatriémec olonne à 44. & à 46 dégrez, fait 16186 $\frac{22}{23}$; 14104. 8. qui répond à 28 & 62 dégrez vaut $14104\frac{8}{23}$. Et ainsi des autres.

Ces nombres de la troisiéme colonne sont les différences de ceux qui leur répondent dans la quatriéme; ils sont, comme nous avons dit, une suite continuelle de progression Arithmetique, dont le premier nombre & la différence est toûjours $13\frac{1}{23}$; & ils naissent de la multiplication de ce nombre par celui des unitez contenuës entre 45 dégrez & les dégrez qui leur répondent; ainsi le premier sous 45 deg. étant $13\frac{1}{23}$; le second sous 44 & 46 dégrez est $13\frac{1}{23}$ multiplié par 2 c'est à dire $26\frac{2}{23}$ le troisiéme sous 43 & 47 dégrez est $13\frac{1}{23}$ multiplié par 3 ou $39\frac{3}{23}$; le dixiéme sous 36 & 54 dég. est $13\frac{1}{23}$ multiplié par 10 ou $130\frac{10}{23}$ le vint

vint deuxiéme sous 24 & 66 dégrez est 13 $\frac{1}{23}$ multiplié par 22 ou 286 $\frac{22}{23}$. Et ainsi des autres.

TABLE de Galée.

dég.	differences.		portées,	
45	45	13	1	16200 piés.
44	46	26	2	16186 22
43	47	39	3	16160 20
42	48	52	4	16121 17
41	49	65	5	16069 13
40	50	76	6	16004 8
39	51	91	7	15926 2
38	52	104	8	15834 18
37	53	117	9	15730 10
36	54	130	10	15613 1
35	55	143	11	15482 14
34	56	156	12	15239 3
33	57	169	13	15082 14
32	58	182	14	14913 1
31	59	195	15	14730 10
30	60	208	16	14534 18
29	61	221	17	14326 2
28	62	234	18	14104 8
27	63	247	19	13869 13
26	64	260	20	13621 17
25	65	273	21	13360 20
24	66	286	22	13086 22
23	67	300		12800
22	68	313	1	12500
21	69	326	2	12186 22

TABLE des véritables portées.

dégrez.		portées.
45	45	16200 pi.
44	46	16190
43	47	16161
42	48	16111
41	49	16043
40	50	15954
39	51	15845
38	52	15719
37	53	15573
36	54	15408
35	55	15223
34	56	15021
33	57	14799
32	58	14561
31	59	14303
30	60	14029
29	61	13738
28	62	13439
27	63	13124
26	64	12766
25	65	12409
24	66	12038
23	67	11653
22	68	11254
21	69	10839

dég.		differences.		portées,		dégrez.		portées.
20	70	539	3	11860	20	20	70	10413
19	71	352	4	11521	17	19	71	9974
18	72	365	5	11169	13	18	72	9509
17	73	378	6	10804	8	17	73	9059
16	74	391	7	10426	2	16	74	8584
15	75	404	8	10134	18	15	75	8100
14	76	417	9	9730	10	14	76	7606
13	77	430	10	9313	1	13	77	6902
12	78	443	11	8882	14	12	78	6589
11	79	456	12	8439	3	11	79	6069
10	80	469	13	7982	14	10	80	5540
9	81	482	14	7513	1	9	81	5006
8	82	495	15	7030	10	8	82	4161
7	83	508	16	6534	18	7	83	3919
6	84	521	17	6026	2	6	84	3368
5	85	534	18	5504	8	5	85	2812
4	86	547	19	4969	13	4	86	2255
3	87	566	20	4421	17	3	87	1699
2	88	573	21	3860	20	2	88	1131
1	89	589	22	3286	22	1	89	565
0	90		23	2700	23	0	90	0

LIV. II. CHAP. XI. Pratique de Galée examinée.

La quatriéme colonne contient le nombre de piés compris dans l'étenduë de la portée d'une piéce élevée ſuivant les dégrés qui leur répondent, poſant que le coup de la plus grande volée ſous 45 dég. ſoit de 16200 piés, & que la portée purement horizontale ſoit de 2700 piés. Ainſi la piéce élevée ſuivant l'angle de 15

ou

ou de 75 dég. chaſſera à la longueur de 10134 $\frac{18}{23}$ piés, & à la longueur de 13869 $\frac{13}{23}$ ſi elle eſt élevée à l'angle de 27 ou 63 dégrez.

LIV. II. CHAP. XI. Pratique de Galée examinée.

Ces nombres, comme nous avons dit, naiſſent de la ſouſtraction continuelle des différences qui leur répondent dans la troiſiéme colonne ; ainſi le ſecond 16186 $\frac{22}{23}$ ſe fait en ôtant du premier 16200 la différence qui lui répond 13 $\frac{1}{23}$; le troiſiéme 16160 $\frac{20}{23}$ vient du ſecond 16186 $\frac{1}{23}$ dont on a ôté la différence qui lui répond 26 $\frac{2}{23}$; le dixiéme 15613 $\frac{1}{23}$ ſe fait en ôtant du neuviéme 15730 $\frac{10}{23}$ ſa différence 117 $\frac{9}{23}$; le dernier 2700 en ôtant du précédent 3286 $\frac{22}{23}$ ſa différence 586 $\frac{22}{23}$, & ainſi du reſte.

Le même Pere Merſene dit dans la ſuite que pluſieurs perſonnes ſçavantes croïoient que Galée avoit eu cette table d'un autre Ingenieur nommé Cognet. Mais ſoit qu'elle fut de lui ou d'un autre, pour faire voir de combien elle s'éloigne des véritables portées des piéces. J'ai cal-

LIV. II. CHAP. XI.

Pratique de Galée examinée.

calculé, sur la même supposition de 16200 piés pour la plus grande volée de 45 dégrés, une autre table qui est sous les proportions que les portées gardent entre elles suivant leurs différentes inclinations; afin que comparant les nombres de ces deux tables, l'on puisse connoître de combien celle de Galée s'éloigne du vrai. Où l'on peut voir que leur différence n'est pas fort grande aux élévations des dég. qui sont autour de 45, & qu'elle s'augmente toûjours à mesure que les élévations s'approchent de l'horizontale en diminuant, ou de la perpendiculaire en augmentant.

Surquoi il est à remarquer que cet Ingenieur donne à la piéce pointée à plomb, ou sous l'angle de 90 dég., la même portée de 2700 piés qu'il attribuë par son calcul à celle qui est pointée de niveau. Ce qui est absurde.

CHA-

LIV. II. CHAP. XII. Pratique des Bombardiers du Roi examinée.

CHAPITRE XII.

Pratique des Bombardiers du Roi examinée.

LE Roi ayant établi depuis quelques années une compagnie de Bombardiers, & voulant les faire instruire dans l'art de jetter les Bombes, a voulu qu'ils fissent, aux environs de St. Germain en Laye pendant qu'il y tenoit sa Cour, diverses expériences pour ce sujet; sur lesquelles il ont fait à leur maniére diverses observations & tiré des conséquences suivant leur raisonnement pour la construction de certaines tables, qui marquent les différentes étenduës des portées selon la différence des élévations du mortier en tous les dégrez de l'Equerre depuis 1 jusqu'à 45.

Ils disent donc que le mortier chasse plus ou moins selon qu'il est plus ou moins chargé de poudre. Et qu'un mortier par exemple de douze pouces de calibre chargé dans sa chambre de deux livres de poudre menuë gré-

LIV. II. CHAP. XII.

Pratique des Bombardiers du Roi examinée.

grénée, donne de dégré en dégré 48 pieds de différence de portées, & pour la plus grande étenduë ſous l'élévation de 45. dég. 2160 piés. Le même mortier donnera de dégré en dégré 60 piés de différence, s'il eſt chargé de deux livres & demi de la même poudre, & 2700 piés pour la plus grande volée. Enfin il donnera 72 piés de différence de dégré en dégré; ſi la charge eſt de trois livres de poudre meniuë grénée, qui eſt la charge la plus forte de la chambre d'un mortier de douze pouces de calibre; & à l'élévation de 45 dégrez, qui eſt comme ils diſent la plus grande volée, il chaſſera la Bombe à la diſtance de 3240 piés.

Sur ce fondement ils ont fait les tables que voici. La premiére ſuppoſe que la chambre du mortier eſt chargée de deux livres de poudre & eſt depuis 5 dégrez juſqu'à 45 les nombres de piés des portées

Table des Bombardiers pour un mortier de 12 pouces de Calibre.

1. *Table à deux livres de poudre.*

dég.	portées.	
5	240 piés.	
10	480	
11	528	diff.
12	576	48
13.	624	
14	672	
15	720	
16	768	
17	816	
18	864	
19	912	
20	960	
21	1008	
22	1056	
23	1104	
24	1152	
25	1200	
26	1248	
27	1296	
28	1344	
29	1392	
30	1440	
31	1488	
32	1536	
33	1584	
34	1632	
35	1680	
36	1728	
37	1776	
38	1824	
39	1872	
40	1920	
41	1968	
42	2016	
43	2064	
44	2112	
45	2160	

2. *Table à deux livres & demi.*

dég.	portées.	
36	2160 piés.	
37	2220	
38	2280	diff.
39	2340	60
40	2400	
41	2460	
42	2520	
43	2580	
44	2640	
45	2700	

3. *Table à trois livres de poudre.*

dég.	portées.	
37	2664 piés.	
38	2736	
39	2808	diff.
40	2880	72
41	2952	
42	3024	
43	3096	
44	3168	
45	3240	

LIV. II. CHAP. XII.

Pratique des Bombardiers du Roi examinée.

tées se trouvent en ajoûtant 48. piés au précédent de dégré en dégré ; ainsi ajoûtant 48 à 480 répondant à 10 dégré, vous avez 528 pour 11 dégrez, & 576 pour 12 en ajoûtant 48 à 528, & 624 pour 13 dégrez mettant 48 avec 576. & ainsi des autres.

La seconde à deux livres & demi de charge ne commence qu'à 36 dég. jusqu'à 45 ; parce que le mortier avec cette charge donne autant de chasse à la bombe à 36 dégrez, qu'à 45 lorsqu'il n'a que deux livres de poudre ; car l'étenduë de la portée est en l'un & en l'autre de 2160 piés. Les nombres de pies des portées se surpassent l'un l'autre de 60 piés à chaque dégré ; ainsi 2220 du trente septiéme dégré vient de 2160 du trente-sixiéme & de 60 ajoûtés ensemble, & 2280 du trente-huitiéme ajoûtant 2220 avec 60. Et ainsi du reste.

La troisiéme à trois livres de poudre, qui est la plus grande charge que l'on doive donner à la chambre d'un mortier de douze pouces de calibre, ne

ne commence par la même raiſon qu'à 37 dégrez juſqu'à 45 ; parce qu'avec cette charge il chaſſe preſque auſſi loin ſous l'angle de 37 dégrez, que ſous celui de 45 avec deux livres & demi de poudre. Les nombres de piés des portées s'y ſuivent à chaque dégré de 72 piés ; ainſi ajoûtant 72 à 2664 du trente-ſeptiéme dégré, vous aurez 2736 pour le trente-huitiéme ; & ajoûtant 72 à 2736, l'on à 2808 pour le trente-neuviéme & 2880 pour le quarantiéme en ajoûtant 72 à 2808. Et ainſi des autres.

LIV. II. CHAP. XII. Pratique des Bombardiers du Roi examinée.

Ils diſent qu'un mortier de huit pouces de calibre chargé d'une demi livre de poudre menuë grénée, donne pour chaque dégré d'élévation 42 piés de différence de portée, & pour ſa plus grande volée ſous 45 dégrez, donne 1890 piés. Le même chargé de trois quarterons de la même poudre donne 62 piés de différence de portées à chaque dégré d'élévation, & pour la plus grande, qui eſt à 45 dégrez, 2790 piés. Et enfin avec

une

LIV. II. CHAP. XII.

Pratique des Bombardiers du Roi examinée.

une livre de poudre qui eſt la plus forte charge que l'on doive donner à la chambre d'un mortier de huit pouces de calibre ; il donne 82 piés de différence de portée à chaque dégré d'élévation, & 3690 piés pour ſa plus grande étenduë ſous l'angle de 45 dégrez.

Voici les tables. La premiére à une demi livre de poudre commence à 5 dégrez juſqu'à 45 & les nombres des portées ſe ſuivent en augmentant de 42 piés à chaque dégré. La ſeconde à trois quarterons de la même poudre ne commence qu'à 31 dégrez, parce qu'en cette élévation avec cette charge, la portée eſt plus grande que celle à 45 dégrez avec une demi livre de poudre. Les nombres des portées ſe ſuivent en augmentant de 62 piés à chaque dégré. La troiſiéme à une livre de poudre commence à 35 dég. où la portée eſt plus grande que celle à 45 dégré avec trois quarterons de poudre : les nombres des portées s'y ſuivent en augmentant de 82 piés à chaque dégré.

Je

Table des Bombardiers pour un mortier de huit pouces de Calibre.

1. *Table à $\frac{1}{2}$ livre de poudre.*

dég.	portées.	
5	210 piés.	
10	420	
11	462	diff.
12	504	42
13	546	
14	588	
15	630	
16	672	
17	708	
18	756	
19	798	
20	840	
21	882	
22	924	
23	966	
24	1008	
25	1050	
26	1092	
27	1134	
28	1176	
29	1218	
30	1260	
31	1302	
32	1344	
33	1386	
34	1428	
35	1470	
36	1512	
37	1554	
38	1596	
39	1638	
40	1680	
41	1722	
42	1764	
43	1806	
44	1846	
45	1870	

2. *Table à $\frac{3}{4}$ livre de poudre.*

dég.	portées.	
31	1922 piés.	
32	1984	
33	2046	diff.
34	2108	62
35	2170	
36	2232	
37	2294	
38	2356	
39	2418	
40	2480	
41	2542	
42	2604	
43	2666	
44	2728	
45	2790	

3. *Table à une livre de poudre.*

dég.	portées.	
35	2870 piés.	
36	2952	
37	3034	
38	3116	diff.
39	3198	82
40	3280	
41	3362	
42	3444	
43	3526	
44	3608	
45	3690	

LIV. II. CHAP. XII.

Pratique des Bombardiers du Roi examinée.

Je pourrois ajoûter ici divers autres de leurs calculs, mais comme ils sont tous faits sur un même raisonnement; j'ai crû que ceux-ci pouvoient suffire pour faire voir que comme ils ont crû que les portées augmentoient toûjours également à chaque dégré d'élévations du mortier, ils ont ajusté leurs tables à leurs sentimens, plûtôt que s'appliquer à faire des expériences exactes & fidéles, sans se laisser prévenir d'opinions de bienseance; qui sont presque toûjours fausses, comme est celle-ci, ainsi qu'il se verra dans la suite.

Voilà enfin tout ce que j'ai pû tirer de lumiére de ces Auteurs & de quantité d'autres de toutes Nations, qui sur cette matiére remettent tout à la pratique expérimentale du bon Canonier, ou suivent aveuglement les raisonnemens de ceux qui les ont dévancez & dont nous venons de parler. Reste donc maintenant à expliquer ce que l'on a reconû de véritable & de démonstratif sur ce sujet. Ce que je vai faire dans cette seconde partie.

L'ART

L'ART DE JETTER LES BOMBES,

Et de connoître l'étenduë des coups de volée d'un Canon en toutes sortes d'Elévations.

SECONDE PARTIE.

Pratiques de L'Art de Jetter les Bombes.

LIVRE PREMIER.

Pour les jets dont l'étenduë est au niveau des batteries par le moyen des sinus.

COmme la Théorie de cette doctrine est d'elle-même assez difficile & suppose des connoissances dont les principes doivent être raportés de loin; j'ai crû que pour embaraſſer d'autant moins l'esprit de ceux qui voudroient s'en servir avec quelque utilité, je ferois

LIV. I. Pratiques pour les jets, dont l'étenduë est au niveau des batteries & par le moïen des sinus.

LIV. I. bien de leur enſeigner premiérement les Pratiques, & de remettre dans la ſuite à leur donner l'explication de leurs raiſons & de leurs fondemens.

Pratique pour les jets, dont l'étenduë eſt au niveau des batteries & par le moyen des ſinus.

Ces pratiques ont été pour la plûpart inventées, ſur la doctrine de Galilée premier & principal Mathematicien du grand Duc de Toſcane, par Torricelli ſon diſciple & ſon ſucceſſeur : qui nous a premiérement expliqué que pour connoître les différentes portées des coups de volée d'une piéce d'Artillerie ou d'un mortier en toutes ſortes d'élévations, il faloit avant toutes choſes en faire une épreuve bien exacte, en tirant la piéce ou le mortier élevé ſous un angle bien connû, & meſurant l'étenduë de ſa portée avec toute la préciſion poſſible, pour en pouvoir faire un fondement certain pour toutes les autres : car d'une ſeule expérience ſûre & fidéle, l'on vient à la connoiſſance de tous les autres effets, en cette maniere.

CHAPITRE PREMIER.

Pour trouver l'étenduë d'un coup sur une élévation donnée.

LIV. I. CHAP. I. Pour trouver l'étenduë d'un coup sur une élévation donnée.

SI vous voulez sçavoir l'étenduë de la portée de vôtre piéce à telle autre élévation qu'il vous plaira, faites que comme le sinus du double de l'angle de l'élévation sous laquelle l'expérience a été faite, (que j'appellerai dorenavant la premiére élévation, est au sinus du double de l'angle de l'élévation proposée; ainsi l'étenduë de la portée connüe par l'expérience, (que j'appellerai aussi désormais la premiére portée,) soit à un autre. Et vous aurez ce que vous demandez.

Comme si ayant fait l'expérience de vôtre piéce élevée sous l'angle de 30 dégrez, vous avez trouvé qu'elle ait chassé préciséement à la longueur de 1000 toises ou 1000 autres mesures; pour sçavoir qu'elle sera la portée de la même piéce avec la même charge, lors-quelle sera élevée à l'angle de 45 dégrez; il faut prendre le sinus

LIV. I. CHAP. I.

Pour trouver l'étenduë d'un coup sur une élévation donnée.

de l'angle de 60 dégrez double de celui de la premiére élévation, qui est 8660, & en faire le premier terme de la régle de Trois, dont le second est finus de l'angle de 90 dégrez double de celui de l'élévation que l'on propose qui est 10000; & le troisiéme est le nombre des mesures de la premiére portée qui est 1000 toises, & les disposer en cette maniére.

Si 8660 me donnent 10000, que me donneront 1000? pour avoir près de 1155 toises pour la portée de la piéce élevée sous l'angle de 45 dégrez.

Où il faut remarquer que lors-que l'angle de l'inclination proposée est plus grand que 45 dégrez, il ne faut pas le doubler pour avoir le sinus que la régle demande; mais il faut à sa place prendre le sinus du double de son complément à l'angle droit. Comme si l'on propose l'élévation de la piéce à l'angle de 50 dégrez, il faut prendre le sinus de 80 dégrez double de 40 dégrez qui font le complément à l'angle droit du proposé de 50 dég.

CHA-

CHAPITRE II.

Trouver l'angle de l'élévation pour une étenduë donnée.

LIV. I CHAP. II. Trouver l'angle de l'élévation pour une étenduë donnée.

SI l'on vous donne une étenduë déterminée à laquelle on veut que la piéce chaſſe, pourvû que cette étenduë ne ſoit pas plus grande que celle de l'élévation de 45 dégrez: pour trouver l'angle de l'élévation qu'il faut donner à la piéce pour lui faire faire l'effet propoſé; il faut dire que comme la premiére portée eſt à l'étenduë que l'on propoſe, ainſi le ſinus du double de l'angle de la premiére élévation, ſoit à un autre. Et ce nombre ſera le ſinus du double de l'angle de l'élévation qu'il faut donner à la piéce.

Comme ſi l'on veut que le Canon ou le mortier porte à la diſtance de 800 toiſes ou 800 autres meſures, il faut que la premiére étenduë de 1000 toiſes, ſoit le premier terme de la régle de Trois, la portée propoſée de 800 toiſes ſoit le deuxiéme, & le

LIV. I CHAP. II.

troiſiéme ſoit 8660 ſinus de l'angle de 60 dégrez double de celui de 30 dégrez de la premiére élévation. En cette maniere.

Trouver l'angle de l'élévation pour une étenduë donnée.

Si 1000 toiſes font 800 to. que feront 8660 ? pour avoir 6928 qui eſt le ſinus de l'angle 43 dégrez 52, dont la moitié, c'eſt-à-dire 21. 56′, eſt l'angle de l'élévation que vous devez donner à la piéce pour faire l'effet propoſé. Et ſi vous ôtez les 21. 56′ de l'angle droit ou de 92 dégrez, vous aurez l'angle du complement de 68 dégrez 4′ que vous pourrez prendre pour l'élévation de vôtre piéce ; car elle chaſſera également loin, ſoit que vous l'éleviez à l'angle de 21. 56′, ou à celui de ſon complement 68. 4′.

CHAP. III.

CHAPITRE III.

Table des ſinus ſervant au jet des Bombes.

Table des Sinus ſervant au jet des Bombes.

POur plus grande facilité & pour ôter cet embaras que l'on a de

a de rechercher les ſinus du double des angles des élévations propoſées ; Galilée & Torricelli ont

LIV. I. CHAP. III. Table des ſinus ſervant au jet des Bombes.

dégrez.		portées.	dég.		portées.
90		0			0
89	1	349	65	25	7660
88	2	698	64	26	7880
87	3	1045	63	27	8090
86	4	1392	62	28	8290
85	5	1736	61	29	8480
84	6	2079	60	30	8660
83	7	2419	59	31	8829
82	8	2556	58	32	8988
81	9	3090	57	33	9135
80	10	3420	56	34	9272
79	11	3746	55	35	9397
78	12	4067	54	36	9511
77	13	4384	53	37	9613
76	14	4695	52	38	9703
75	15	5000	51	39	9781
74	16	5299	50	40	9848
73	17	5592	49	41	9903
72	18	5870	48	42	9945
71	19	6157	47	43	9976
70	20	6428	46	44	9994
69	21	6691	45	45	10000
68	22	6947			
67	23	7193			
66	24	7431			

fait des Tables que j'ai miſes ici, dans leſquelles on voit tout d'un coup les ſinus des angles que

LIV. I. CHAP. III. Table des sinus servant au jet Bombes.

l'on recherche. C'est-à-dire que ces tables ont été tirées de celles des sinus ordinaires, dont elles ne différent qu'en ce que les nombres qui répondent ici à chaque dégré, sont dans les tables ordinaires ceux qui répondent aux dégrez qui sont doubles de ceux-ci; car le nombre répondant ici à 1 dégré répond dans l'autre à 2 dégrés; celui qui répond ici à 2 dégrez répond dans l'autre à 4 dég.; celui de 20 dég. est de 40 dégrez dans l'autre. Et ainsi du reste.

CHAPITRE IV.

Usage de la Table pour trouver l'étenduë, sur une élévation donnée.

CHAP. VI. Usage de la Table pour trouver l'étenduë sur une élévation donnée.

L'Usage de cette table est facile. Car pour connoître l'étenduë sur une élévation proposée, il ne faut que prendre pour premier terme de la régle de Trois, le nombre qui répond à l'angle de la prémiére élévation, & pour second celui qui répond à l'angle de l'élévation proposée; & enfin le nom-

nombre des mesures de la premiére étenduê pour troisiéme terme; afin que par la régle vous ayez pour quatriéme l'étenduë que vous cherchez. LIV. I. CHAP. IV. Usage de la Table pour trouver l'étenduë sur une élévation donnée.

Comme si, nous servant des exemples que nous avons rapportez ci-devant, nous voulons savoir quelle sera la portée d'une piéce élevée à l'angle de 45 dégrez, supposé qu'elle ait chassé à la longueur de 1000 toises lorsqu'elle êtoit élevée à l'angle de 30 dégrez. Je dis ainsi.

Si 8660 répondant à 30. dég. me donnent 10000 répondant à 45 dég., que me donneront 1000 to. de la premiére portée; & j'aurai près de 1155 toises pour la portée que l'on demande.

CHAPITRE V.

Pour trouver l'élévation sur une étenduë donnée

CHAP. V. Pour trouver l'élévation sur une étenduë donnée.

AInsi pour savoir à quel angle je dois élever ma piéce pour la faire chasser à une distance donnée, qui ne soit pas plus grande que celle de 1155 to. qui est l'étenduë de la

LIV. I. CHAP. V.

Pour trouver l'élévation sur une étenduë donnée.

piéce élevée à 45 dégrez: je prens pour premier terme de ma régle la premiére étenduë, pour second l'étenduë proposée, pour troisiéme le nombre répondant dans la table à l'angle de la premiére élévation, & le quatriéme sera le nombre répondant à l'angle de l'élévation que l'on demande.

Comme si l'on veut faire chasser la piéce à la distance de 800 toises, il faut faire ainsi.

Si 1000 toises premiére étenduë, me donnent 800 toises étenduë proposée, que me donneront 8660 répondant à la premiére élévation? Et j'aurai 6928 dont le nombre le plus proche de la Table est 6947 qui répond aux angles de 22 dég. & de 68 dég. Qui sont ceux où je pourrai élever la piéce pour lui faire faire l'effet proposé.

Au reste le nombre 10000 de la plus grande portée de la Table n'a pas été pris au hazard: car outre que c'est celui que l'on donne ordinairement au sinus total dans la Table commune des sinus, d'où celle-ci a été tirée; c'est

c'eſt que la moitié de ce nombre, c'eſt à-dire 5000, réduite en pas Géometriques, marque aſſez juſtement la plus grande portée d'une Coulevrine de 30 livres de balle. LIV. I. CHAP. V. Pour trouver l'élévation ſur une étenduë donnée.

Nous pouvons joindre ici les autres tables que Galilée & Torricelli nous ont données, comme celle des hauteurs des jets en toutes ſortes d'élévation d'une même piéce également chargée; celle des hauteurs ou ſublimitez des jets dont les longueurs horizontales ſont égales en toutes élévations; & une troiſiéme que j'ai calculée de la proportion de la force qu'il faut imprimer au mobile pour le faire porter à une même longueur horizontale en toutes ſortes d'élévations.

CHAPITRE VI.

Table des hauteurs des jets de même force.

DAns la premiére, c'eſt-à-dire dans celle des hauteurs des jets en toutes ſortes d'élévation, lorſque la force eſt toûjours la même, (laquelle a beaucoup de liaiſon avec celle des étenduës que nous venons d'expli- CHAP. VI. Table des hauteurs des jets de même force.

LIV. I. CHAP. VI.

Table des hauteurs des jets de même force.

quer;) nous ne nous sommes pas servis des nombres qui se trouvent dans les tables de Galilée & de Torricelli; parce qu'ayant donné le nombre 10000 à la moitié de leur plus grande portée, ils mettent aussi le même nombre 10000 à la plus grande hauteur à cause que celle-ci, c'est-à-dire la hauteur du jet perpendiculaire, est égale à la moitié de la plus grande portée qui est celle de la piéce pointée sous l'angle de 45 dégrez. Mais comme nous avons supposé dans la table précédente que la plus grande portée étoit 10000, la plus grande hauteur sur ce pié ne peut être que de 5000. Et partant tous les nombres de nôtre table des hauteurs sont les moitiés de ceux de Galilée. Les nombres de la table des portées sont proportionels aux sinus du double des angles de l'élévation, & ceux de cette table des hauteurs, sont les quarts des sinus versés du double des mêmes angles, parce qu'ils sont les moitiés des nombres de la Table de Torricelli qui sont

LIV. I. CHAP. VI. Table des hauteurs des jets de même force.

Table des hauteurs des Iets pouſſez d'une même force dont la plus grande portée eſt 10000.

dég.	hauteur	dég.	hauteur.	dég.	hauteur.
1	1 1/2	31	1326	61	3825
2	6 1/2	32	1405	62	3898
3	14	33	1483	63	3969
4	25	34	1564	64	4039
5	38	35	1645	65	4107
6	54	36	1728	66	4173
7	75	37	1810	67	4237
8	97	38	1896	68	4298
9	123	39	1981	69	4352
10	151	40	2066	70	4415
11	182	41	2151	71	4470
12	216	42	2238	72	4522
13	253	43	2327	73	4572
14	292	44	2413	74	4620
15	335	45	2500	75	4665
16	380	46	2586	76	4708
17	427	47	2673	77	4748
18	477	48	2761	78	4783
19	530	49	2849	79	4818
20	585	50	2934	80	4849
21	642	51	3019	81	4878
22	701	52	3103	82	4903
23	763	53	3189	83	4925
24	842	54	3273	84	4945
25	893	55	3355	85	4962
26	961	56	3436	86	4975
27	1030	57	3517	87	4986
28	1102	58	3595	88	4998
29	1175	59	3674	89	4999
30	1249	60	3757	90	5000

LIV. I. CHAP. VI.

Table des hauteurs des jets de même force.

ſont les moitiés des mêmes ſinus.

L'uſage de cette table eſt tel. Connoiſſant l'étenduë d'un jet ſuivant un angle d'inclination, ſi l'on en veut ſavoir la hauteur, il faut faire que comme le nombre répondant à l'angle propoſé dans la table des portées eſt à l'êtenduë connuë de vôtre jet; ainſi le nombre répondant au même angle dans la table des hauteurs, ſoit à un autre? Qui vous donnera la hauteur que vous demandez; comme ſi la portée du jet ſous l'angle de 22 dégrez étant de 800 toiſes, je veux ſavoir ſa hauteur perpendiculaire, je prens pour premier terme de ma régle de Trois le nombre qui répond à 22 dég. dans la table des portées qui eſt 6947, pour ſecond terme 800 to. de la portée connuë, pour troiſiéme le nombre 701 répondant à l'angle de 22 dég. dans la table des hauteurs; & par la régle je trouve que la hauteur du jet que je demande eſt de 80 toiſes 4 piés 4 pouces.

Mais ſi la même portée de 800 to. venoit d'un jet fait ſous l'élévation de

68 dég. complement de l'angle de 22 dég.; il faudroit prendre, pour troiſiéme terme de la régle de Trois, le nombre qui répond dans la table des hauteurs à l'angle de 68 dég. qui eſt 4298; & par la régle nous aurions pour la hauteur du jet propoſé 494 toiſes 5 piés 8 pouces.

LIV. I. CHAP. VI. Table des hauteurs des jets de même force.

CHAPITRE VII.

Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étenduë.

VOici la ſeconde Table qui eſt celle des hauteurs & des ſublimitez des jets d'une même étenduë de portée en toutes ſortes d'élévations: cette étenduë ſuppoſée par tout égale à celle que nous avons priſe pour nôtre plus grande portée dans les autres tables, c'eſt-à-dire à 10000 parties; ce qui fait que tous les nombres de cette table, comme ceux des précédentes, ne ſont que la moitié de ceux qui ſe trouvent dans celles de Galilée & de Torricelli qui ont donné le

CHAP. VII. Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étenduë.

LIV. I. CHAP. VII.

Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étenduë.

Table des hauteurs & des sublimitez des jets dont l'étenduë en toutes élévations est toûjours la même, posée de 10000 *parties.*

dég.	haut.	subl.	dég.	haut.	subl.	
0.	0	infini.	90			
1	43	143225	89	25	1166	5361	65
2	87	71593	88	26	1219	5126	64
3	131	47703	87	27	1274	4906	63
4	175	35751	86	28	1329	4702	62
5	218	28575	85	29	1386	4510	61
6	262	23786	84	30	1443	4330	60
7	307	20361	83	31	1502	4160	59
8	352	17788	82	32	1562	4001	58
9	396	15784	81	33	1623	3849	57
10	441	14171	80	34	1686	3706	56
11	486	12861	79	35	1750	3570	55
12	531	11761	78	36	1816	3441	54
13	577	10828	77	37	1884	3317	53
14	623	10027	76	38	1953	3200	52
15	670	9330	75	39	2024	3087	51
16	717	8718	74	40	2098	2979	50
17	764	8177	73	41	2173	2876	49
18	812	7694	72	42	2251	2776	48
19	856	7260	71	43	2331	2681	47
20	910	6868	70	44	2414	2589	46
21	959	6512	69	45	2500	2500	45
22	1010	6187	68				
23	1061	5889	67				
24	1113	5615	66				
	subl.	haut.	dég.		subl.	haut.	dég.

le même nombre 10000 à l'étenduë de leur demi-parabole ; au lieu que nous en faisons celle de la parabole entié-

entiére ; d'où il arrive que tous les nombres des hauteurs ſont chacun le quart de ceux qui ſont les tangentes des angles d'élévation dans la Table ordinaire des ſinus, & ceux des ſublimitez ſont chacun le quart des tangentes du complément des mêmes angles.

LIV. I. CHAP. VII. Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étenduë.

Je ne m'arrêterai pas à vouloir faire comprendre ce que l'on entend par la ſublimité d'une parabole ou d'un jet, parce que tout cela ſera expliqué fort au long dans la troiſiéme partie de ce Livre. Je parlerai donc ſeulement de l'uſage de cette table, qui eſt tel ; que voulant ſavoir ſur une étenduë donnée, quelle doit être la ſublimité & la hauteur d'un jet ſur l'élévation d'un angle donné ? il faut faire que comme le nombre 10000 eſt à l'étenduë propoſée, ainſi ceux des hauteur & ſublimité qui répondent à l'angle donné dans la Table, ſont à d'autres ; qui ſeront ceux que l'on demande. Comme ſi l'étenduë propoſée étant de 800 toiſes, on veut ſavoir la hau-

LIV. I. CHAP. VII. Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étenduë.

hauteur & la sublimité du jet de cette longueur sous l'élévation de 26 dég. le premier terme de la régle de Trois est 10000, le second est 800, & le troisiéme pour la hauteur est 1219, qui donne pour quatriéme 93½. Le même troisiéme pour la sublimité est 5126 qui donne pour quatriéme 410. Ainsi la hauteur du jet sur cette hypothése sera de 93½ toises, & la sublimité de 410 toises. Ce qui est de particulier est qu'à l'élévation de l'angle de 64 dég. qui est le complement de l'angle proposé de 26 dég, les hauteurs & les sublimitez sont réciproques, c'est-à-dire que la hauteur est de 410 to., & la sublimité de 93½.

CHAPITRE VIII.

Table de la force des jets de même étenduë.

CHAP. VIII. Table de la force des jets de même étenduë.

LA table qui suit est faite en ajoûtant ensemble les hauteurs & les sublimitez de la précédente. Son usage est pour la proportion que la force qui a chassé le mobile à une certaine distan-

tance ſuivant un certain angle d'élévation, doit avoir à une force qui pourra chaſſer le même mobile ou ſon égal à la même diſtance ſuivant tout autre dégré d'élévation ; c'eſt-à-dire que la force du jet parcourant un certain eſpace ſous l'angle de 22 dég. ou de ſon complement à l'angle droit qui eſt de 68 dég., ſera à la force du jet parcourant le même eſpace ſous l'angle de 35 dég. ou de 55 dég. qui eſt ſon complement à un droit, comme le nombre 7197 répondant à 22 dég. eſt à 5321 répondant à 35 dégrez. L'on voit par cette table que de tous les jets d'une même étenduë ; celui où il faut moins de force eſt le jet qui ſe fait ſous l'élévation de 45 dégrez, & qu'il faut que la force augmente à meſure que l'élévation s'éloigne du demi droit vers la perpendiculaire ou vers l'horizontale ; ainſi il faudroit une force infinie pour faire parcourir un eſpace de niveau quel qu'il puiſſe être ſous l'élévation de 90 & de 0 dégrez, c'eſt-à-dire lors que le jet

LIV. I. CHAP. VIII. Table de la force des jets de même étenduë.

eſt

LIV. I. CHAP. VIII.

Table de la force qu'il faut donner aux Jets de même étenduë en toutes sortes d'Elévation.

Table de la force des jets de méme étenduë.

dég. 0	90	infini.				
1	89	143268		25	65	6527
2	88	71680		26	64	6345
3	87	47834		27	63	6180.
4	86	35926		28	62	6031
5	85	28793		29	61	5896
6	84	24048		30	60	5773
7	83	20668		31	59	5662
8	82	18140		32	58	5563
9	81	16180		33	57	5473
10	80	14569		34	56	5393
11	79	13347		35	55	5321
12	78	12293		36	54	5272
13	77	11405		37	53	5201
14	76	10650		38	52	5153
15	75	10000		39	51	5112
16	74	9435		40	50	5077
17	73	8941		41	49	5049
18	72	8606		42	48	5027
19	71	8121		43	47	5012
20	70	7778		44	46	5003
21	69	7472		45	45	5000
22	68	7197				
23	67	6950				
24	66	6728				

eſt ou à plomb ou de niveau; ce qui ſera expliqué dans la quatriéme partie de ce Livre.

Au

LIV. I. CHAP. VIII. Table de la force des jets de même étenduë.

Au reſte il eſt bon de ſavoir que c'eſt ſur la table des portées expliquée ci-devant, que j'ai calculé celles qui ſe voient dans la premiére partie de ce Livre, pour être comparées à celle de Diego Ufano, & aux autres. Je crois qu'il eſt inutile de dire que les angles d'élévation doivent être donnez ou meſurez ſur la piéce avec l'Equerre diviſée par dégrez, & non pas par celle de Tartaglia qui eſt diviſée en 12. points.

LIV. II.

LIVRE SECOND,

Pratiques des jets dont l'étenduë eſt au niveau des batteries, par le moïen des inſtrumens.

CHAPITRE PREMIER.

CHAP. I. Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.

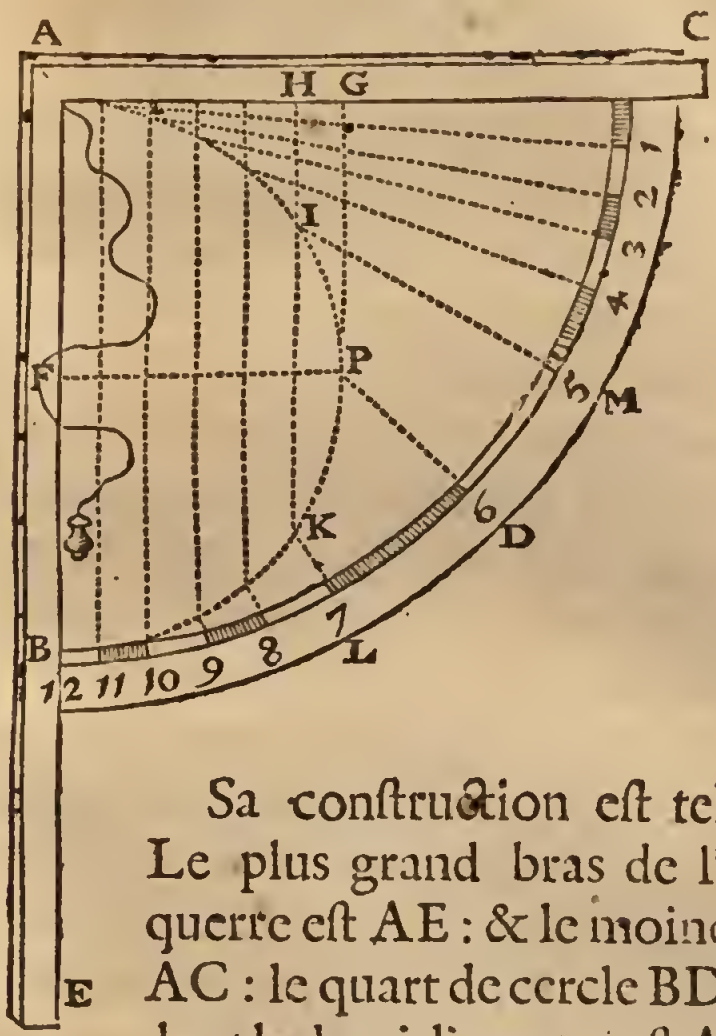
Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.

MAis parce que la plûpart des Canoniers eſt accoutumée à cette Equerre de 12 points, le même Torricelli a trouvé le moïen de la rectifier & de la mettre en état que l'on s'en puiſſe ſervir utilement par la connoiſſance des portées. Sa figure eſt la même que celle de Tartaglia, compoſée de deux bras inégaux formans un angle droit, d'un quart de cercle, & d'un plomb attaché par un filet à l'angle ; le plus grand bras ſe met dans la piéce & le quart de cercle eſt diviſé en 12 points à commencer du plus petit bras de l'Equerre, & chaque point en 12 minutes. Toute la diffé-

différence eſt en la diviſion de ces points & de ces minutes, qui ſont êgaux de l'Equerre de Tartaglia & fort inégaux dans celle-ci.

LIV. II. CHAP. I.

Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.



Sa conſtruction eſt telle. Le plus grand bras de l'Equerre eſt AE : & le moindre AC : le quart de cercle BDC: dont le demi diametre eſt AB; ſur lequel comme ſur un diametre il faut décrire le demi cercle APB ſur le centre F, & mener FP perpendiculaire à AB qui ſera par conſéquent

LIV. II. CHAP. I.

Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.

parallele à AC ; puis du point P, élever P G parallele à A B, qui coupe A C en G ; en-suite il faut couper la droite AG en 6 parties êgales comme aux points G & H &c., d'où il faut laisser tomber des droits paralleles au côté A B qui coupent le demi cercle chacune en deux points comme H K aux points I & K &c ; enfin du point A, par les points où le demi cercle est coupé par ces paralleles, il faut mener des droits jusqu'au quart de cercle BDC, qui le couperont en douze parties inégales qui seront les douze points de l'Equerre. Comme la droite APD tirée du point A par le point P marquera le sixiéme point de l'Equerre, AIM le cinquiéme, AKL le septiéme, & ainsi des autres. Où il faut remarquer que la largeur des points, qui sont également êloignés du sixiéme, est êgale, comme D L est êgal à D M largeur du cinquiéme & septiéme point, ainsi celles du huitiéme & du quatriéme &c.

Et comme il seroit peut-être difficile

cile de trouver préciſément le prémier & le ſécond point de l'Equerre, qui commencent toûjours du côté du plus petit bras A C ; il ne faut que les faire égaux au douziéme & à l'onziéme qui leur répondent & dont la grandeur ſe trouve avec facilité.

LIV. II. CHAP. I. Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.

Pour avoir les minutes, il ne faut que diviſer chacune des parties égales de la ligne AG comme HG &c. en 12 autres portions égales, & de chaque point de diviſion abaiſſer des droites paralleles à A B, qui couperont le demi cercle chacune en deux points, par leſquels menant des lignes droites du point A juſqu'au quart de cercle BDC, elles y marqueront les minutes que l'on demande.

J'oubliois à dire que le plomb eſt attaché par un filet au point A de l'angle de l'équerre.

L'uſage de cét Equerre eſt tres facile: car les points y ont entr'eux la même proportion que des portées d'une piéce élevée ſuivant les angles qu'ils font ſur l'Equerre ; c'eſt-à-dire que

LIV. II. CHAP. II.

Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.

la portée d'une piéce élevée au quatriéme point eſt double de la portée de la même piéce élevée au ſecond point ; & quadruple de la portée au premier point, comme le nombre 4 eſt double du nombre 2, & quadruple du nombre 1 &c.

Il ſuffit donc de mettre ſon plus grand bras dans l'ame de la piéce, & remarquer par le moïen du filet quel eſt le point de ſon élévation ? Et par l'expérience d'un ſeul coup, dont il faut meſurer exactement la portée, l'on peut aſſez bien juger de la portée de la même piéce avec la même charge dans toutes ſortes d'élévation, en faiſant une régle des trois. Comme ſi la portée de vôtre piéce élevée par exemple au deuxiéme point a été de 800 toiſes, pour ſavoir quelle ſera ſa portée lors-qu'elle ſera élevée au cinquiéme point ? il faut dire.

Si 2 donnent 800: que donneront 5 ? pour avoir 2000 toiſes pour la portée de la piéce au cinquiéme point. Où il faut remarquer qu'au lieu des points

qui

qui ſont au-deſſus du ſixiéme comme le ſeptiéme, le huitiéme, le neuviéme, le dixiéme & l'onziéme; il faut, pour faire les régles de trois, prendre ceux qui leur répondent au deſſous du même ſixiéme, comme le cinquiéme au lieu du ſeptiéme, le quatriéme au lieu du huitiéme, le troiſiéme au lieu du neuviéme, le ſecond au lieu du dixiéme & le premier au lieu de l'onziéme. Car, comme nous avons dit, les portées des points également éloignées du ſixiéme ſont égales, comme celles du ſeptiéme égales à celles du cinquiéme, celles du huitiéme égales à celles du quatriéme, celles du neuviéme à celles du troiſiéme, & ainſi des autres.

LIV. II. CHAP. I. Par l'Equerre des Canoniers rectifiée.

Si vous voulez ſavoir ſur la même ſuppoſition, à quel point vous devez élever vôtre piéce pour lui donner une portée de 1500 toiſes; il faut faire vôtre régle de trois en cette maniére.

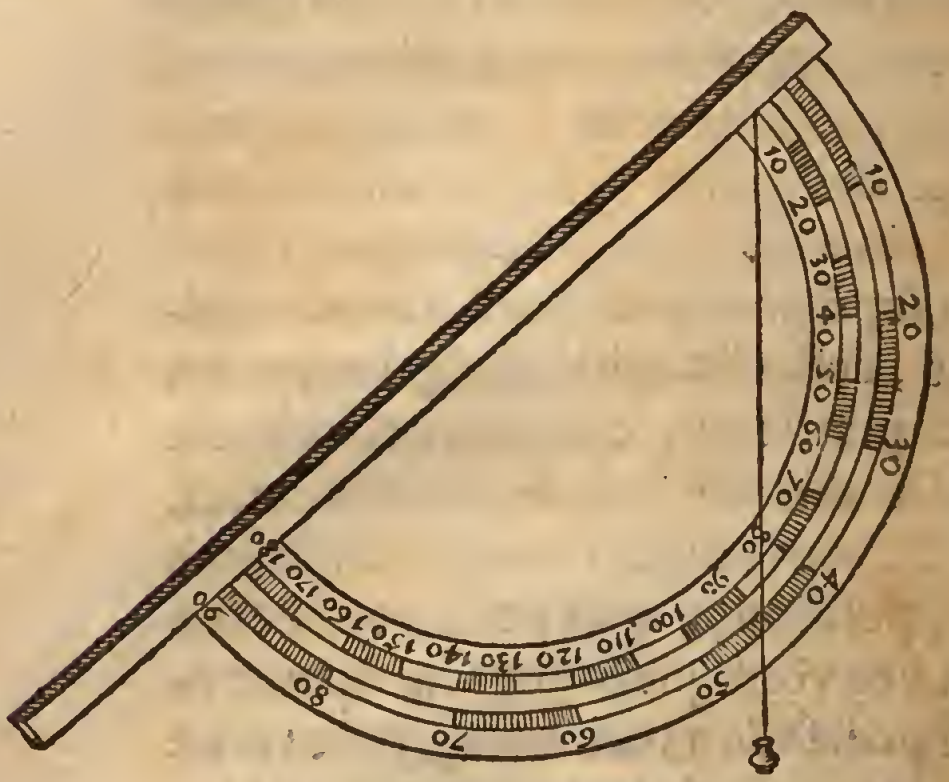
Si 800 donnent 2 : que donneront 1500 ? Et vous aurez $3\frac{3}{4}$; c'eſt-à-dire trois points & 9 minut. au-deſſous du ſixiéme, ou huit points & 3 minut. au-deſſus, & ainſi du reſte. CHA-

CHAPITRE II.

Par le demi cercle de Torricelli.

LIV. II. CHAP. II. Par le demi cercle de Torricelli.

VOici encore un autre instrument composé pour le même effet. C'est un demi cercle divisé sur son bord intérieur en 180 dégrez à l'ordinaire, & seulement en 90 parties sur celui de dehors, dont le dia-



metre est prolongé par un bout; & à l'autre, par lequel la division se commence, il y a un plomb attaché à un filet qui marque sur le bord extérieur du demi cercle les dégrez de l'angle

de

de l'élévation de la piéce lors-que l'on met dans l'ame le bout du diametre prolongé, & les dégrez qui leur répondent sur le bord intérieur, sont ceux dont il faut prendre les sinus.

LIV. II. CHAP. II. Par le demi cercle de Torricelli.

Son usage est assez prompt, car comme dans cét instrument les sinus des dégrez qui répondent à ceux des angles de l'élévation de la piéce sont en même raison que l'étenduë des portées; après avoir mesuré exactement l'une des mêmes portées suivant un certain angle d'élévation; pour avoir l'étenduë d'une autre suivant un autre angle, il ne faut que faire une régle de Trois dont le premier terme doit être le sinus des dégrez répondans à ceux de l'angle sur lequel s'est fait l'expérience; le second terme doit être le sinus des dégrez répondant à ceux de l'angle proposé; le troisiéme doit être l'étenduë de la portée connuë en mesures par l'expérience; & le quatriéme sera l'étenduë que vous cherchez. Comme si vous avez trouvé par une expérience

LIV. II. CHAP. II.

Par le demi cercle de Torricelli.

tres-exacte que l'étenduë de la portée de vôtre piéce élevée par exemple ſous un angle de 30 dég. ait été de 1500 toiſes: pour ſavoir à combien de toiſes elle portera lors-que vous l'éleverez ſeulement ſous un angle de 20. dégrez ? Parce que les dégrez qui répondent, ſur le bord interne de l'Equerre à ceux de l'élévation de 30 dégrez ſont 60 dég. qui ont 8660 pour ſinus, & ceux qui répondent à l'élévation de 20 dégrez ſont 40 dégrez qui ont pour ſinus 6427 : je fais ma régle en cette maniére :

Si 8660 donnent 6427 que donneront 1500 ? Et j'aurai près de 1114 toiſes pour l'étenduë de la portée que l'on demande.

Ainſi pour ſavoir quelle ſera la plus grande portée de la piéce, c'eſt-à-dire lors-qu'elle ſera élevée à l'angle de 45 dég. qui ont pour répondans 90 dég. dont le ſinus eſt 10000 : je fais ainſi :

Si 8660 donnent 10000 que donneront 1500? pour avoir environ 1732 toiſes pour la plus grande portée que l'on recherche. Mais

LIV. II. CHAP. II. Par le demi cercle de Torricelli.

Mais si l'on veut sur la même hypothése, savoir à quel angle il faut élever la piéce ou le mortier pour le faire porter à une distance proposée, pourvû qu'elle n'excéde point celle à laquelle la piéce élevée à l'angle de 45 dégrez peut porter; il faut faire une autre régle de trois, dont le premier terme sera l'étenduë de la portée de la piéce connuë en mesures par l'expérience que l'on en a faite; le second terme sera l'étenduë de la portée que l'on propose; & le troisiéme doit être le sinus des dégrez répondans à ceux de l'élévation sous laquelle on a fait l'expérience; afin que par la régle on ait pour quatriéme terme, le sinus des dég. décrits dans le bord intérieur de l'Equerre, dont les répondans sur le bord de dehors sont ceux de l'élévation que l'on demande.

Comme si l'on désire savoir à quel angle il faut élever la piéce pour la faire porter à la longueur de 1200 toises, supposé qu'elle ait chassé à

LIV. II. CHAP. II.

Par le demi cercle de Torricelli.

celle de 1500 toises sous l'élévation de 30 dégrez qui ont 60 dégrez pour répondans sur le bord intérieur de l'Equerre, dont le sinus est 8660. Je fais ma régle de trois en cette maniére.

Si 1500 donnent 1200: que donneront 8660? Et j'aurai pour quatriéme terme 6928 sinus de l'angle de 43 dégrez 51 min. qui ont pour correspondant sur le bord extérieur de l'Equerre 2156′ qui sont ceux de l'élévation que l'on demande; aussi bien que 684′. qui sont leur complément à l'angle droit.

Si par la régle vous trouviez que vôtre quatriéme terme fut un nombre plus grand que ceux qui sont contenus dans la Table des sinus, c'est-à-dire plus grand que celui que vous auriez pris pour sinus total; ce seroit une marque que la distance proposée seroit plus grande que celle à laquelle elle peut porter avec la même charge. Comme si l'on demandoit à quel angle elle devroit étre élevée pour la faire chasser à la longueur de 1800 toi-

toises ? faisant la régle de trois comme nous l'avons enseignée, l'on trouveroit pour quatriéme terme ce nombre 10392 ; lequel étant plus grand que celui de 10000 qui est sinus total dans cette hypothése où le sinus de 60 dégrez est 8660 ; fait voir que la piéce ne peut pas chasser à cette distance : ce qui est conforme à ce que nous avons fait voir ci-devant, que sa plus grande portée qui est sous l'angle de 45 dégrez n'étoit que d'environ 1732 toises.

LIV. II. CHAP. II. Par le demi cercle de Torricelli.

CHAPITRE III.

Par un autre instrument sans le besoin des sinus.

TOutes ces pratiques sont faciles & assurées : mais comme il y faut avoir incessamment recours à la Table des sinus, qu'il seroit peut-être difficile d'avoir toûjours présente ; le même Torricelli a recherché le moïen de s'en passer ajoûtant diverses lignes dans l'Equerre dont nous venons d'enseigner la description & l'usage. Voici donc ce qu'il fait.

CHAP. III. Par un autre instrument sans le besoin des sinus.

LIV. II. CHAP. III.

Par un autre instrument sans le besoin des sinus.

Il se contente de la division du bord extérieur du demi cercle en 90 dég.; & ayant mené un rayon perpendiculaire au diametre, il le divise en un tres grand nombre de parties égales, comme par exemple en p. 200; qu'il commence à conter du centre du demi cercle. En-suite de chaque dégré marqué dans son bord, il tire des droites, qu'il appelle des guides, paralleles au diametre qui passent au travers de ce rayon divisé, & vont répondre aux dégrez qui sont les complemens à l'angle droit de ceux d'où elles sont parties; c'est-à-dire que la droite tirée par exemple du 10 dégré, tombe sur le 80; & celle qui vient du 20 tombe sur le 70. Et ainsi des autres.

Maintenant comme les portions du rayon divisé contenuës entre chacune des guides & le centre du demi cercle, sont égales aux sinus du double des angles d'où les guides ont été tirées; il ne faut que prendre le nombre des parties égales du rayon divisé compriſes entre le centre & les guides.

&

& s'en ſervir pour termes des régles de trois au lieu des ſinus. LIV II. CHAP. III.

Par un autre inſtrument ſans le beſoin des ſinus.

Comme dans la même ſuppoſition; parce que la guide du 30 dég. coupe le rayon de telle ſorte qu'il y a 173 parties égales juſqu'au centre; & celle du 20 dégré le coupe où il y en a 128 $\frac{1}{2}$.

Pour ſavoir quelle ſera la portée de la piéce élevée au 20 dégré, ſuppoſé qu'au 30 elle ait chaſſé à la longueur de 1500 toiſes, je fais ma régle de trois en cette maniére.

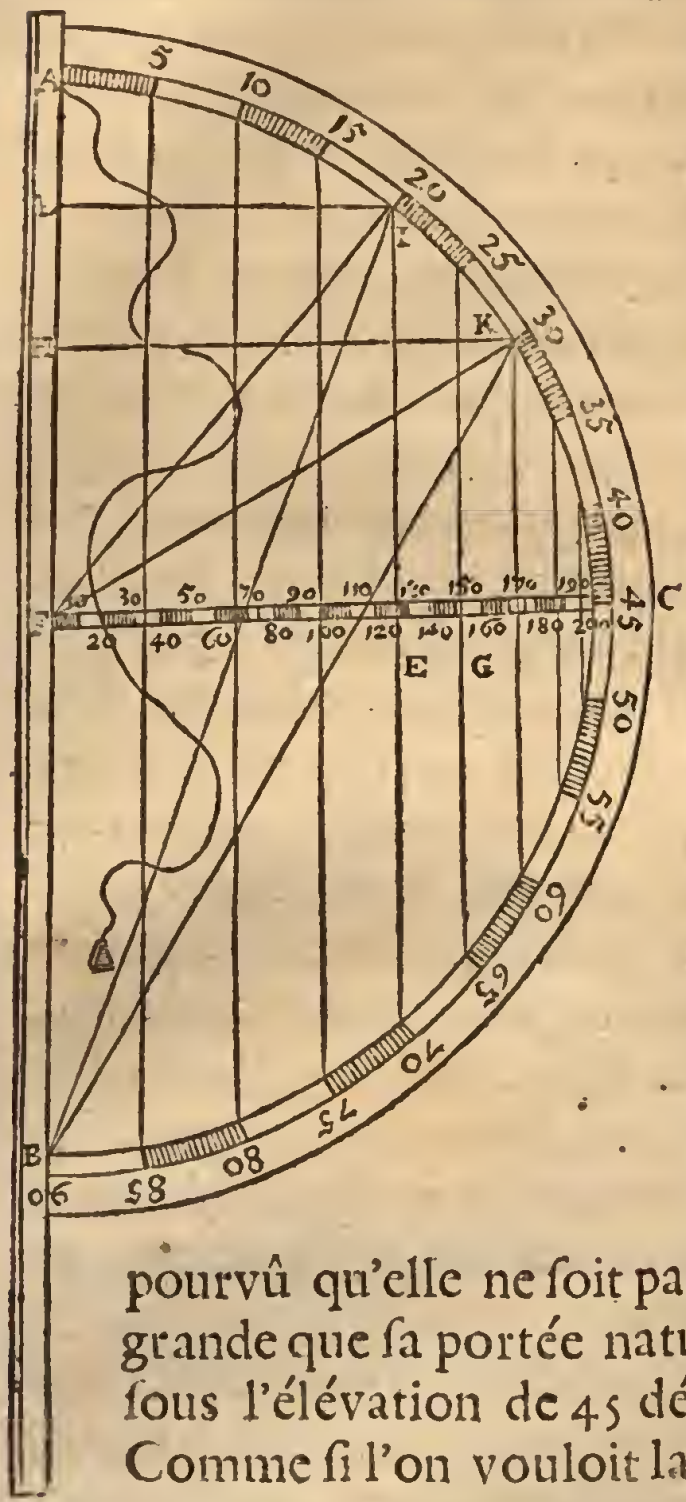
Si 173 donnent 1500 toiſes, que donneront 128 $\frac{1}{2}$? & j'aurai les mêmes 1114 toiſes pour la portée de la piéce à l'élévation propoſée de 20 dégrez.

Ainſi pour connoître ſur la même hypothéſe la plus grande portée de la piéce, c'eſt-à-dire lors-qu'elle eſt élevée à l'angle de 45 dégrez qui a le rayon entier ou les 200 parties ſous ſa guide; je fais ma régle de trois en cette ſorte.

Si 173 donnent 1500 toiſes: que donneront 200? Pour avoir toûjours à peu près les mêmes 1732 toiſes.

LIV. II. CHAP. III. Par un autre instrument sans le besoin des sinus.

Mais si l'on veut savoir à quel angle on doit élever a piéce pour la faire chasser à une distance proposée,



pourvû qu'elle ne soit pas plus grande que sa portée naturelle sous l'élévation de 45 dégrez. Comme si l'on vouloit la faire porter à la longueur de 1200 toises; il

il faudroit disposer les termes de la régle de Trois en cette maniére.

LIV II. CHAP. III. Par un autre instrument sans le besoin des sinus.

Si 1500 toises donnent 173 parties: que donneront 1200 ? pour avoir $138\frac{1}{2}$ parties sur lesquelles tombe la Guide de l'angle 21 dégré 56′ & de son complément à l'angle droit 68 dég. 4′. qui sont les angles de l'élévation que l'on doit donner à la piéce pour la faire chasser à la distance proposée de 1200 toises.

L'on peut par la même régle connoître si la distance proposée est dans les termes de la portée de la piéce ; car si les nombres des parties qui viennent pour quatriéme terme de la régle de Trois, excédent 200 c'est-à-dire le nombre de parties contenuës dans le rayon divisé ; l'on pourra dire que la piéce ne sauroit porter avec la même charge à la longueur que l'on a proposé.

Comme si l'on demandoit l'angle de l'élévation de la piéce pour la faire porter à la longueur de 1800 toises ? En faisant ainsi la régle de Trois.

Si

LIV. II. CHAP. III.

Si 1500 donnent 173 : que donneront 1800 ?

Par un autre instrument sans le besoin des sinus.

Je trouve qu'il me vient pour quatriéme terme 207 $\frac{3}{5}$ parties, qui surpassent les 200 parties contenuës dans le rayon divisé ; & qui me font connoître que la piéce ne peut pas porter, à cette distance. C'est ce qui convient à ce que nous avons dit ci-devant, faisant voir que sa plus grande portée est seulement de près de 1732 toises.

LI-

LIVRE TROISIEME.

Pratiques des jets dont l'étenduë n'eſt pas au niveau des batteries.

NOus ajoûterons ici diverſes pratiques pour la réſolution de pluſieurs cas différens de ceux que nous avons expliquez & qui peuvent arriver ſur le même ſujet, & premiérement.

CHAPITRE PREMIER.

Portée de but en blanc d'une piéce élevée au-deſſus du plan horizontal.

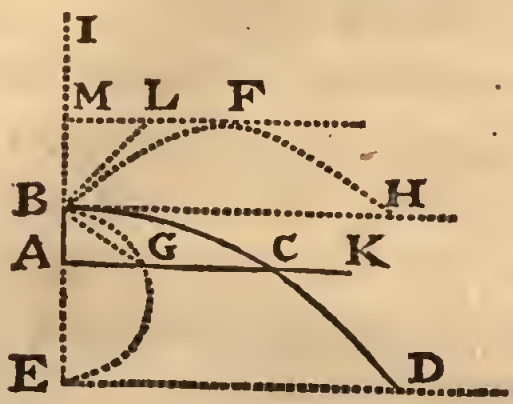
CHAP. I. Portée de but en blanc d'une piéce élevée audeſſus du plan horizontal.

POur ſavoir à quelle diſtance d'un plan horizontal, une piéce pointée du but en blanc & poſée au deſſus du niveau du même plan, pourra porter ? Comme dans cette figure où la ligne de niveau de la campagne eſt A K ſur laquelle la piéce eſt élevée de la hauteur perpendiculaire A B : pour connoître le point C dans la droite A K où le boulet arrivera partant de la piéce en B pointée du but en

LIV. III. CHAP. I.

en blanc, c'eſt-à-dire ſuivant la direction horizontale B H ?

Portée de but en blanc d'une piéce élevée au deſſus du plan horizontal.



Comme je ſuppoſe que l'on connoiſſe la plus grande portée de la piéce ſous l'élévation de 45 dégrez qui ſoit par exemple B H, & la hauteur A B ; je multiplie la moitié de B H par A B, & le double de la racine quarrée du produit, me donne la longueur ſur le plan horizontal A C que je cherche. Comme ſi la hauteur perpendiculaire A B, étoit par exemple de 15 piés c'eſt-à-dire de $2\frac{1}{2}$ toiſes, & la plus grande portée de 1732 toiſes ; je multiplie 866 moitié de 1702 par $2\frac{1}{2}$, & du produit 2165 je prens la racine quarrée 46 dont le double 92 toiſes eſt la longueur A C demandée. Dans la même hypothéſe ſi la hauteur perpendiculaire A B étoit de 30 piés, c'eſt-à-dire 5 toiſes, je multiplie-

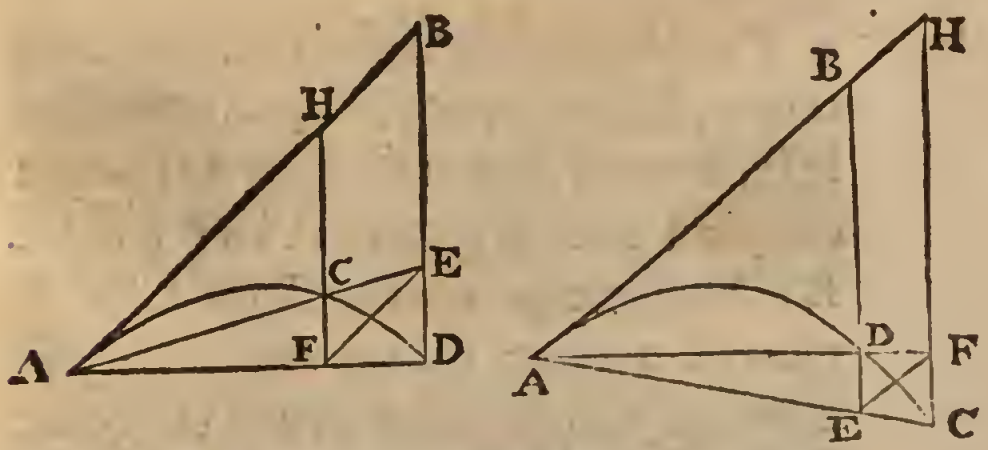
plierois 866 moitié de la plus grande portée par 5 & du produit 4330, je prendrois la racine quarrée 65, dont le double 130 toiſes me feroit la longueur demandée A C. LIV. III. CHAP. I.

CHAPITRE II.

Portée ſur un plan incliné d'une piéce pointée ſous un angle donné. CHAP. II.

Portée ſur un plan incliné d'une piéce pointée ſous un angle donné.

POur ſavoir à qu'elle diſtance d'un plan incliné au deſſus ou au deſſous de l'horizon, le boulet d'une piéce pointée ſous un angle donné, touchera? Comme dans cette figure. Pour connoître à quel point du



plan A E incliné au deſſus ou au deſſous de l'horizon AF, arrivera le boulet

LIV. III. CHAP. II.

let d'une piéce ou d'un mortier pointé ſuivant l'angle de l'inclination DA B: il faut faire deux régles de Trois?

Portée ſur un plan incliné d'une piéce pointée ſous un angle donné.

La prémiére pour trouver la longueur horizontale A F en faiſant que comme *la tangente de l'angle* de l'inclination de la piéce D A B eſt à *la tangente de l'angle* de l'inclination du plan D A E; ainſi l'amplitude A D de la parabole A C D trouvée par les tables, ſoit à une autre, qui ſera la longueur D F; laquelle étant ôtée de la même amplitude ſi le plan eſt incliné ſur l'horizon, ou étant ajoûtée s'il eſt au-deſſous, donne la longueur horizontale A F

Par la ſeconde régle de Trois, l'on trouve la longueur A C, car comme le ſinus total eſt à la ſécante de l'angle du plan D A E, ainſi A F eſt à A C. La hauteur perpendiculaire C F ſe trouve avec la même facilité; car comme le ſinus total eſt à la tangente du même angle du plan D A E, ainſi A F eſt à C F.

Com-

LIV. III. CHAP. II.

Portée sur un plan incliné d'une piéce pointée sous un angle donné.

Comme si l'angle de l'inclination du plan D A E au-dessus ou au-dessous de l'horizon est de 25 dég., & l'angle de l'inclination de la piéce D A B de 43 dégrez. Supposant que la plus grande portée sous l'Angle de 45 dégrez soit de 1732 toises ; sa portée sous l'angle de 43 dégrez sera de 1647 ; & partant disposant nôtre premiére régle de Trois en sorte que comme 93252 tangente de 43 dégrez, est à 46631 tangente de 25 dégrez ; ainsi 1647 qui est l'amplitude A D est à $823\frac{1}{2}$ qui est la longueur D F : laquelle êtant ôtée du nombre 1647 qui est A D donne aussi 823_2 pour la longueur horizontale A F si le plan est incliné au-dessus de l'horizon, ou bien êtant ajoûté à la même amplitude 1647 donne 2470 pour la même longueur si le plan est incliné sous l'horizon.

Maintenant si je fais que comme 100000 sinus total est à 110338 sécante de l'angle du plan F A C, ainsi A F longueur horizontale du plan incli-

LIV. III. CHAP. II.

Portée sur un plan incliné d'une piéce pointée sous un angle donné.

incliné {sur l'horizon 823 1/2 / sous l'horiz. 2470} est à un autre; j'aurai pour la longueur du plan incliné A C {sur l'horizon 908 to. / sous l'horiz. 2725 to.}

Ainsi faisant que comme le sinus total 100000 est à 46631 tangente du même angle F A C ; ainsi la même longueur horizontale A F du plan incliné {sur l'horizon 823 1/2 / sous l'horiz. 2470} est à un autre ; j'aurai pour la hauteur perpendiculaire C F

{sur l'horizon 384 toises. / sous l'horizon 1151 toises.}

En la même maniére si nous supposons que l'angle de l'inclination du plan FAC soit de 15 dég. au dessus ou au dessous de l'horizon : celui de l'inclination du mortier FAB de 32 dégrez ; & la plus grande portée de la bombe à 45 dég. de 600 toises, qui par conséquent à 32 dégrez donnera 539 to. : si je fais que comme 62487 tangente de l'angle de 32 dégrez est à 26795 tangente de l'angle FAC de

15 dégrez ; ainſi l'amplitude A D 539. to. eſt à une autre ; J'aurai 229 pour la longueur F D, qui dans le cas que l'inclination ſoit { ſur l'horizon étant ôté de / ſous l'horiz. étant ajoûtée a } 539, donne { 310 / 768 } pour la longueur horizontale A F.

LIV. III. CHAP. II. Portée ſur un plan incliné d'une piéce pointée ſous un angle donné.

Maintenant ſi je fais que comme le ſinus total 100000 eſt à 103528 ſécante de l'angle F A C de 15 dégrez ; ainſi A F { 310 ſur l'horizon / 768 ſous l'horizon } eſt à un autre ; j'aurai pour la longueur du plan incliné A C { 321 to. ſur / 795 to. ſous } l'horizon. Et ſi je fais que comme le ſinus total 100000 eſt à 26795 tangente du même angle de 15 dégrez ; ainſi A F { 310 ſur / 770 ſous } l'horizon, eſt à un autre ; j'aurai pour la hauteur perpendiculaire C F { 83 to. ſur / 206 to. ſous } l'horiz.

CHA-

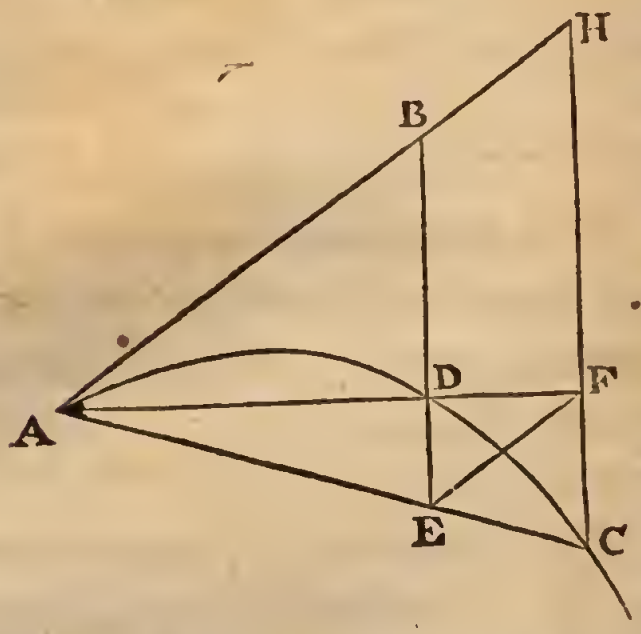
LIV. II. CHAP. III.

CHAPITRE III.

Trouver l'angle de l'élévation de la piéce.

Trouver l'angle de l'élevation de la piece.

CEtte pratique eſt de Torricelli qui n'a rien dit de la converſe de ſa propoſition qui eſt beaucoup plus difficile. C'eſt-à-dire lors-que la longueur & l'inclination d'un plan étant donnée au-deſſus ou au-deſſous du niveau d'une batterie, l'on veut ſavoir à quel dégré il faut élever ſa piéce ou ſon mortier pour la faire chaſſer à cette longueur ? Comme ſi l'angle F A C & la longueur AC étant donnez, & par conſéquent la hauteur perpendiculaire FC & la longueur horizontale AF; l'on



l'on demande quel doit être l'angle FAB, ſuivant lequel la piéce ou le mortier doit être dreſſé pour faire paſſer le boulet ou la bombe par le point C. LIV. III. CHAP. III. Trouver l'angle de l'élévation de la piéce.

En voici diverſes régles dont je nommerai les Auteurs dans la troiſiéme partie de ce diſcours, lors-que j'expliquerai les propoſitions d'où les régles ont été tirées.

CHAPITRE IV.

Premiére Pratique par les ſinus.

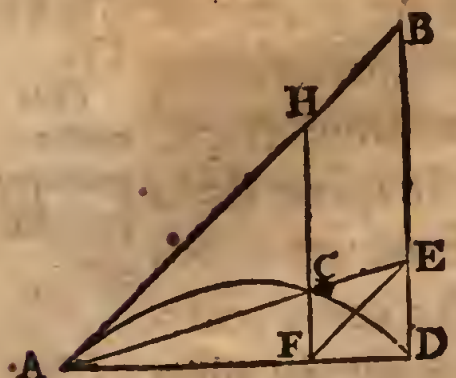
1. DIviſez le quarré de la moitié de la longueur horizontale A F par la hauteur perpendiculaire C F, ajoûtez au Quotient le quart de la plus grande portée. En-ſuite faites que comme ce quart eſt à cette ſomme, ainſi le ſinus de l'angle du plan FAC ſoit à un autre ſinus, dont l'angle étant ajoûté à celui de l'inclination du plan, donne le double de l'angle de l'élévation de la piéce ou du mortier que l'on demande. CHAP. IV. Premiére pratique par les ſinus.

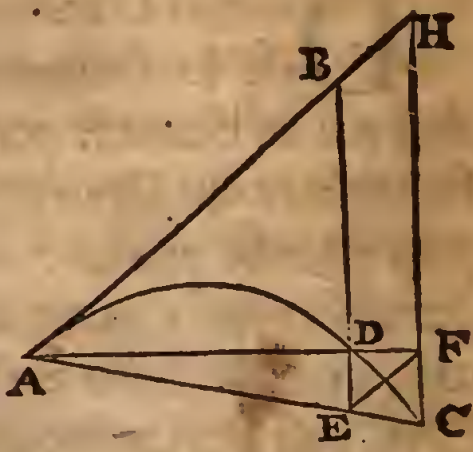
LIV. III. CHAP. III.

Trouver l'angle de l'élévation de la piéce.

Comme dans l'exemple pris ci-devant, posant que l'angle de l'inclination du plan A C au-dessus du niveau des batteries AF est de 15 dég.; l'élévation perpendiculaire CF de 83 toises; longueur horizontale AF de 310 to.; & la plus grande portée du mortier à l'angle de 45 dég. de 600 toises. Pour trouver quel angle d'élévation il faut donner au mortier pour faire porter la bombe du point A par exemple dans un château sur une montagne en C ?

Je prens premiérement 155 qui est la moitié de la distance horizontale





AF, dont le quarré 24025 divisé par la hauteur perpendiculaire CF 83, fait au Quotient 289; à quoi j'ajoûte 150 qui est le quart de la plus grande portée,

tée, & j'ai 439. Puis je fais que comme ce même quart 150 est à cette somme 439, ainsi 25882 sinus de l'angle FAC de 15 dég. soit à un autre, c'est-à-dire à 75747 qui est le sinus de 49. 14′ & de son complement à deux droits 130. 46′; j'ajoûte 15 dégrez, à l'un & à l'autre & j'ai 64. 14′ & 145. 46′ dont les moitiés 32. 7′ & 72. 53′. sont les angles de la direction du mortier que l'on recherche. C'est-à-dire qu'élevant le mortier suivant l'un ou l'autre de ces deux angles, la bombe partant du point A avec une force capable de la porter à la longueur de 600 to. sous l'angle de 45 dégrez, ira frapper au point C élevé sur l'horizon des batteries à la hauteur de 83 to. & éloigné horizontalement de 310 to.

LIV. III. CHAP. III. Trouver l'angle de l'élévation de la piéce.

LIV. III. CHAP. V. Seconde pratique par les Sinus.

CHAPITRE V.

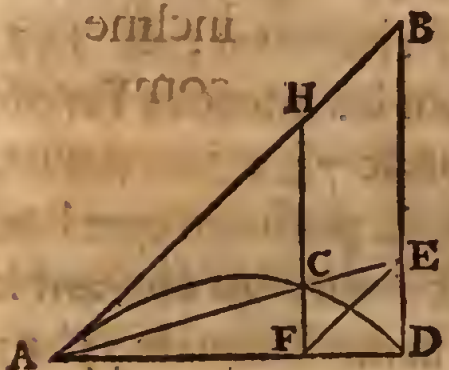
Seconde pratique par les sinus.

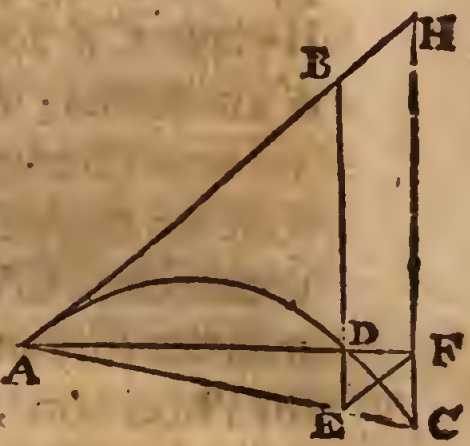
2. FAites que comme la moitié de la plus grande portée est à la moitié de la distance horizontale, ainsi le sinus total soit à un autre, auquel il faut ajoûter la tangente de l'inclination du plan s'il est incliné sur l'horizon, ou l'ôter s'il est incliné au-dessous. Puis faire que comme le sinus total est au sinus du complement de l'angle du plan, ainsi cette somme ou différence soit à une autre, & vous aurez le sinus d'un angle auquel ajoûtant l'angle du plan l'inclination étant au-dessus, ou l'ôtant si elle est au-dessous, & prenant la moitié de la somme ou de la différence, vous aurez l'angle de la direction du mortier que vous cherchez.

Comme dans la même hypothése si le plan est incliné sur l'horizon: multipliant 155 moitié de la distance horizontale A F par le sinus droit 100000, & divisant le produit 15500000

LIV. III. CHAP. V. Seconde pratique par les sinus.

15500000 par 300, qui eſt la moitié de la plus grande portée, j'ai 51666 : à quoi j'ajoûte 26795 tangente de l'angle du plan de 15 dég. & la ſomme eſt 78455 ; que je multiplie par 96593 ſinus de 75 dég. complement de l'angle du plan ; & je diviſe le produit 7578203815 par le ſinus total





100000, pour avoir 75782 ſinus de l'angle de 49. 16′ & de ſon complement à deux droits 130 44′ ; & ajoûtant 15 dég. de l'angle du plan à l'un & à l'autre, j'ai 64. 16′. & 145. 44′ dont les moitiés me donnent 32. 8′ & 72. 52′ pour les angles que l'on demande.

Et ſi le plan eſt incliné ſous l'horizon ; j'ôte 26795 tangente de l'angle du plan, de la ſomme trouvée 51666.

LIV. III. CHAP. V.

Seconde pratique par les sinus.

Et le reste est 24865, que je multiplie par les mêmes 96593 sinus de 75 dég. complement de l'angle du plan FAC; dont le produit 2402364503 doit être divisé par le sinus total 100000, & le Quotient 24023 est sinus de l'angle de 13. 54′, & de son complement à deux droits 166. 6′. Enfin ôtant 13. 54′. de 1 dég., & 15 dég. de 166. 6′. Il vient 1. 6′ sous l'horizon, & 151. 6′ au-dessus; dont les moitiés savoir 33′ sous l'horizon & 75. 33′ au-dessus, sont les angles de la position que l'on recherche. C'est-à-dire qu'élevant le mortier suivant la direction de 75. 33′ sur l'horizon, ou l'abaissant suivant celle de 33′ au-dessous, la bombe partant du point A, ira fraper au point C abaissé sous le nivéau de la batterie de la hauteur perpendiculaire FC.

CHA-

CHAPITRE VI.

Troiſiéme pratique par les ſinus.

LIV. III. CHAP. VI. Troiſiéme pratique par les ſinus.

3. MUltipliez le ſinus du complement de l'angle du plan par la diſtance horizontale, & diviſez le produit par la plus grande portée; le Quotient ſera un nombre auquel ajoûtant celui de la même inclination ſi elle eſt ſur l'horizon, ou l'ôtant ſi elle eſt deſſous; l'on aura le ſinus d'un angle auquel il faut ajoûter ou ôter l'angle de l'Inclination du plan, & prendre la moitié de la ſomme ou de la différence pour avoir celui de la poſition du mortier que l'on demande.

Comme ſi je multiplie 96593 ſinus de 75 dég. complement de l'inclination du plan ſur l'horizon, par 310 longueur horizontale; & diviſant le produit 29943830 par 600 de la plus grande portée, j'ajoûte au Quotient 49906 le ſinus de la même inclination 25882, il viendra 75788 qui eſt le ſinus de l'angle de 49. 16′ & de ſon com-

LIV. III. CHAP. VI. Troisiéme pratique par les sinus.

complement à deux droits 130 44′, à quoi ajoûtant 15 dég. de l'élévation du plan, j'ai 64. 16′, & 145. 44′, dont la moitié qui est 32. 8′ & 75. 52′ sont les angles de l'élévation que je dois donner au mortier.

Si le plan avoit été incliné sous l'horizon, j'aurois ôté du même nombre 49906 le même sinus 25882, & le reste m'auroit donné 24024 sinus de l'angle de 13. 54′ & de son complement à deux droits 166. 6′; ainsi ôtant 13. 54′ de 15 dég., & 15 dég. de 166. 6′: il vient 1. 6′ sous l'horizon & 151. 6′ au-dessus, dont la moitié 33′ sous l'horizon & 75. 33′ au-dessus, sont les angles de position demandez.

CHAPITRE VII

Quatriéme pratique par les sinus.

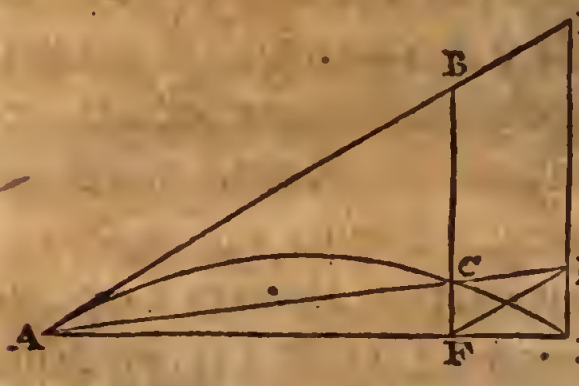
CHAP. VII. Quatriéme pratique par les sinus.

4. SI le plan est incliné sur l'horizon, ôtez de la plus grande portée la hauteur perpendiculaire, & multipliez le reste par la même hauteur; puis ayant divisé le produit par

la

la longueur du plan incliné, ôtez le quotient de la même longueur; & prenez la moitié du reſte, qu'il faut ajoûter au même quotient. En-ſuite il faut faire que comme cette ſomme eſt à la moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total eſt à un autre; & vous aurez la ſécante d'un angle, auquel ajoûtant ou ôtant l'angle du plan il vient un autre angle qu'il faut ôter ou ajoûter à l'angle droit, pour en avoir encore un autre dont la moitié eſt le complement de l'angle de l'élévation du mortier que l'on recherche.

LIV. II. CHAP. VI. Quatriéme pratique par les ſinus.



Comme ſi demeurant dans la même ſuppoſition, il faloit tirer dans un château ſur une montagne en C élevé ſur le plan de la batterie AF de la hauteur perpendiculaire FC 83 to., à la diſtance de 320 to. ſur le plan

LIV. III. CHAP. VII. Quatriéme pratique par les sinus.

AC incliné de 15 dég. sur le niveau de la batterie ; supposant la plus grande portée du mortier de 600 to. après avoir ôté la hauteur FC 83 to de 600; je multiplie le reste 517 par FC 83; & je divise le produit 42911 par AC 320, pour avoir 134 au quotient, que j'ôte de AC 320, puis je prens la moitié du reste 186 qui est 93 que j'ajoute au quotient 134, & j'ai 227. En-suite je fais que comme 227 est à 300 moitié de la plus grande portée, ainsi 100000 sinus total est à un autre ; & j'aurai 132158 sécante de l'angle de 40. 50′ auquel ajoûtant ou ôtant l'angle du plan de 13 dég., il vient 55, 50′, & 25. 50′ qu'il faut ôter ou ajoûter à 90 dégrez pour avoir 43. 10′ & 115. 50 dont les moitiés sont 57. 5′ & 57. 55′, qui sont les complemens de 72. 58′ & 32. 5′ angles de la position du mortier que l'on demande.

Si l'inclination du plan est sous l'horizon ajoûtez la plus grande portée à la hauteur perpendiculaire & multipliez la somme par la même hau-

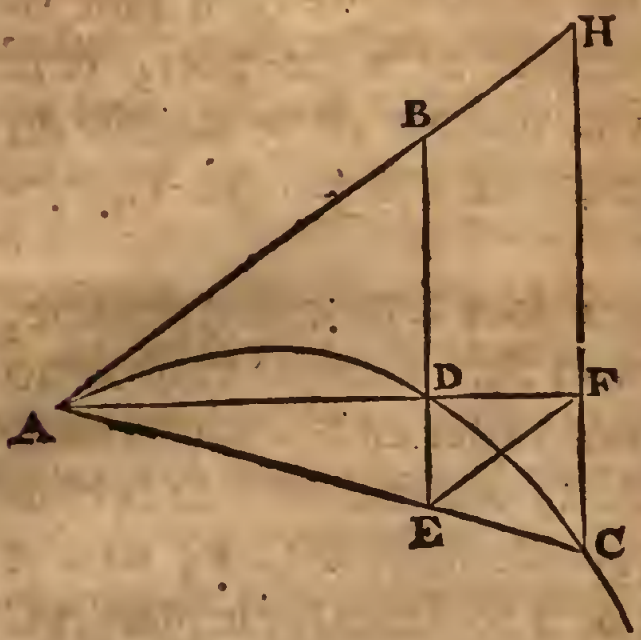
hauteur : puis ayant diviſé le produit par la longueur du plan incliné, ajoûtez le Quotient à la même longueur & ôtez le même Quotient de la moitié de la ſomme; en-ſuite faites que comme ce reſte eſt à la moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total eſt à un autre, qui ſera la ſécante d'un angle, duquel ôtant ou ajoûtant l'angle du plan, il vient un autre angle qu'il faut ôter ou ajoûter à l'angle droit; & le reſte où la ſomme eſt le double du complement de l'angle que l'on recherche.

LIV. II. CHAP. VII. Quatriéme pratique par le ſinus.

Comme dans la même hypothéſe, il faloit tirer dans quelque endroit au fonds d'une vallée en C abaiſſé ſous le niveau de la batterie A F de la hauteur perpendiculaire F C 83 to. à la diſtance de 320 toiſes ſur le plan AC incliné de 15 dégrez, ſuppoſant toûjours la plus grande portée de 600 toiſes. Ayant ajoûté la plus grande portée 600 à la hauteur perpendiculaire 83; je multiplie leur ſomme 683 par la

LIV. III. CHAP. VII. Quatriéme pratique par les sinus.

même hauteur 83, & je divise le produit 56689 par 320 longueur du plan incliné, qui me fait 177 au quotient; lequel ajoûté à la même longueur 320, fait 497 dont la moitié est 249, d'où j'ôte le même quotient 177, & j'ai 72 pour le reste. En-suite ayant multiplié le sinus total 100000 par la moitié de la plus grande portée 300 & divisé le produit 3000000 par 72, il vient 41666 qui est la sécante de l'angle 76 7′ duquel ôtant & ajoûtant l'angle du plan 15 dégrez j'ai 61. 7′ & 91. 7′. Puis ôtant le premier & ajoûtant le dernier à 90 dégrez, il me vient 28. 53′ & 181. 7′ dont



7′ dont la moitié eſt 14. 26′ ½, & 90. 33 ½, complemens de 75. 33 ½, ſur l'horizon, & de 33 ½ au-deſſous, pour la poſition du mortier que l'on demande. LIV. III. CHAP. VII.

CHAPITRE VIII.

Cinquiéme Pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.

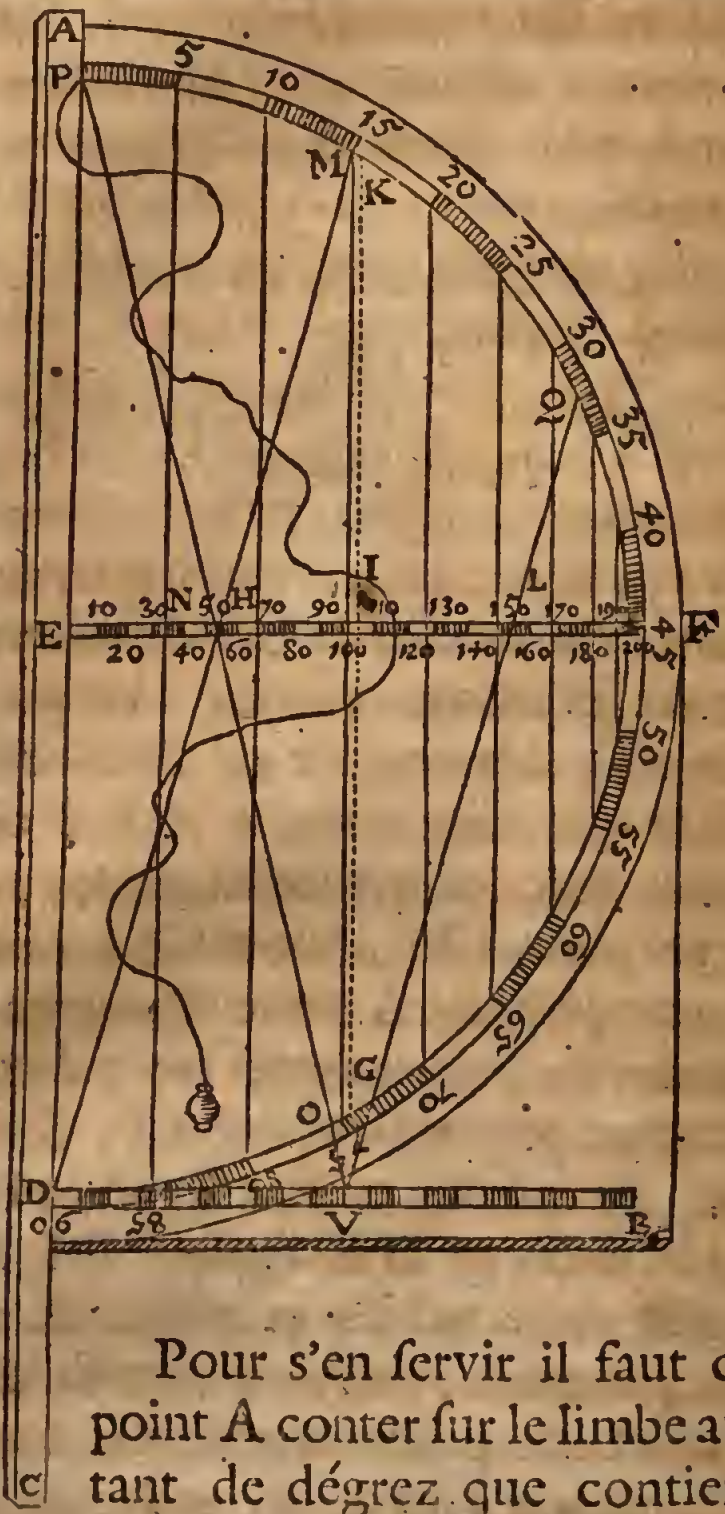
CHAP. VIII. Cinquiéme pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.

IL y a des inſtrumens qui peuvent ſans s'embaraſſer de tant de calcul, donner les mêmes angles. Le premier eſt le demi cercle de Torricelli A F D que nous avons expliqué ci-devant avec les diviſions tant des 90 dégrez autour du limbe entier à commencer du point A, que d'un grand nombre de parties égales ſur le demi diametre perpendiculaire E F, il ne faut qu'y ajoûter en bas au point D, une touchante D B égale à E F & diviſée en la même maniére, & avoir, outre le plomb pendant en A, un filet qui puiſſe couler au long de la droite D B & s'étendre de là

LIV. III. CHAP. VIII.

Cinquiéme pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.

sur toutes les parties du demi cercle.



Pour s'en servir il faut du point A conter sur le limbe autant de dégrez que contient l'angle de l'inclination du plan comme

me de A en M ; & apliquant le filet de D en M coupant la droite E F en H, conter combien il y a de parties entre E & H. En-ſuite il faut prendre ſur D B la droite DV & ſon égale E I ſur EF ; de ſorte que DB ſoit à DV, comme la plus grande portée eſt à la diſtance horizontale donnée, & contant de I en L vers le point F, (ſi l'inclination eſt ſur l'horizon ;) ou de I en N vers E (ſi elle eſt au-deſſous,) autant de parties qu'il y en a de E en H, dreſſer le filet de V par les points L ou N, qui touchera le cercle s'il n'y a qu'une ſolution ; ou le coupera en deux points, comme G, Q ou O, P ; s'il y en a deux, ou ne le rencontrera point du tout, ſi le probleme eſt impoſſible. Et les points de la rencontre G : Q : ou O : P : ſeront ceux que l'on recherche : en-ſorte que mettant le grand bras DC dans l'ame du mortier & le dreſſant de maniére que le plomb pendant en A tombe ſur G : Q : ou O : P : la Bombe ſera porteé au point où l'on veut qu'elle aille.

LIV. III. CHAP. VIII. Cinquiéme pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.

Com-

LIV. III. CHAP. VIII. Cinquiéme pratique par le demi cercle de Torcelli rectifié.

Comme dans nôtre exemple supposé que l'angle de l'inclination du plan soit de 15 dég, la distance horizontale de 310 toises, la plus grande portée de 600 to., & les droites E F & D B partagées en 200 parties. Il faut premiérement prendre 15 dég. depuis A jusqu'en M & menant le filet D H M remarquer qu'il y a 53 p. depuis E jusqu'en H sur la droite E F; en-suite si l'on fait que comme la plus grande portée 600 to., est à la distance horizontale 310 to., ainsi la ligne E F 200 p. est à une autre; l'on aura D V & E I de 103 p., auxquelles ajoûtant I L de 53 p., (si l'inclination est sur l'horizon,) l'on aura E L de 156 p.; & passant le filet du point V par L, il coupera le demi cercle aux points Q de 32 dégrez & G de 73 qui sont les angles de la position du mortier que l'on demande, mettant le bras de l'Equerre D C dans l'âme & élevant le mortier en-sorte que le plomb pendant en A tombe sur les points de 32 ou de 73 dégrez.

Si l'inclination du plan étoit ſous l'horizon, il auroit falu ôter la droite E H ou I N 53 p. de la ligne E I 103 p., afin d'avoir E N. de 50 p. ; puis faire paſſer le filet du point V par le point N, qui auroit coupé le demi cercle au point O 75 ½ dég & au point P. ½ dégré au delà de la droite A D. Ce qui fait voir que les angles de la poſition du mortier ſont en ce cas de 75 ½ dég. ſur l'horizon & d'un demi dégré au-deſſous. C'eſt-à-dire que le bras D C étant miș dans l'ame du mortier, il faut le hauſſer en-ſorte que le plomb tombe ſur le point O de 75. 30', ou l'abaiſſer de maniére que le même plomb coupe le demi cercle prolongé au delà du diametre A D au point P à la diſtance d'un demi dégré depuis le point A.

LIV. III. CHAP. VIII. Cinquiéme pratique par le demi cercle de Torricelli rectifié.

LIV. IV. LIVRE QUATRIE'ME.

Pratique Universelle.

CHAPITRE PREMIER.

Construction d'un instrument pour toutes sortes de jets.

CHAP. I. Construction d'un instrument pour toutes sortes de jets.

VOici encore un autre instrument qui n'est pas moins ingénieux que celui de Torricelli, & qui peut servir pour toutes sortes de portées, soit qu'on les demande dans l'étenduë du niveau des batteries, soit qu'on veüille les faire porter sur des plans êlevez ou abaissez au-dessus ou au-dessous du même niveau.

C'est un quarré A B C D dont l'un des côtez comme A B porte à l'un des bouts comme A le plomb attaché à un filet, l'autre B est prolongé vers E, afin que la branche B E puisse entrer dans l'ame du Canon ou du mortier. Le même côté A B est le diametre du

du demi cercle A H B dont le centre est en F & qui doit être premiérement diviſé en 90 parties égales, ainſi que celui de Torricelli, à commencer du point A ſur un des limbes; & ſur l'autre, chaque quart de cercle HA & HB doit être auſſi diviſé en 90 dégrez à commencer du point H. Le demidiametre perpendiculaire F H continué juſqu'en G, en-ſorte que HG ſoit égale à F H, doit être auſſi partagé en un tres-grand nombre de parties égales à commencer du point F; & l'on fait paſſer, par chacun de ſes points, des Guides paralleles au diametre A B & traverſant juſqu'aux deux côtez oppoſez AC: BD: qui par ce moïen ſe trouveront diviſez comme la droite F G. Il faut enfin qu'il y ait un filet attaché au centre F. Voilà tout ce qu'il faut pour ſa conſtruction.

LIV. IV. CHAP. I. Conſtruction d'un inſtrument pour toutes ſortes de jets.

CHA-

LIV. IV. CHAP. II.

CHAPITRE II.

Son usage pour les portées qui sont au niveau des batteries.

Son usage pour les portées qui sont au niveau des batteries.

L'Usage en est tel. Si connoissant la portée d'un Canon ou d'un mortier sous un angle donné, l'on veut savoir quelle sera celle de la même piéce sous un autre angle ? il faut mettre la pointe du compas simple sur les dégrez du premier angle donné, marquez sur le limbe qui commence du point A, & l'ouvrant de la grandeur du demi diametre du même limbe, le tourner sur la droite F G & remarquer à quel nombre de parties il répond vers le point G. ; il en faut ensuite faire autant sur les dégrez du second angle : car les parties de la droite F G coupées par le premier angle sont aux parties coupées par le second, comme l'étenduë de la portée connuë sous l'élévation du premier angle, est à celle que l'on cherche sous l'élévation du second.

Com-

LIV. IV. CHAP. II.

Son usage pour les portées qui sont au niveau des batteries.

Comme si le côté F G étant divisé en 400 parties, l'on propose quelle sera la portée d'un mortier élevé de 40 dégrez, supposé qu'il ait chassé à la longueur de 400 to. sous l'élévation de 21. dég. ? Il faut ouvrir le compas de la grandeur du demi diametre F A, & l'aïant posé sur le bord du demi cercle au point de 21 dégrez, le tourner du côté de G sur la droite F G, & remarquer à quel point il répond de la même ligne, qui sera dans cét exemple au point 266. En-suite ayant posé la pointe du compas sur le point de 30 dégrez, il faut voir où il coupe la même F G qui doit être au point 346. Enfin il faut faire que comme 266 est à 346, ainsi la portée du mortier donnée de 400 toises sous l'angle de 21 dégrez est à un autre ; & l'on aura peu plus de 520 toises pour la portée du même mortier élevé sous l'angle de 30 dégrez.

Si posant la portée de 400 toises sous l'élévation de 21 dég. l'on vouloit savoir à quel angle il faudroit l'élever

LIV. IV. CHAP. II.

Son usage pour les portées qui sont au niveau des batteries.

lever pour chasser à 520 to. ? Ayant mis la pointe du compas sur 21. dég., & vû qu'il coupe 266 parties sur la droite FG, il faut faire que comme la portée de 400 to. est à celle de 520 to. ainsi 266 soit à un autre ; & il viendra 346. au point duquel sur la droite G F il faut mettre la pointe du compas toûjours ouvert de la grandeur du demi diametre F A, & voir où il coupera le demi cercle comme aux poins 30 & 60. Qui sont les angles de l'élévation du mortier pour le faire chasser à la distance de 520 to., supposé qu'il ait porté à celle de 400 to. sous l'élévation de 21 dégrez.

CHAPITRE III.

Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

CHAP. III.

Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

LA difficulté n'est pas plus grande pour déterminer les portées vers les endroits élevez ou abaissez sous l'horizon ; supposé que l'on connoisse la plus grande portée de la piéce ou du mor-

mortier, l'angle de l'inclination du plan & la distance horizontale, si c'est l'angle de l'élévation du mortier que l'on cherche : ou que l'on connoisse les angles du plan & du mortier avec la plus grande portée, si c'est la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou enfin la hauteur perpendiculaire que l'on demande.

LIV. IV. CHAP. III. Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

CHAPITRE IV.

Trouver l'élévation de la piéce, quand l'inclination est au-dessus du niveau des batteries.

AU premier cas, il faut faire que comme la plus grande portée est à la distance horizontale donnée, ainsi les parties contenuës dans la droite FG, soient à un nombre de parties de la même ligne. En-suite il faut étendre le filet attaché au centre F & le faisant passer par le dégré de l'inclination du plan marqué sur le bord du quart de cercle de H vers B (si l'incli-

CHAP. IV. Trouver l'élévation de la piéce, quand l'inclination est au-dessus du niveau des batteries.

na-

LIV. IV. CHAP. IV.

nation eſt au-deſſus de l'horizon,) ou de H vers A (ſi elle eſt au-deſſous,) voir en quel point il coupera la Guide qui paſſe par le nombre de parties de la droite F G que nous avons marquées; car le point ſera le centre d'un arc de cercle dont le rayon eſt ce qui reſte de la même guide depuis ce point juſqu'au côté B D du quarré, & qui touchera ou coupera le demi cercle en des points qui marqueront les angles de la poſition du mortier que l'on demande.

Trouver l'élévation de la piéce, quand l'inclination eſt au-deſſus du niveau des batteries.

Comme dans l'exemple que nous avons rapporté ci-devant; ou nous avons ſuppoſé la plus grande portée de 600 to., & que le point où l'on veut tirer eſt dans un plan incliné 15 dég. au-deſſus ou au-deſſous de l'horizon des batteries à la diſtance horizontale de 310 to.; il faut premiérement faire que comme 600 to. eſt à 310, ainſi 400 parties de la droite FG eſt au nombre 206 qui répond au point I ſur la même F G, par où il faut entendre que paſſe la Guide K I O parallele au dia-

me-

metre A B ; en-ſuite en faiſant paſſer le filet du point F par Q où il y a 15 dég. depuis H vers B (ſi l'élévation eſt ſur l'horizon,) remarquer le point L où il coupera la Guide I K ; & ce point L, ſera le centre ſur lequel mettant la pointe du compas ouvert de l'étenduë L K, & décrivant un arc de cercle, il touchera le demi cercle, ſi le probleme n'a qu'une ſolution ; ou le coupera en deux points comme M *m* s'il en a deux ; ou ne le rencontrera point du tout, s'il eſt impoſſible ; & les points de la rencontre M *m* marqueront ſur le bord intérieur du demi cercle, dont les dégrez commencent du point A, les angles de la poſition du mortier que l'on demande. C'eſt-à-dire que dans nôtre hypothéſe le point M donnera l'angle de 32 dég. & *m* celui de 72 ; ſur leſquels il faut que le plomb pendant en A tombe, lors-que le bras B E eſt au dedans de l'ame du mortier.

LIV. IV. CHAP. IV.

Trouver l'élévation de la piéce, quand l'inclination eſt au-deſſus du niveau des batteries.

LIV. IV. CHAP. V

CHAPITRE V.

Trouver l'élévation de la piéce, quand l'inclination eſt au-deſſus du niveau des batteries.

Trouver l'élévation de la piéce, quand l'inclination eſt au-deſſus du niveau des batteries.

SI ſur la même ſuppoſition, l'inclination du plan étoit au-deſſous du niveau de la batterie, il faudroit prendre l'arc de 15 dégré de ſon inclination du point H vers A comme H R, & paſſant le filet du point F par R, voir où il coupe la Guide KIO comme en S, où mettant la pointe du compas, ouvert de l'étenduë S K, faire l'arc K P *p* qui coupera le demi cercle en P où il y a 75. 30', & en *p* au délà du point A à la diſtance de 30'. qui ſont ceux de la poſition du mortier que l'on cherche. De maniére que le hauſſant de telle ſorte que le bras BE. étant dans l'ame du mortier, le plomb tombe du point A ſur 75°, 30', où le baiſſant tellement qu'il tombe ſur le point *p* au delà du point A de 30', la bombe ira frapper au lieu abaiſſé ſous l'horizon comme on le demande.

CHA-

LIV. IV. CHAP. VI. Trouver la distance horizontale ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

CHAPITRE VI.

Trouver la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

MAintenant supposant que l'angle de l'inclination du plan soit toûjours de 15 dégrez sur le niveau des batteries, la plus grande portée de 600 toises & un angle donné de l'élévation du mortier de 72 dégrez. Si l'on veut savoir quelle sera la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou même la hauteur perpendiculaire à laquelle la bombe arrivera sur le plan ? Il faut du point Q où répond l'angle du plan sur le limbe des dégrez du demi cercle qui commencent au point H, prendre avec le compas la distance Q *m*, c'est-à-dire jusqu'au point qui répond sur l'autre limbe à 72 dégrez de l'angle donné de l'élévation du mortier, & la raporter du même point Q sur l'autre côté du demi cercle comme au point M; puis faisant passer le filet

LIV IV. CHAP. VI.

Trouver la distance horizontale ou la longueur du plan incliné ou la perpendiculaire.

par les deux points M & voir où il coupera le côté B D comme en T ; car B K double de B T donnera la distance horizontale F I de 206 parties ; & par conséquent la guide I K & le point L où elle est coupée par le filet F Q ; & raportant les droites F L & I L sur F G, vous trouverez 213 p. pour la longueur du plan incliné F L, & 55 p. pour la hauteur perpendiculaire I L. De sorte que faisant que comme les 400 parties de la droite F G sont aux 600 toises de la plus grande portée, ainsi les trois nombres de parties 206 : 213 : 55 : sont à d'autres ; nous aurons 310 to. pour la distance horizontale F I, 320 to. pour l'inclinée F L, & 83 to. pour la hauteur perpendiculaire I L.

Si le plan êtoit incliné sous l'horizon & l'angle de l'élévation du mortier donné de 75. 30′, il faudroit mettre le compas sur le point R où répond l'angle du plan sous l'horizon, & l'ayant êtenduë jusqu'en P. où sont marquées les 75. 30′ de l'angle donné

né du mortier, le tourner de l'autre côté en *p* où il coupe le demi cercle prolongé au delà du point A ; & par les points *p* : P : faire passer le filet jusqu'à ce qu'il coupe le côté du quarré B D comme en T ; car le double de la droite BT pris sur la droite FG, donnera la longueur de la distance horizontale & la Guide qui lui répond, & par conséquent le point S, & la longueur de la distance sur le plan incliné F S, & celle de la hauteur perpendiculaire IS ; qui sur cette hypothése seront toujours les mêmes, c'est-à-dire que l'on aura 310 to. pour la distance horizontale F I, 83 to. pour la hauteur perpendiculaire sous le niveau de la batterie I S ; & 320 to. pour la longueur du plan incliné F S.

LIV. IV. CHAP. VI. Trouver la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

LIVRE CINQUIEME.

Application du compas de proportion aux jets des Bombes.

CHAPITRE PREMIER.

Pour les portées qui ſont au niveau des batteries.

CHAP. I. Uſage du compas de proportion pour les portées qui ſont au niveau des batteries.

CEux qui ſavent bien l'uſage du compas de proportion ordinaire, pourront utilement s'en ſervir pour le jet des Bombes ſur toutes ſortes de plans, ſoit qu'ils ſoient dans le niveau des batteries, ſoit qu'ils ſoient inclinez au-deſſus ou au-deſſous du même niveau, ſans avoir beſoin d'aucunes tables ni d'aucun autre inſtrument que d'un compas commun. Car prenant ſur la ligne des cordes le double des ſinus des angles propoſés, l'on pourra leur trouver des proportionelles ſur celle des parties égales.

Ainſi connoiſſant la portée horizontale d'une piéce ou d'un mortier ſuivant

vant la direction d'un angle donné; si l'on veut savoir quelle sera la portée de la même piéce suivant la direction d'un autre angle? il faut premiérement prendre sur la ligne des cordes la longueur de celle du quadruple du premier angle proposé, & la rapporter transversalement sur les parties égales aux points répondans à l'étenduë de la premiére portée; puis prendre sur les cordes la longueur de celle qui répond au quadruple du second angle proposé, & voir du côté des parties égales quels sont les points ausquels cette grandeur peut être apliquée transversalement; car ce seront ceux qui marqueront l'étenduë de la seconde portée que l'on demande.

LIV. V. CHAP. I. Usage du compas de proportion pour les portées qui sont au niveau des batteries.

Comme dans l'exemple proposé ci-devant où la portée d'une bombe tirée sous l'élévation de 21 dég. est de 400 to.; si l'on demande quelle sera celle du même mortier élevé sous l'angle de 30 dégrez? Je prens premiérement sur la ligne des cordes l'é-

LIV. V. CHAP. I.

Uſage du compas de proportion pour les portées qui ſont au niveau des batteries.

tenduë de celle de 84 dég. quadruple du premier angle propoſé de 21 dég.; puis prenant le quart des 400 to. ſavoir 100 (à cauſe que le nombre des parties égales n'eſt ordinairement que de 200 ſur le compas de proportion,) j'applique tranſverſalement aux points 100. 100: des parties égales l'étenduë de la corde que j'ai priſe; puis ayant pris la corde de 120 dég.; quadruple du dernier angle propoſé de 30 dég.; je cherche ſur le compas ainſi ouvert à quels points des parties égales, elle peut être appliquée tranſverſalement;, & je trouve que ce ſont les points 130: 130:, dont le quadruple qui eſt 520 toiſes me donne la portée du mortier que je recherche.

Si dans la même hypothéſe où la portée eſt de 400 to. à 21 dég., j'avois voulu ſavoir à quel dégré il faut élever le mortier pour le faire chaſſer à la longueur horizontale de 520 to.? Après avoir appliqué la corde de 84 dég. quadruple de 21 dég. tranſverſalement

ſur

LIV. V. CHAP. I.

Usage du compas de proportion pour les portées qui sont au niveau des batteries.

sur les points 100:100:des parties égales, j'aurois pris sur le compas ainsi ouvert la distance transversale qui est entre les points 130:130:du même côté, laquelle étant rapportée sur la ligne des cordes donne celle de 120 dég., dont le quart 30 dég. ou son complement 60 dégrez, sont les angles de la position du mortier que l'on demande. Je prens les points 130 : 130:parce que le nombre est le quart du proposé 520 comme les points 100:.100:sont le quart de l'autre proposé 400:ayant pû prendre $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{3}$: $\frac{1}{5}$:ou telle autre partie de l'un & de l'autre qui auroit le plus comodement réüssi sur les parties égales du compas.

Pour dresser le mortier suivant la direction d'un angle donné avec le compas de proportion;il faut premiérement l'ouvrir de la capacité de cét angle en prenant la longueur de sa corde & l'appliquant transversalement sur les points 60:60: des mêmes cordes ; puis mettant un de ses bras sur le mortier en-sorte que la tête du

LIV. V. CHAP. I.

compas étant tourné vers sa bouche, le même bras soit parallele à l'axe de

Usage du compas de proportion pour les portées qui sont au niveau des batteries.

l'ame, il faut élever le mortier de maniére que l'autre bras devienne parallele à l'horizon, ce qui se cônnoit en appliquant sur ce bras un de ces petits niveaux d'émail ou tel autre que l'on jugera à propos.

CHA-

LIV. V. CHAP. II.

CHAPITRE II.

Usage du Compas de proportion pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

Usage du compas de proportion pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

L'Usage du compas de proportion n'est pas plus difficile pour les portées sur des plans inclinez au-dessus ou au-dessous du niveau des batteries; car il ne faut que prendre la longueur de la plus grande portée sur la ligne des parties égales, & y appliquer transversalement celle de la distance horizontale; puis sur cette ouverture de Compas prendre sur la même ligne des parties égales, la longueur de la corde du double du complement de l'angle du plan proposé, & ajoûter à celle qui lui répond transversalement la corde du double du même angle; & cét agrégé sera la corde d'un angle, à la moitié duquel & à son complement à deux droits, ajoûtant l'angle de l'inclination du plan, vous aurez le double des angles que l'on demande.

LIV. V. CHAP. III.

CHAPITRE III.

Trouver l'élévation de la piéce quand le plan eſt incliné ſur le niveau des batteries.

Trouver l'élévation de la piéce quand le plan eſt incliné ſur le niveau des batteries.

COmme dans nôtre exemple, ſuppoſé que la plus grande portée ſoit de 600 to., la diſtance horizontale de 310 to. & l'angle de l'inclination du plan ſur l'horizon de 15 dég.: parce que le plus grand nombre des parties égales qui eſt ſur le bras du compas de proportion ordinaire n'eſt que 200 qui eſt le tiers de 600 to. de la plus grande portée, je prens ſur la même ligne la longueur de 103 $\frac{1}{3}$ p. qui eſt le tiers de la diſtance horizontale que j'applique tranſverſalement ſur les points 200 : 200 :, puis ayant pris la longueur de la corde de 150 dég. double de 75 qui eſt le complement de l'angle du plan de 15 dég., je la rapporte au long de la ligne des parties égales pour prendre la tranſverſale ſur les points où elle répond, à laquelle ajoûtant la corde de 30 dég. double du même angle du plan de 15 dég., j'ai

la

VITTORIO EMANUELE

la corde de 98. 30′ dont la moitié eſt 49. 15′ & ſon complement à deux droits 130 45′. Et ajoûtant 15 dég. à l'un & à l'autre, j'ai 64. 15′. & 145. 45′ dont les moitiés 32. 7 ½′ & 72. 52 ½′ ſont les angles de la poſition du mortier que l'on recherche.

LIV. V. CHAP. III. Trouver l'élévation de la piéce quand le plan eſt incliné ſur le niveau des batteries.

L'application du mortier avec le compas de proportion eſt la même que celle que nous venons d'enſeigner: mais ſi au lieu de tenir le bras extérieur parallelé à l'horizon, l'on vouloit découvrir l'objet au long du même bras en y mettant des pinules; il faudroit en ce cas diminuer l'angle trouvé de la grandeur de celui du Plan, & ayant ouvert le compas de la capacité du reſte, hauſſer le mortier juſqu'à ce que l'on découvre au long des pinules le point où l'on veut fraper. Comme en nôtre exemple ôtant 15 dég de 32. 7 ½′ & de 72. 52 ½′; l'on auroit 17. 7 ½′ & 57. 52 ½′, dont il faudroit apliquer la corde tranſverſale aux points 60: 60: des mêmes cordes, & tenant ainſi le compas ouvert, mettre un de ſes bras

LIV. V. CHAP. IV.

parallele à l'ame du mortier, qu'il faut en-ſuite élever juſqu'à ce que, par les pinules poſées au long de l'autre bras, l'on puiſſe voir l'objet élevé où l'on veut faire porter la bombe.

CHAPITRE IV.

Trouver l'élévation de la piéce quand le plan eſt incliné ſous le niveau des batteries.

CHAP. IV. Trouver l'élévation de la piéce quand le plan eſt incliné ſous le niveau des batteries.

SI ſur les mêmes hypothéſes le plan avoit été incliné ſous le niveau de la batterie; après avoir ouvert le compas de proportion en-ſorte que la longueur de 103 $\frac{1}{3}$ p., qui eſt le tiers de la diſtance horizontale, ſoit la tranſverſale ſur la ligne de parties égales des points 200: 200: qui ſont le tiers de la plus grande portée, & appliqué ſur le même côté la corde de 150 dégrez double de 75, qui eſt le complement de l'angle du plan de 15 dégrez; il faut ôter de la tranſverſale la longueur de la corde de 30 dégrez double du même angle du plan; & le reſte eſt la corde de 28. 50'; d'où ayant ôté

15 dé-

15 dégrez, le reste est l'angle de 13. 50′ & son complement à deux droits 166. 10′; puis prenant la différence de l'un & de l'autre & de 15 dégrez; c'est-à-dire ôtant 13. 50′ de 15 dég.; ou 15 dég. de 166. 10′, il reste 1. 10′ & 151. 10′, dont les moitiés 35′ & 73. 35′ sont les angles recherchez. De sorte qu'ouvrant le compas de la grandeur de ces angles, & disposant le mortier en-sorte que l'un des bras convenant à l'ame, l'autre soit parallele à l'horizon; la bombe irà fraper au point proposé.

LIV. V. CHAP. IV. Trouver l'élévation de la piéce quand le plan est incliné sous le niveau des batteries.

Si ajoûtant l'angle du plan qui est de 15 dég. à chacun de ces angles, qui vous donneront par conséquent 15. 45′ & 80. 35′, vous ouvrez vôtre compas de leur grandeur; vous pourrez élever le mortier de maniére que l'un des bras convenant à l'ame, vous découvriez le point abaissé sous le niveau des batteries où vous voulez fraper, par les pinules posées au long de l'autre bras.

CHA-

LIV. V. CHAP. V.

CHAPITRE V.

Trouver la distance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

Trouver la distance horizontale ou la longueur du plan incliné ou la perpendiculaire.

LOrs-que connoissant l'angle du plan & celui de la position du mortier, l'on veut savoir quelle est la distance horizontale ? ou la longueur du plan incliné ? ou la hauteur perpendiculaire à laquelle la bombe arrivera ? supposé que la plus grande portée soit de 600 to. : voici comme il faut faire.

Otez l'angle du plan du double de celui de l'élévation du mortier, puis ayant pris la corde du double du reste ou de son complement à deux droits (si ce reste, excéde un angle droit,) ôtez en la corde du double de l'angle du plan. En-suite appliquez ce reste transversalement sur les parties égales aux points où se termine la corde du double du complement de l'angle du plan; car le compas étant ainsi ouvert, la transversale sur les parties égales

égales répondant aux points de la plus grande portée ou de quelqu'une de ſes parties, vous donnera la diſtance horizontale, ou telle autre de ſes parties ſemblable à celle que l'on a priſe pour la plus grande portée.

LIV. V. CHAP. V.

Trouver la diſtance horizontale ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.

En-ſuite ſi vous appliquez tranſverſalement la corde du double de l'angle du plan ſur les points des parties égales où répond la longueur de la corde du double de ſon complement; la tranſverſale répondant à la diſtance horizontale que vous avez trouvée vous donnera la hauteur perpendiculaire.

Enfin appliquant tranſverſalement la corde du double de l'angle droit, c'eſt-à-dire celle de 180 dég. ſur les mêmes points des parties égales où répond celle du double du complement de l'angle du plan; la transverſale de la même diſtance horizontale ſera l'étenduë ſur le plan incliné.

Comme dans nôtre exemple où l'angle de l'inclination du plan ſur l'horizon eſt de 15 dég. & la plus grande portée

LIV. V. CHAP. V.

Trouver la distance horizontale ou la longueur du plan incliné ou la perpendiculaire.

tée de 600 to : si l'on demande quelle sera la distance horizontale lorsque le mortier est élevé de 72. 52½ ? j'ôte les 15 dég. de l'angle du plan, de 145. 45′ double de 72. 52½. Et le reste est 130 45′ : qui est plus grand qu'un droit ; ainsi je prens son complement à deux droits 49. 15′, dont le double est 98. 30′, duquel je prens la corde sur le compas, d'où ôtant celle de 30 dég. double de l'angle du plan ; j'applique le reste transversalement sur les parties égales aux points où répond la corde de 150 dég. double de 75 dég. qui est le complement du même angle du plan ; & le compas étant ainsi ouvert je prens la transversale des points 200 : 200 : laquelle me vient de la longueur de 103 parties. De sorte que comme le nombre 200 est le tiers des 600 to. de la plus grande portée, ainsi je trouve que le triple de 103⅓, c'est-à-dire 310 to., est l'étenduë horizontale que je demande.

Cela posé : je prens la corde de

30

30 dég. double de l'angle du plan, & l'ayant appliquée transversalement sur les parties égales aux points où répond la corde de 150 dég. double de 75, qui est le complement du même angle du plan ; je prens sur le compas ainsi ouvert, la transversale des points trouvés $103\frac{1}{3}$ $103\frac{1}{3}$: de la distance horizontale, & l'étendant sur les mêmes parties égales, je trouve $27\frac{1}{3}$ p., dont le triple est 83 to. pour la hauteur perpendiculaire recherchée.

LIV. V. CHAP. V. Trouver la distance horizontale ou la longueur du plan incliné ou la perpendiculaire.

En la même maniére ouvrant le compas par l'application de la corde de 180 dég. double de l'angle droit, sur les mêmes points des parties égales où répond celle de 150 dégrez double du complement de l'angle du plan, & prenant la transversale des mêmes points trouvez de la distance horizontale $103\frac{1}{3}$: $103\frac{1}{3}$: ; je trouve $106\frac{2}{3}$ dont le triple 320 to. me donne l'étenduë du plan incliné.

LIVRE SIXIE'ME.

LIV. VI. Autre instrument Universel pour le jet des Bombes.

Autre instrument Universel pour le jet des Bombes.

NOus ajoûterons ici la construction & l'usage d'un instrument que l'on peut appeller Universel pour le jet des Bombes, parce qu'il sert en la même maniére pour toutes sortes de positions, soit qu'elles soient au niveau des Batteries, ou qu'elles n'y soient pas.

CHAPITRE PREMIER.

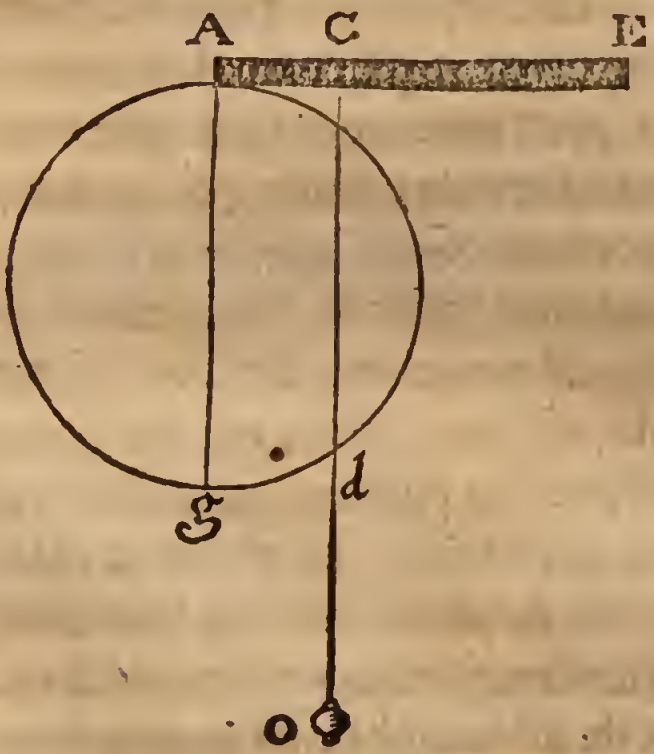
Construction d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

CHAP. I. Construction d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

SA Construction est tres simple. C'est un cercle assez grand & d'une matiére solide, qui a une touchante de même matiére, c'est-à-dire une régle attachée immobile perpendiculairement au bout de l'un de ses diametres, égale au même & divisée en un tres-grand nombre de parties égales

les. Il a deplus un plomb attaché à un filet qui peut couler librement au long de la régle & s'arrêter ſur toutes ſes diviſions. Comme en cette figure, le cercle eſt A *dg* & la régle A E attachée immobile au Cercle au point A, à angles droits ſur le diametre A *g*, égale au même, & diviſée en un tres-

LIV. VI. CHAP. I. Conſtruction d'un inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes



grand nombre de parties égales. Le plomb O pent au filet qui coule au long de la régle AE, & peut s'arrêter ſur tous ſes points comme en C.

CHA-

LIV. VI. CHAP. II.

CHAPITRE II.

Usage d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

Usage d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

SOn usage est assez facile: car connoissant la plus grande portée du Canon ou du mortier, la distance horizontale, & l'angle de l'inclination du plan s'il y en a; pour trouver l'élévation de la piéce ou du mortier; il faut premiérement faire que comme le nombre des toises, des piés, ou d'autres mesures contenuës dans la plus grande portée, est à celui des mêmes mesures compriſes dans la moitié de la distance horizontale: ainsi le nombre des parties égales de la régle est à un autre; & poser le filet du plomb sur ce dernier nombre de parties de la régle à commencer du point où elle est attachée au cercle. Puis disposant l'instrument en-sorte que la régle soit tournée vers le but où l'on veut faire passer le boulet ou la bombe; le filet du plomb touchera ou coupera la Circonférence du cercle

en

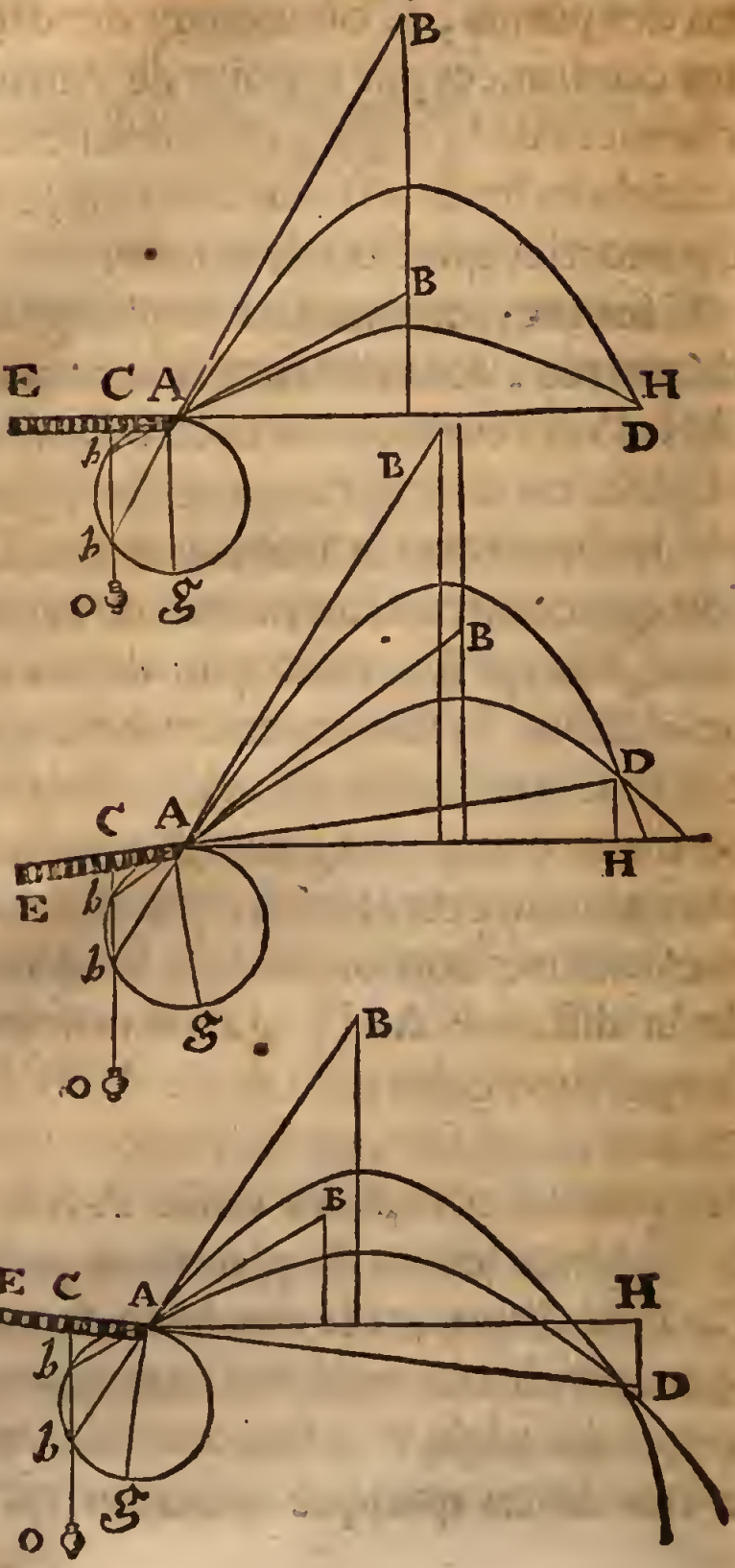
en des points, d'où menant des droites continuées par le point de l'attouchement de la régle, elles donneront en dehors les directions de la piéce ou du mortier que l'on demande.

LIV. VI. CHAP. II. Usage d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.

Comme si connoissant la plus grande portée, & la distance horizontale AH, l'on veut trouver la direction de la piéce ou du mortier pour faire porter le boulet ou la Bombe au but D, soit que ce but soit au niveau de la batterie, soit qu'il se trouve au-dessus ou au-dessous. Je fais premiérement que comme le nombre des toises, des piés ou d'autres mesures, contenuës dans la plus grande portée, est à celui des mêmes mesures compriſes dans la moitié de la distance AH: ainsi le nombre des parties égales de la régle AE est à un autre, qui soit, par exemple, celui des parties compriſes entre A & C; & je place le filet du plomb au point C. Puis disposant le cercle de champ & perpendiculaire à l'horizon, en-sorte que la régle EA soit tournée vers le but D en quelque situation qu'il puis-

LIV. VI. CHAP. II.

Usage d'un instrument Universel pour le jet des Bombes.



puisse être à l'égard du niveau de la batterie ; je prens garde aux endroits où le filet du plomb coupe la circonférence du cercle, comme aux points *b b*, (car il le touchera nécessairement en un point, où il le coupera en deux points, si le probleme est possible.) Après quoi je n'ai qu'à mener par le point A les droites *b* AB, *b* AB, & j'aurai les lignes AB, AB pour la direction du mortier ou de la piéce comme je le demande.

LIV. VI. CHAP. II. Usage d'un même instrument Universel pour les jets des Bombes.

Je ne m'arrêterai pas à faire voir que l'on peut connoître la hauteur perpendiculaire du but H D, la longueur du plan incliné A D, & tous les autres cas qui accompagnent cette proposition, parce que cela est fort facile, si l'on a une fois bien compris la construction & l'usage de cét instrument, & ce qui s'est dit ci-devant sur cette matiére.

LIV. VI. CHAP. II.

CHAPITRE III.

Autre usage de cét instrument Universel.

Autre usage de cét instrument Universel.

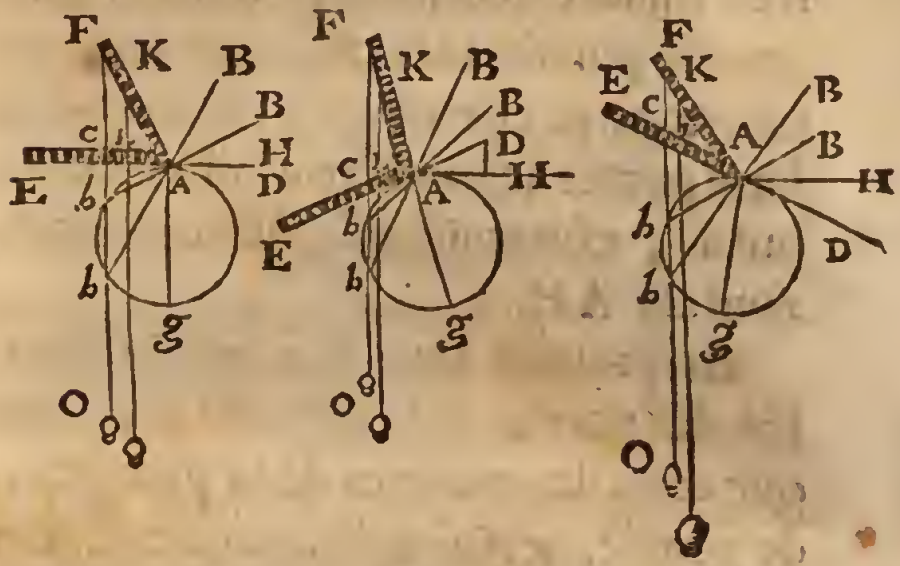
J'Ajoûterai seulement que si la régle étoit divisée en un nombre de parties égales, qui fut ou égal au plus grand que celui des toises, des piés, ou d'autres mesures contenuës dans la plus grande portée d'une piéce de Canon ou d'un mortier; l'on pourroit donner plus de facilité à l'usage de cét instrument en y ajoûtant une autre régle égale à la premiére, divisée de même, & attachée au même point au bout du diametre du cercle, ensorte néanmoins qu'elle se puisse mouvoir & faire tel angle que l'on voudra avec la régle immobile: car par ce moïen l'on n'auroit pas besoin de faire de Régle de Trois pour la pratique.

Il faudroit seulement, si le nombre des mesures de la plus grande portée étoit égal à celui des parties de la régle, attacher le filet au bout extérieur de la mobile; puis posant l'instrument dans sa situation, ensorte que le plan

du

du cercle êtant à plomb, la régle immobile fut dreſſée vers le but, êlever la régle mobile juſqu'à ce que le filet du plomb vint à couper ſur l'immobile un nombre de ſes parties égal à celui des meſures contenuës dans la moitié de la diſtance horizontale.

LIV. IV. CHAP. II. Autre uſage de cét inſtrument Univerſel.



Car ce même filet marqueroit ſur la circonférence du Cercle un, ou deux points, d'où menant des droites par le bout du diametre où les régles ſont attachées; vous auriez en dehors les lignes de direction pour le Canon ou pour le mortier ainſi que vous le demandez.

Comme en cét exemple où j'ai

LIV. VI. CHAP. III.

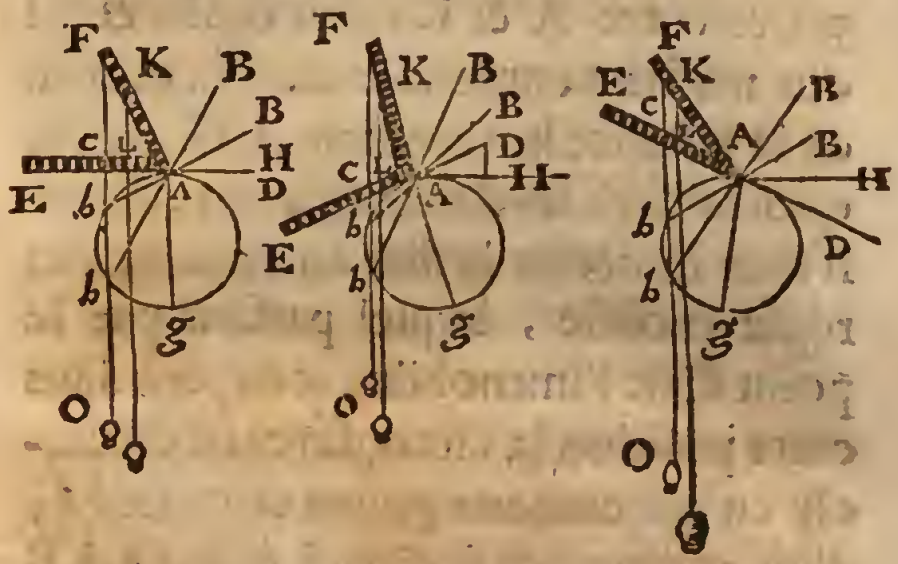
Autre usage du même instrument Universel.

joint à la régle immobile AE au point A, une autre régle AF égale à AE, également divisée, & mobile autour du même point A. Supposé que le nombre des parties égales de la régle AF ou AE soit égal ou plus grand que celui des toises, des piés ou d'autres mesures contenuës dans la plus grande portée de la piéce ou du mortier dont je cherche la position pour faire porter le boulet ou la bombe au but D, cônnoissant la distance horizontale AH.

Au premier cas : lors-que le nombre des parties de la régle est le même que celui des mesures de la plus grande portée, je n'ai qu'à attacher le filet du plomb au bout F de la régle mobile AF ; & posant le plan du cercle dans sa situation perpendiculaire à l'horizon, en sorte que la régle EA soit dressée vers le but D, j'éleve l'autre régle AF, jusqu'à ce que le filet du plomb passe comme en C, sur un nombre de parties de la régle AE égal à celui des mesures de la moitié de la distance hori-

horizontale A H. Car ce filet coupera le cercle au dessous en un ou deux points de sa circonférence comme en *bb*; d'où menant les droites *b* AB, *b* A B ; elles donneront hors du cercle les lignes A B, A B, de la direction du Canon ou du mortier ainsi que l'on le demande.

LIV. VI. CHAP. III. Autre usage de cét instrument Universel.



Il n'y a pas plus de difficulté pour le second cas : c'est-à dire lors-que le nombre des parties de la régle est plus grand que celui des mesures de la plus grande portée. Car il ne faut que prendre sur la régle mobile depuis le point A autant de parties qu'il y a de mesures dans la plus grande portée,

LIV. VI. CHAP. III.

Autre usage du même instrument Universel.

& y attacher le filet comme au point K; puis mettant l'instrument dans sa position perpendiculaire, avec sa régle E A dressée vers le but D, élever la régle A F jusqu'à ce que le filet du plomb passe du point K sur le point comme de la régle immobile A E, ensorte que le nombre de ses parties compriſes entre A & L, soit égal à celui des mesures contenuës dans la moitié de la distance horizontale A H. Après quoi laissant les deux régles en cét êtat il faut remettre le filet au bout F de la régle mobile, lequel passant par le point C de l'immobile, coupera dans cette position la circonférence du cercle en un ou deux points comme *b b*, d'où menant les droites *b* A B, *b* A B par le point A; l'on aura les lignes A B, A B, au dehors du cercle pour les lignes de direction de la piéce du Canon ou du mortier, ainsi que l'on le demande.

L'ART DE JETTER LES BOMBES,

Et de connoître l'étenduë des coups de volée d'un Canon en toutes sortes d'élévations.

TROISIEME PARTIE.

De la Théorie du Jet des Bombes.

LIVRE PREMIER. LIVR. I.

Doctrine de Galilée sur le mouvement.

CHAPITRE PREMIER.

Dialogues Mecaniques de Galilée du mouvement & de la résistance des solides.

C'Est sur la doctrine de Galilée que sont fondées toutes les pratiques que nous venons d'enseigner dans la seconde Partie de ce Livre. Il est le premier qui ait raisonné justement sur cette matiére, & qui ait dé- CHAP. I. Dialogues Mecaniques de Galilée du mouvement & de la résistance des solides.

LIVR. I. CHAP. I

découvert la véritable nature du mouvement, tant de celui que l'on appelle mouvement naturel qui est le propre des corps qui tombent (comme on dit) par leur propre poids vers le centre de la terre, que du mouvement violent, qui est celui de corps jettés, c'est-à-dire de ceux qui sont portés par une force qui leur a été imprimée du dehors.

Dialogues Mecaniques de Galilée du mouvement & de la résistance des solides.

Toute cette *science du mouvement*, aussi bien que celle de la *résistance des solides*, que cét Auteur appelle *Sciences nouvelles*, parce qu'il en est le premier Inventeur, est contenuë dans le livre de ses Dialogues intitulé *Discorsi e dimonstrazioni Mathematiche intorno à due nuove scienze attenenti alla mecanica & à' movimenti locali*, imprimé en Hollande par les Elzevirs en l'année 1638; & c'est à la générosité de feu Monsieur le Comte de Noailles que nous avons l'obligation d'un présent si exquis.

Ce Seigneur étant Ambassadeur à Rome avoit employé efficacement ses offices pour la libération de Galilée pri-

prisonnier de l'inquisition, pour avoir dans ses Dialogues du Systeme du monde, appuyé les raisons du mouvement de la Terre que Copernique, qui vivoit sur la fin du penultiéme siécle, avoit tirées de la doctrine des anciens Philosophes de la secte de Pythagore. Et Galilé pour reconnoissance d'un bienfait si généreux, lui fit présent de cét ouvrage manuscrit ; que nous tenons par ce moïen de la libéralité de Monsr. de Noailles qui a voulu faire part de son trésor au public.

LIV. I. CHAP. I. Dialogues mecaniques de Galilée du mouvement & de la résistance des Solides.

CHAPITRE II.

Deux espéces de mouvement.

GAlilée dans ce livre reconnoît d'abord deux espéces dans le mouvement, dont l'une est celle du mouvement *égal & uniforme*, & l'autre est celle *du mouvement inégal* qui s'augmente incessamment & qu'il appelle mouvement *uniformement accéléré*, qui est un mot dont nous nous servirons, quoi qu'il soit peu en usage ; parce qu'il explique assez la nature de ce mouvement.

CHAP. II. Deux espéces de mouvement.

LIV. I. CHAP. II. Deux espéces de mouvement.

L'uniforme est donc celui *par lequel un mobile parcourt des espaces égaux dans des tems égaux*; & c'est, dit-il, celui qui est naturellement propre aux mobiles qui se meuvent en rond sur des centres, comme est celui des corps Celestes, qui n'est perpétuel que par son uniformité & par son égalité, laquelle conserve le mobile dans une unité de subsistance sans y apporter aucune altération; au-lieu que le mouvement inégal ne peut jamais être de longue durée, à cause des diverses mutations qu'il apporte sur la consistance du mobile par l'inégalité de ses impressions.

Je ne m'arrêterai point à raconter de quelle maniére il refute le sentiment de ceux qui ont crû que dans le mouvement uniformement accéléré, la vîtesse s'augmentoit à proportion des espaces que le mobile parcouroit dans sa chûte; & comme il fait voir qu'outre la vîtesse & l'espace, il faut encore néceſſairement faire consideration du tems & de la durée, pour avoir une

ne connoissance exacte de cette espéce de mouvement. Je me contenterai d'expliquer les deux pensées qui lui sont venuës sur ce sujet, dont la premiére est décrite dans ses Dialogues du Systeme du monde, & l'autre qui paroit être son véritable sentiment, est expliquée fort au long dans ses Dialogues de Mecanique.

LIV. I. CHAP. II. Deux espéces de mouvement.

CHAPITRE III.

Premiére pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vîtesse du mouvement acceleré.

DAns la premiére il dit donc que l'accélération de vîtesse dans la chûte des corps, se faisoit peut-être, de telle sorte *que les espaces parcourus par le mobile, étoient égaux aux sinus verses des arcs de l'Equateur de la Terre, pendant qu'elle se mouvoit sur son propre centre en 24 heures.* Ce que l'on peut faire entendre en cette maniére.

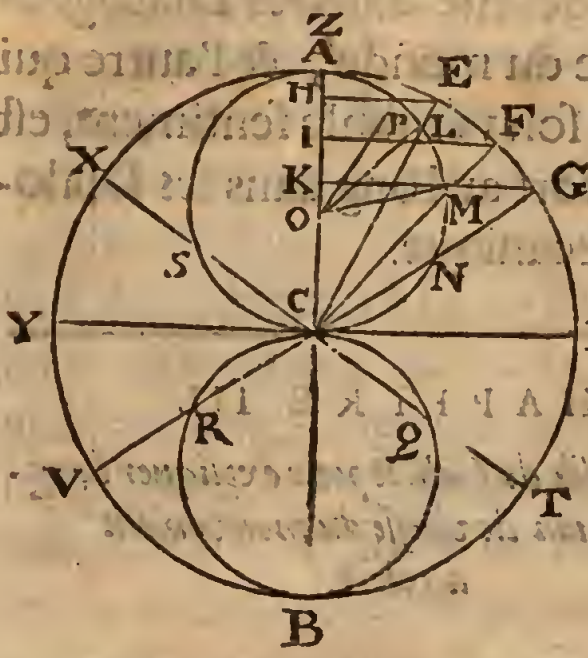
CHAP. III. Premiére pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vîtesse du mouvement accéleré.

Soient pris sur l'arc de l'Equateur

LIV. I. CHAP. III.

Premiére pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vîtesse du mouvement accéleré.

ADBY coupé à angles droits par les diametres A B : D Y, tant d'arcs que l'on voudra comme AE : AF : AG : &c. ; dont les sinus droits, c'est à-dire les perpendiculaires tirées de leurs extrémitez



sur le diametre A B, sont E H : F I : G K : &c. ; & les sinus versés sont les portions du même diametre H : A I : A K. Puis ayant supposé que le point Z, qui part du point A sur le même Equateur, soit porté d'un mouvement égal & uniforme par les points E F G D T B Y jusqu'à ce qu'il retourne au même point A au bout de 24 heures : & qu'au moment que Z part du point A, le mo-

mobile tombe auſſi du même point pour deſcendre avec une vîteſſe uniformement accélérée vers le centre C. Le mobile, ſuivant cette premiére opinion, parcourra dans ſa chûte les eſpaces A H : H I : I K. &c :, au même tems que le point Z paſſera de ſon mouvement journalier égal & uniforme par les arcs de l'Equateur A E : E F : F G.

LIV. I. CHAP. III. Prémiere penſée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vîteſſe au mouvement accéléré.

CHAPITRE IV.

Suites admirables de la premiére penſée de Galilée.

CHAP. IV. Suites admirables de la premiére penſée de Galilée.

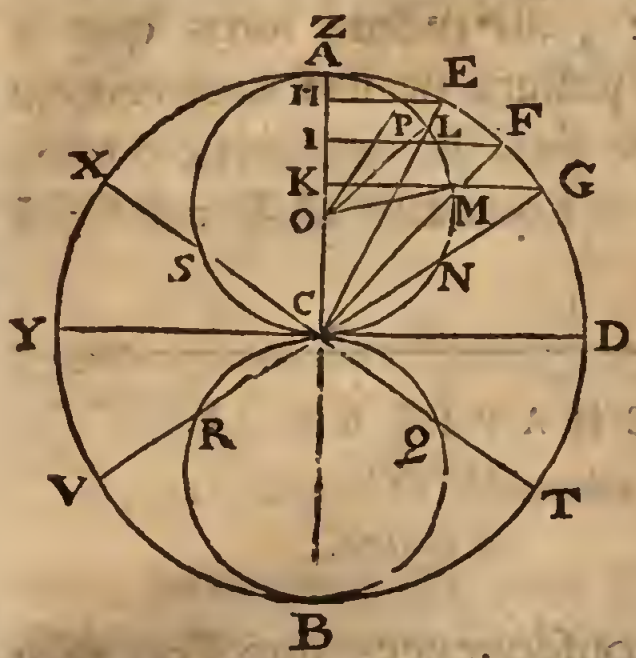
LEs conſéquences que l'on peut tirer de ce ſentiment ſont admirables dont voici les principales.

Premiérement que le mouvement de ce corps tombant, compoſé de celui de ſa chûte qui eſt uniformement accéléré, droit & à plomb vers le centre de la terre, & de celui qui lui eſt communiqué par le mouvement

LIV. I. CHAP. IV.

journalier de la terre qui eſt circulaire, uniforme & égal, décrit auſſi une ligne circulaire. C'eſt-à-dire que le poids tombant du point A avec un mouvement compoſé de celui qui l'emporte par ſa propre gravité, perpendiculairement & avec précipitation vers le centre de la terre C : & de celui qui l'emporte en rond & uniformement par le mouvement journalier de la ſurface de la Terre du point A par les points E : F : G : D : &c. décrira par ſa chûte la ligne circulaire ALM N.

Suites admirables de la premiére penſée de Galilée.



Car (comme il eſt démontré dans la Géometrie) les ſinus verſes A H : A I : A K : étant égaux aux lignes E L :

L:FM:GN:, le corps mobile dans le tems qu'il eſt emporté par le mouvement de la Terre au long des arcs AE:AF: AG: deſcend par l'impreſſion de ſa gravité au long des lignes EL: FM: GN; & lors-que le mobile Z eſt en E, le mobile tombant eſt en L; & lors-que Z eſt en F, l'autre eſt en M:& Z étant en G, le corps tombant eſt en N:& ainſi des autres. Mais tous ces points ALMN ſont dans la circonférence d'un cercle; & partant la ligne que décrit un poids par ſa chûte, ſuivant cette hypothéſe, eſt circulaire.

LIV. II. CHAP. VI. Suites admirables de la premiére penſée de Galilée.

En ſecond lieu. Quoi que le corps qui tombe acquiére, en chacun des momens de ſa chûte ou de ſon mouvement droit, un nouveau dégré d'augmentation de vîteſſe: il eſt pourtant vrai que dans ſon mouvement compoſé, dont nous venons de parler, il eſt porté uniformement, également, & ſans aucune accélération. L'on peut dire de plus que ce mouvement de Lation ou de tranſport eſt préciſément égal à celui dont il ſeroit porté par la

ſeu-

LIV. I. CHAP. IV.

Suites admirables de la premiére penſée de Galilée.

ſeule circulation journaliére de la terre, quand il ſeroit demeuré comme en repos au premier point de ſa chûte A.

Car ſi vous menez du point O, où eſt le centre du cercle ALMN, les lignes OL. OM: & la droite OP: parallele à CE. La raiſon des angles AOL & AOM ſera la même que celle des angles ACE & ACF, (car ceux-là ſont doubles de ceux-ci; (& partant la raiſon de l'arc AM à l'arc AL ſera la même que de l'arc AF à l'arc AE & en diviſant l'arc AE ſera à EF comme l'arc AL à LM. d'où il s'enſuit que poſant AE égal à EF: AL ſera auſſi égal à LM. Mais les arcs AE & EF ſont parcourus en tems égaux par le mouvement journalier pendant leſquels le poids tombant paſſe les arcs AL & LM, ainſi que nous l'avons démontré ci-devant: donc les tems des chûtes du poids par les arcs égaux AL & LM ſeront égaux. Et ceci ſe pouvant démontrer dans tous les arcs du cercle ALM décrit par la chûte du mobile; l'on peut dire que le mouvement du mo-

mobile tombant, composé du droit accéléré & du circulaire uniforme, est égal & uniforme, puis-qu'il parcourt des Arcs égaux en tems égaux. LIV. I. CHAP. IV. Suites admirables de la premiére pensée de Galilée.

Maintenant comme O P est parallele à CE, l'angle AOP est égal à A C E, & partant l'arc AP est au cercle A LM, comme l'arc AE au cercle AEF. & en permutant & changeant l'arc A E est à l'arc AP, comme la circonférence du cercle AEF à la circonférence du cercle ALM, c'est-à-dire comme le diametre AB au diametre AC, mais AB est double de AC; donc l'arc AE sera double de l'arc AP. Maintenant parce que l'angle A O L est double de l'angle ACE, ou de son égal A OP, l'arc AL sera aussi double de l'arc AP; donc les arcs AE & AL seront égaux. Mais nous venons de montrer que le mobile en tombant décrit par sa chûte l'arc A L au même tems que le point Z, c'est-à-dire le même mobile demeurant comme en repos, seroit porté du mouvement journalier de la Terre au long de l'arc AE; donc

le

LIV. I. CHAP. IV.

Suites admirables de la premiére penſée de Galilée.

le mobile en tombant eſt réellement porté d'un mouvement égal à celui qui lui ſeroit communiqué par le ſeul mouvement de la Terre, s'il ne reſſentoit aucune impreſſion ni de ſa propre gravité ni de ſa chûte.

Enfin ſi vous ſuppoſés qu'il y ait un paſſage libre & perpendiculaire, par lequel le mobile en tombant de la ſurface de la Terre, puiſſe aller juſqu'au centre; & delà juſqu'à la ſurface oppoſée; il arrivera par cette hypothéſe, que ce mobile tombant, en quelque point du diametre de la Terre que ſa chûte commence, (comme ſur ſa ſurface au point A, emploïera préciſément ſix heures de tems à arriver au centre; d'où il paſſera en remontant vers l'autre part en ſix autres heures, juſqu'à la ſurface oppoſée en B; & de là retombant une autre fois, il ſera encore ſix heures à retourner au centre; & ſix autres heures à remonter au lieu d'où il êtoit premiérement parti. Deſorte qu'il parcourra deux fois le diametre de la Terre tant en allant qu'en reve-

revenant préciſément en vint quatre heures.

LIV. I. CHAP. IV. Suites admirables de la penſée de Galilée.

Car ce mobile en tombant du point A, n'arrivera point au centre C, que le point Z, partant au même tems du même point A, ne ſoit arrivé par le mouvement de l'Equateur en D; après avoir parcouru le quart du même Equateur AD, c'eſt-à-dire au bout de ſix heures: & comme les dégrez de vîteſſe acquiſe au point C, diminuënt en montant vers la ſurface oppoſée en B, en la même proportion inverſe de celle par laquelle ils s'étoient augmentez en deſcendant de A vers C, enſorte que les eſpaces ſoient toûjours comme les ſinus verſes de l'Equateur, l'on pourra démontrer par un raiſonnement pareil à celui dont nous nous ſommes ſervis, que le mobile montant de C en B avec un mouvement compoſé du droit uniformement diminué & d'un circulaire uniforme & égal, décrira la circonférence du cercle CQB, & qu'il ſera en Q lorsque Z ſera en T, & n'arrivera point

en

LIV. I. CHAP. IV.

Suites admirables de la premiére penſée de Galilée.

en B, que lors-que Z aura parcouru l'autre quart de l'Equateur D T B, c'eſt-à-dire au bout de ſix heures. Ainſi le mobile tombant du point B en C, décrira la circonférence B R C dans le même tems que Z partant de B parcourra le quart de l'Equateur B V Y. Et enfin le même mobile remontant de C en A, décrira la circonférence C S A pendant que le point Z paſſera en ſix heures le dernier quart de l'Equateur Y X A.

Et de cette maniére un mobile parcourroit deux fois en un jour le diametre entier de la Terre en allant & en revenant. Cette réciprocation journaliére d'allées & de retours dureroit éternellement, (par ce principe de mécanique, qu'une vertu une fois imprimée dans un corps y demeure d'elle même perpétuellement ſans en ſortir jamais, à moins qu'elle ne ſoit chaſſée par quelque cauſe externe ;) ſi la réſiſtance du dehors ne l'arrêtoit, & particuliérement celle de l'air ; qui diminuant inſenſiblement la vîteſſe

de

de la chûte du mobile, la réduiroit à la fin au mouvement égal ou au néant, & le feroit arrêter au centre, où il demeureroit en repos. LIV. I. CHAP. IV. Suites admirables de la premiére pensée de Galilée.

Au reste il paroît que cette supposition bannit de la Nature toutes sortes de mouvemens par ligne droite.

CHAPITRE V.

Seconde pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vîtesse au mouvement accéléré.

VOici maintenant l'autre maniére par laquelle Galilée explique la nature de cette augmentation de vîtesse dans les corps qui tombent vers le centre de la terre. Il dit donc que le mouvement uniformement accéleré est celui *dans lequel le mobile acquiert en chacun des momens égaux de sa chûte, des dégrez égaux de vîtesse.* C'est-à-dire que la vîtesse du mobile au second tems, supposant que tout le tems de sa chûte soit divisé en parties égales,) est double de celle qu'il avoit

CHAP. V. Seconde pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vîtesse au moment accéléré.

LIV. I. CHAP. V.

avoit au premier tems; celle du troiſiéme tems triple de celle du premier, celle du quatriéme quadruple du même, & ainſi des autres.

Seconde penſée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vîteſſe au mouvement accéléré.

Delà vient que les eſpaces parcourus, étant en raiſon compoſée de celles des tems & des vîteſſes, ſont en raiſon doublée, ou comme les quarrez, des uns ou des autres. C'eſt-à-dire que l'eſpace parcouru en deux tems à commencer toûjours du premier point de ſa chûte, eſt quadruple de l'eſpace qui a été paſſé dans le premier tems; l'eſpace parcouru en trois tems ſera neuf fois plus grand que l'eſpace paſſé dans le premier; l'eſpace en quatre tems ſera à celui du premier comme 16 à 1. Et ainſi du reſte, ſelon la ſuite des premiers quarrez.

Ce qui fait que les eſpaces parcourus dans des tems égaux ſont entr'eux dans la ſuite des premiers nombres impairs, 1:3:5:7:9:11:&c. qui ſont les différences des premiers quarrez. Comme ſi l'eſpace parcouru dans le premier tems de la chûte eſt 1, l'eſpace paſ-

passé dans le deuxiéme sera 3 ou triple du premier : & l'espace du troisiéme tems sera 5 ; au quatriéme moment l'espace aura 7 : au cinquiéme 9 : & ainsi des autres à l'infini. LIV. I. CHAP. V.

CHAPITRE VI.

Explication de la meme pensée.

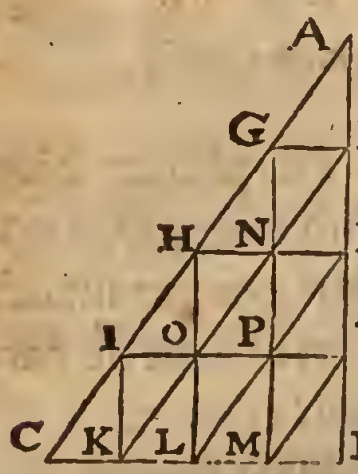
CHAP. VI. Explication de la même pensée.

CEtte doctrine s'explique bien par le moïen d'un triangle, comme A B C dont il faut couper un des côtez comme A B, en autant de parties égales que l'on veut comme A D : D E : E F : F B ; puis de chacun des points de division D : E : F :, l'on méne deux lignes paralleles aux deux autres côtez du triangle comme D G, D K : E H, E L : F I, F M : & enfin les droites G M : H L : I K : paralleles à A B, qui passeront nécessairement par les points N : O : P : où les autres lignes se coupent. Par cette intersection de lignes il se fait un bon nombre de triangles égaux & semblables tant entr'eux qu'au grand Triangle. Ceci

LIV. I. CHAP. VI.

Explication de la même pensée.

Ceci posé: l'on prend toute la ligne AB pour la mesure du tems de la chûte d'un corps, & chacune des parties AD: DE: EF: FB: pour des momens égaux. Puis l'on prend la droite GD pour la mesure du premier dégré de vîtesse aquise par le corps tombant dans le premier moment AD. Et puis-que, par l'hypothése, le mobile à chacun des momens égaux de tems acquiert des dégrez égaux de vîtesse, la vîtesse au second moment pourra être déterminée par la ligne EH dans laquelle la ligne NH égale à GD est ajoûtée à la même GD ou à son égale EN, & la vîtesse du 3me moment par la droite FI; dans laquelle OI égale à GD, est ajoûtée à OF égale à EH; ainsi la vîtesse du quatriéme moment, sera entendüe par la ligne BC où la droite KC égale à GD, est ajoûtée à BK égale à la précédente IF, & ainsi des autres Main-



LIV. CHAP. VI. Explication de la même pensée.

Maintenant comme l'on entend que les vîtesses & les tems croîssent continuellement en même proportion depuis le point de la chûte A; les produits de la composition des uns & des autres, qui sont les espaces parcourus par le mobile, s'expliqueront bien par les triangles; en-sorte que l'espace passé dans le premier moment A D avec un dégré de vîtesse D G soit le trian- A D G; & l'espace passé dans le second moment D E avec deux dégrez de vîtesse E H soit le trapeze G D E H; & l'espace du troisiéme E F avec les trois dégrez de vîtesse F I soit le trapeze E H I F; & enfin l'espace du quatriéme moment F B avec les quatre dégrez de vîtesse B C soit le trapeze B C I F.

Car il y a trois triangles dans le trapeze G D E H égaux & semblables au premier triangle A D G, cinq triangles dans le trapeze H E F I, & sept dans le trapeze B C I F. En la même maniére que l'espace du premier moment étant 1, celui du second est 3, celui du 3me est 5, celui du quatriéme est 7; & ainsi

LIV. I. CHAP. VI. Explication de la même pensée.

des autres. C'est-à-dire que ces triangles, aussi-bien que les espaces, sont entr' eux dans la suite des premiers nombres impairs 1 : 3 : 7 : 9 : 11. &c.

D'où l'on peut conoître pour quelle raison Galilée appelle le mouvement uniformement accéléré, *celui qui partant du point du repos, acquiert en tous les momens égaux de tems, des dégrez égaux de vîtesse.*

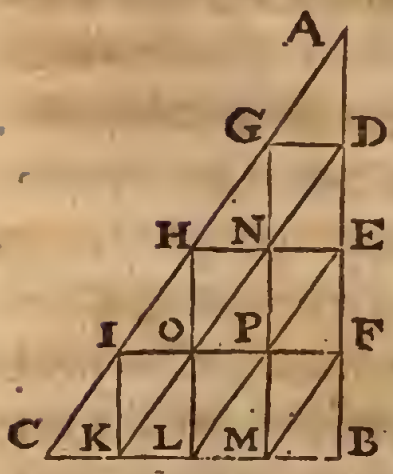
CHAPITRE VII.

Proprietez du mouvement accéléré.

CHAP. VII. Proprietés du mouvement accélére.

CE mouvement sur cette hypothése a des proprietez admirables, dont voici les principales.

1. Si un mobile est porté d'un mouvement égal & uniforme avec un dégré de vîtesse égal à celui qu'il auroit aquis par le mouvement accéléré tombant d'une certaine hauteur en un certain tems; il parcourra dans un tems égal, un espace double de celui qu'il avoit passé en tombant depuis le commencement de sa chû-



te. Car l'espace DGNE que le mobile passeroit d'un mouvement égal & uniforme dans le moment DE, avec le dégré de vîtesse GD, est double de l'espace A D G qu'il a passé dans un moment égal, d'un mouvement accéléré depuis le point de sa chûte A. LIV. I. CHAP. VII. Proprietés du mouvement accéléré.

2. Un mobile porté sur des plans diversement inclinés, acquiert un même dégré de vîtesse par tout où il y a même hauteur perpendiculaire.

3. Les tems qu'un mobile employe à passer sur des plans égaux & diversement inclinés, & qui ont même hauteur perpendiculaire, sont entr'eux comme les longueurs des mêmes plans.

4. Les tems qu'un mobile employe à passer sur des plans égaux & diversement inclinez, sont entr'eux en raison sous doublée & reciproque de

LIV. I. CHAP. VII.

la hauteur perpendiculaire des mêmes plans.

Propriétés du mouvement accélére.

5. Dans un cercle élevé à plomb, un mobile eſt autant de tems à paſſer par le quart de cercle que par aucun de ſes arcs moindres que le quart.

6. Un mobile paſſera ſur les plans poſez ſuivant les cordes de tous les arcs du cercle qui commencent ou finiſſent à l'un des bouts du diametre perpendiculaire, dans le même tems qu'il parcourra le même diametre.

7. Le tems du mouvement du mobile au long de l'arc, eſt moindre que celui du mouvement du même mobile au long de la corde du même arc, quoi que l'arc ſoit plus grand que ſa corde; &c.

CHAPITRE VIII.

Suites admirables des proprietés du mouvement

CHAP. VIII.

Suites admirable des proprietes du mouvement.

AU reſte quoi que le mouvement égal & uniforme, & celui qui eſt uniformement accéléré ſoient d'une

ne nature ſi différente : l'on voit néanmoins naître d'eux les mêmes cercles & les mêmes ſphéres. Car ſi l'on

LIV. I. CHAP. VIII. Suites admirables des propriétés du mouvement.

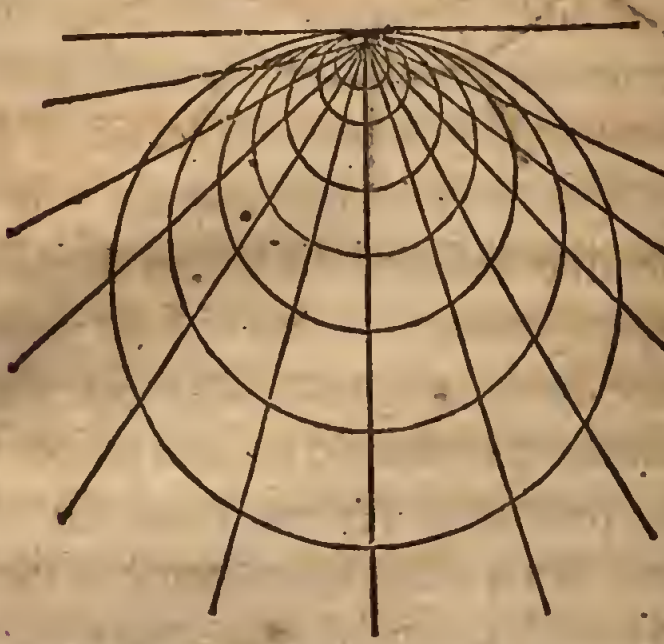
ſuppoſe une infinité de lignes droites ſe coupant toutes en un même point s'étendre de toutes parts, ſur leſquelles des mobiles partant du même point en même moment ſoient entendus ſe mouvoir tous d'un mouvement égal & uniforme; ces mobiles ſe trouveront toûjours dans la circonférence de mêmes cercles qui peuvent être décrits & plus grans & plus grans à l'infini, autour de ce même point comme d'un

LIV. I. CHAP. VIII.

Suites admirables des proprietez du mouvement.

centre; & dont ces mêmes lignes droites seront les demi-diametres.

Mais si vous entendez que des mobiles, tombant en même moment du même point, soient portés vers le centre avec un mouvement uniformement accéléré au long des mêmes lignes; ces mobiles se trouveront toûjours dans la circonférence des mêmes cercles & plus grans & plus grans à l'infini, qui se toucheront tous à ce même point immobile avec le plan



horizontal, que l'on y fera passer; & ces droites seront les cordes des arcs de ces cercles

Au reste comme il est difficile de com-

comprendre qu'un mobile puisse d'abord acquérir un dégré de vîtesse déterminé, sans avoir passé par tous les dégrez précédens de moindre vélocité ; on peut ici juger pour quelle raison les Anciens ont été persuadez que les sentimens de Platon avoient quelque chose de divin. Car ce Philosophe dit sur ce sujet que Dieu ayant, peut-être, créé les Astres dans un même lieu de repos, les avoit laissé dans la liberté de se mouvoir en ligne droite & vers un même point, à la maniére des choses pésantes qui sont portées vers le centre de la terre, jusqu'à ce qu'ayant dans leur chûte passé par tous les dégrez de vîtesse, ils eussent acquis celui qui leur étoit destiné, après quoi il avoit converti ce mouvement droit & accéléré en mouvement circulaire pour le rendre égal & uniforme, afin qu'ils pûssent le conserver éternellement.

LIV. I. CHAP. VIII. Suites admirables des propriétés du mouvement.

Ce qu'il y a de plus admirable dans cette pensée, c'est que les proportions qui se trouvent entre les distan-

LIV. I. CHAP. VIII. Suites admirables des proprietés du mouvement.

ces des Astres & les différences de la vîtesse de leurs mouvements, se trouvent assez conformes aux suites de ce raisonnement; & qu'il ne seroit, peut-être, pas absolument impossible de déterminer la situation de ce premier lieu de repos, d'où ils auroient tous commencé de se mouvoir.

CHAPITRE IX.

Raisonnement sur les deux pensées de Galilée.

CHAP. IX. Raisonnement sur les deux pensées de Galilée.

VOilà donc en peu de discours les deux opinions rapportées par Galilée pour expliquer la nature du mouvement des corps qui tombent, lesquelles sont fondées sur des raisons assés également probables, & marchent sur des proportions si prochaines, qu'il est presqu'impossible à l'esprit humain de les discerner par l'expérience, ou de les convaincre de faux dans les hauteurs qui sont à nôtre connoissance.

Ce qui se confirme par la proximité des nombres dont on mesure les espaces

ces qui se parcourent en l'une & en l'autre de ces hypothéses dans les mêmes tems. Car si l'on suppose qu'il se fasse un espace au premier moment ; il s'en fera 3 moins $\frac{1}{12}$ au second dans la premiére supposition, & seulement 3 dans la derniére ; au troisiéme moment il se parcourta 5 moins $\frac{1}{6}$ dans la premiére, & 5 dans l'autre ; au quatriéme l'espace sera 7 moins $\frac{1}{4}$ dans l'une, & 7 dans l'autre ; au cinquiéme moment il sera 9 moins $\frac{1}{3}$ dans l'une, & 9 dans l'autre ; & ainsi consécutivement à l'infini. Où l'on voit que les différences sont si petites & si peu reconnoissables dans les plus grandes hauteurs où nous pouvons faire les expériences, qu'il est moralement impossible de juger avec certitude de la vérité ou de la fausseté de l'une ou de l'autre de ces deux opinions.

LIV. I. CHAP. IX. Raisonnement sur les deux pensées de Galilée.

Il est vrai néanmoins que Galilée, après avoir parlé de la premiére dans ses Dialogues du Systeme du monde, d'une maniére à faire croire que ce fut son véritable sentiment, s'explique

LIV. I. CHAP. IX.

Raisonnement sur les deux pensées de Galilée.

affirmativement sur la derniére dans le livre du Mouvement qu'il a composé tout exprès pour ce sujet ; où il assûre sans balancer que cette hypothése est celle qu'il tient pour véritable & par la force de la raison & par la conformité de plusieurs expériences.

LIVRE DEUXIE'ME. LIV. II.

Théorie du mouvement de projection.

CHAPITRE PREMIER.

Espéces différentes du mouvement de projection.

AU reste il a falu dire la plûpart des choſes que nous avons expliquées ſur la nature du mouvement naturel qui convient aux corps péſants qui tombent vers le centre de la Terre, pour bien comprendre ce que nous allons remarquer ſur la nature du mouvement violent, qui eſt le propre des *Corps jettez*, c'eſt-à-dire de ceux qui ſont portés par l'impreſſion d'une force qui leur eſt communiquée par une cauſe externe ; & pour faire connoître quelle eſt la ligne que ces corps jettés décrivent dans l'air par leur paſſage ?

CHAP. I. Espéces différentes du mouvement de projection.

Ce mouvement donc, que nous pouvons appeller *mouvement de Projection*, ſe fait perpendiculairement ou vers le haut ou vers le bas, ou bien ho-

LIV. II. CHAP. I.

rizontalement vers les côtez, ou enfin suivant quelque ligne de direction entre la perpendiculaire & l'horizontale.

CHAPITRE II.

Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.

CHAP. II. Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.

CElui qui se fait perpendiculairement vers le haut est continuellement arrêté ou retardé par la pésanteur du corps jetté, laquelle entraînant continuellement ce corps en bas, fait que son mouvement va toûjours en diminuant, & qu'il ne dure que tant que la force de l'impression qui le porte en haut, & qu'il a de la cause qui l'a jetté, se trouve supérieure à celle de se porter vers le bas, qui lui vient de sa gravité: car le corps jetté cesse de monter au moment que les deux impressions deviennent égales, & il commence à tomber aussitôt que celle de la pésanteur commence à prévaloir sur l'autre.

Où il faut remarquer que les espaces parcourus par le mobile jetté vers le haut, sont en proportion réciproque

que de ceux qui sont parcourus dans les mêmes tems par le mobile tombant. C'est-à-dire que les vîtesses diminuënt en montant en la même proportion inverse qu'elles augmentent en descendant ; d'où il arrive que le même corps passe par les mêmes espaces dans des tems égaux, en montant & en descendant.

LIV. II. CHAP. II. Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.

Car si l'on entend que tout le tems qu'un mobile employe à monter, est divisé en un certain nombre de parties égales, comme par exemple en cinq ; il est constant que si l'espace qu'il parcourt au premier tems contient 9 mesures, celui du second tems en contiendra 7, celui du troisiéme 5, celui du quatriéme 3, & enfin l'espace parcouru au cinquiéme ou dernier tems, n'aura que 1 de ces mesures, jusqu'au moment où il se trouve en équilibre sans monter ni descendre : & qu'aussi-tôt qu'il descend, il parcourt par proportion inverse les mêmes espaces dans les mêmes tems ; c'est-à-dire qu'au premier tems il descend 1 mesu-

LIV. II. CHAP. II.

re, au second 3, au troisiéme 5, au quatriéme 7, & enfin au cinquiéme ou dernier 9 : mettant par ce moyen autant de tems préciſément à deſcendre qu'il en a employé à monter.

Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.

Le mouvement de projection fait à plomb vers le bas, reçoit une nouvelle impreſſion de vîteſſe par l'augmentation de celle que le corps acquiert par ſa ſeule gravité en tombant.

L'une & l'autre de ces projections perpendiculaires, ſoit en haut ſoit en bas, comparée à nous, ſe fait toûjours par une ligne droite, à laquelle la péſanteur du corps jetté n'altére rien quant à la direction; le changement qu'elle y apporte eſt ſeulement qu'elle accourcit la droite du mouvement vers le haut, & qu'elle allonge celle du mouvement vers le bas.

CHA-

LIV. II. CHAP. III. Mouvement de projection horizontale.

CHAPITRE III.

Mouvement de projection horizontale.

IL n'en eſt pas de même du mouvement des corps jettez horizontalement ou à côté ; car la péſanteur apporte beaucoup d'altération à la ligne de leur direction, laquelle ne peut pas demeurer droite ; au contraire elle devient courbe en changeant de route.

Et parce que nous ferons voir dans la ſuite, que cette courbe eſt une eſpéce de ligne réguliére, que les Géometres appellent *ligne Parabolique*, qui ſe fait ſur la ſurface d'un Cone coupé par un plan dont l'axe eſt parallel au côté du même Cone ; il eſt néceſſaire, avant que de paſſer outre, de donner ici quelque connoiſſance de cette ligne & de quelques unes de ſes proprietez qui ſont à nôtre ſujet.

CHA-

LIV. II. CHAP. IV. Naissance & proprietez de la ligne parabolique.

CHAPITRE IV.

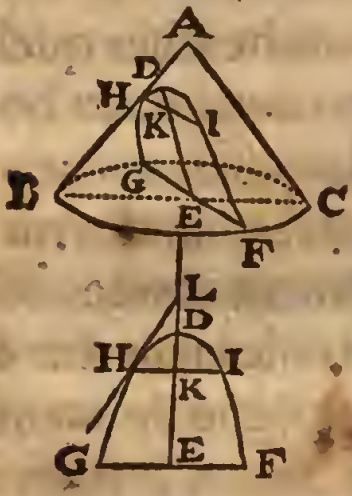
Naissance & proprietez de la ligne Parabolique.

SOit donc un Cone BAC, qui a le point A pour sommet & le cercle BGCF pour base, coupé premiérement par le sommet A suivant le diametre de la base BC; il est constant qu'il naîtra de cette coupe le triangle ABC que l'on appelle *le triangle par l'axe du Cone.* Soit maintenant dans le plan de la base du Cone mené, de quelque point que ce soit, la droite FG coupant la diametre BC à angles droits, comme au point E; d'où la ligne ED soit élevée dans le plan du triangle par l'axe, parallele au côté AC, & rencontrant en D l'autre côté AD du même triangle; & soit entendu un plan mené par les droites DE : GF, il paroît que ce plan coupera le cone & qu'il tracera par cette section sur sa surface convexe, une ligne courbe GHDIF, qui est celle dont nous parlons, que les Anciens

ont

ont appellé *ligne paraboligue*; & *Parabole* la figure compriſe entre cette ligne courbe & la ligne droite G F; dans laquelle parabole la ligne E D s'appelle *l'axe*, G F; la *baſe ou l'amplitude*, & les droites comme H K & K I paralleles à la baſe, s'appellent les *Ordonnées*.

LIV. II. CHAP. IV. Naiſſance & proprietez de la ligne paraboli-que.



Les principales proprietez de cette figure, ſont que les portions de l'axe ſont entr'elles en raiſon doublée des ordonnées qui leur répondent. C'eſt-à-dire que la partie de l'axe E D eſt à la partie D K en raiſon doublée, ou comme le quarré de l'ordonnée G E au quarré de l'ordonnée H K. D'où vient que ſi G E eſt double de K H, la droite E D ſera quadruple de D K; & ſi G E eſt triple de K H, E D contiendra D K neuf fois, & ainſi des autres.

L'autre proprieté eſt celle-ci: continuant

LIV. II. CHAP. IV.

tinuant l'axe E D, & prenant en dehors une portion comme D L, égale à D K; si vous joignez les points H & L par une droite HL, elle touchera la ligne parabolique au point H.

Naissance & proprietez de la ligne parabolique.

CHAPITRE V.

La ligne de la projection horizontale est parabolique.

CHAP. V.

La ligne de la projection horizontale est parabolique.

CEci posé : pour rechercher quelle est la ligne des corps jettez horizontalement ? Imaginons nous qu'une boule de matiére uniforme, tres dure & parfaitement ronde, est mise sur un plan parfaitement dur & uni, & également éloigné de toutes parts du centre de la Terre. Il est premiérement certain que la boule ne touchera le plan qu'en un seul point, qui sera dans la droite venant du centre de la Terre à celui de la boule ; & qu'elle demeurera en repos en cét état, dans lequel il n'y a point de raison qui la fasse plûtôt mouvoir d'un côté que d'autre : car la matiére étant égale & uniforme, les momens de pé-

pésanteur de ses parties autour du centre sont égaux. LIV. II. CHAP. V. La ligne de la projection horizontale est parabolique.

Mais si elle reçoit impression de quelque cause externe, qui la détermine vers quelque endroit; il est encore vrai de dire que cette boule sera muë, parce que cette force imprimée à ôté l'equilibre de ces momens des parties qui sont autour de son centre: & que son mouvement sera perpétuel si l'on suppose qu'il n'ait aucun empêchement de dehors; parce qu'il n'y a rien au dedans qui puisse arrêter ou changer cette direction de ses parties vers un endroit déterminé, laquelle lui a été une fois imprimée.

De plus comme il est encore véritable qu'il n'y a rien de défini dans l'extension ou grandeur de cette force d'impression qui a été communiquée à la boule; & que cette force a pû être plus grande & plus grande à l'infini: il est aussi constant que la vîtesse du mouvement de cette boule a pû être en la même maniére plus grande & plus grande à l'infini;

LIV. II. CHAP. V.

fini ; & qu'elle a pû perſévérer toûjours dans un mouvement uniforme, avec ce dégré de vîteſſe.

La ligne de la projection horizontale eſt parabolique.

Et c'eſt ainſi que l'on peut expliquer avec apparence, l'uniformité, l'égalité, & la durée perpétuelle du mouvement des Corps celeſtes, qui, peut-être, ont reçû dans le tems de leur création cette impreſſion de vîteſſe déterminée qu'ils conſervent toûjours également par leur mouvement circulaire, dans lequel ils ne trouvent aucun empêchement qui leur réſiſte.

Maintenant dans le tems que cette boule ſe meut ſuivant cette poſition, avec quelle vîteſſe que ce ſoit, ſur ce plan horizontal ; ſi nous concevons que ce plan qui la ſoûtient eſt ôté tout à coup, & que la boule ſoit laiſſée dans une entiére liberté de ſe mouvoir ſelon ſon inclination : il eſt vrai qu'elle continuera ſon premier mouvement ſuivant l'impreſſion qu'elle avoit & vers la même part où elle alloit, lors-qu'elle ſe mouvoit ſur le plan ; mais qu'à l'arrivée d'une nouvelle

le impreſſion que ſa propre gravité lui communique & dont l'effet étoit auparavant arrêté par le plan, elle ſera contrainte de ſe détourner de la droiture de ſa direction, & de s'abbaiſſer inſenſiblement dans la ſuite de ſon mouvement.

LIV. II. CHAP. V. La ligne de la projection horizontale eſt paraboique.

Ainſi elle décrira dans ſon paſſage une ligne formée par ces deux mouvemens, dont l'un eſt égal & uniforme qui lui vient de la premiére impreſſion; c'eſt-à-dire de l'impulſion du corps qui l'a pouſſée; & l'autre eſt uniformement accéléré qui lui eſt communiqué par ſa propre péſanteur.

Et comme les eſpaces parcourus dans un mouvement égal ſont en même proportion que les tems, au lieu que ceux qui ſont parcourus dans un mouvement accéléré ſont en raiſon ſous doublée des mêmes tems; il naît de la compoſition de ces deux mouvemens la même proportion qui ſe rencontre, comme nous avons dit ci-devant, entre les portions de l'axe & les ordonnées de la Parabole, qui par con-

LIV. II. CHAP. V.

La ligne de la projection horizontale est parabolique.

conséquent est la nature de la ligne courbe que cette boule décriroit dans son passage, ou tout autre mobile qui seroit jetté horizontalement.

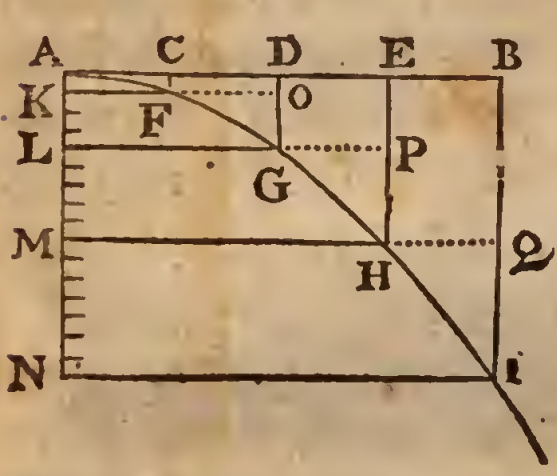
Comme si nous comprenons que le corps qui a été jetté horizontalement suivant la ligne de direction A B, a parcouru dans le premier moment de tems l'espace A C par le mouvement égal de l'impulsion, & l'espace C F par le mouvement accéléré de sa pésanteur; il est constant que dans le second moment, il parcourra l'espace C D égal au premier A C par le mouvement égal, & l'espace O G triple de C F par l'accéléré; & que la toute D G ou A L sera quadruple de C F ou A K. Ainsi dans le troisiéme moment il passera l'espace D E égal à A C par le mouvement égal, & l'espace P H quintuple de C F par l'accéléré; & la ligne E H ou A M sera à C F ou A K comme 9 à 1. Enfin dans le quatriéme moment il parcourra l'espace

BIBLIOTECA
MUSEO NACIONAL

La ligne de la projection horizontale est parabolique.

ſpace E B égal à A C par le mouvement égal, & Q I ſeptuple de C F par l'accéléré; & B I ou A N ſera à C F ou A K comme 16 a 1. & ainſi des autres.

Et comme le mobile au premier moment ſe trouve par ces deux mouvemens au point F, au point G dans le ſecond, au point H dans le troiſiéme, & au point I dans le quatriéme; il paroît que la courbe A F G H I ſera décrite par ſon paſſage; dans laquelle la ligne A N étant à A K comme 16 à 1; & à A B à A C, c'eſt-à-dire N I à K F, comme 4 à 1; le diametre ou l'axe A N, eſt à ſa portion A K en raiſon doublée de celle de l'ordonnée N I à l'ordonnée K F. Ainſi la raiſon de A M à A K qui eſt de 9 à 1, eſt doublée de celle M H à K F, c'eſt-



LIV. II. CHAP. V.

La ligne de la projection horizontale est parabolique.

c'est-à-dire de AE à AC qui est de 3 à 1. Et celle de AL à AK qui est de 4 à 1, doublée de celle LG à KF, c'est-à-dire de AD à AC qui est de 2 à 1. Et partant que la courbe AFGHI décrire par le passage du mobile jetté horizontalement, est celle que l'on appelle *ligne Parabolique*, dont le sommet est A, l'axe est à AN, & les ordonnées sont KF : LG : MH : NI, &c.

CHAPITRE VI.

Les lignes des projection obliques sont aussi paraboliques.

CHAP. VI.

Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

NOus pouvons avec un raisonnement semblable faire voir que les projections qui se font obliquement & suivant des directions inclinées entre l'horizontale & la perpendiculaire, décrivent des lignes Paraboliques aussi bien que les projections horizontales.

Car nous servant de la même figure, si nous menons la droite IP continuée de part & d'autre qui touche la parabole

bole AGI en I, & coupe ſon axe N A prolongé en P. Il eſt premiérement conſtant, (parce que nous avons remarqué ci-devant pour une des principales proprietez de la ligne Parabolique,) que la ligne A P ſera égale à A N ou B I, & la droite A D égale à D B, & continuant F C en O, la droite I P ſera coupée en portions égales aux points 7 : D : O, comme la droite A B l'eſt aux points C : D : E.

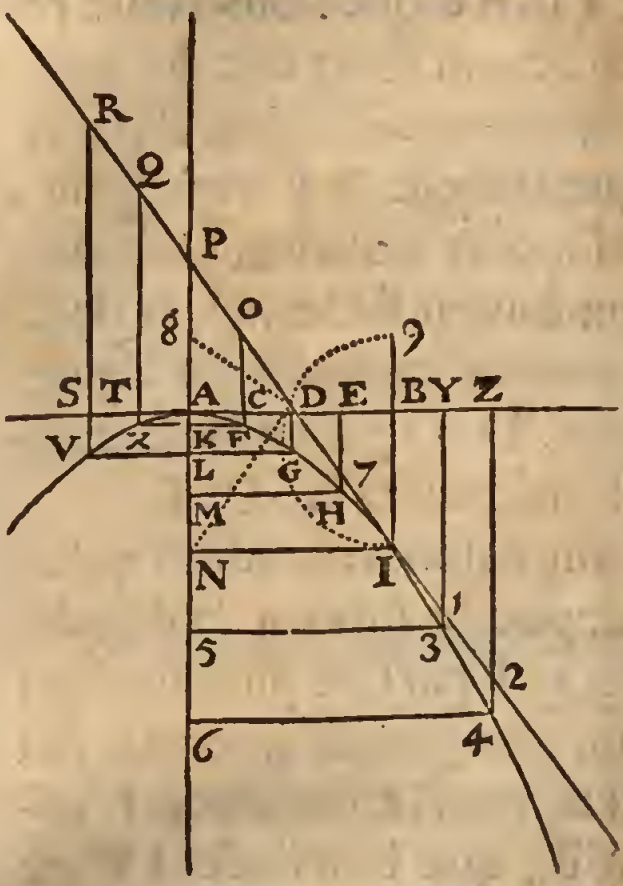
LIV. II. CHAP. VI. Les lignes des projections obliques ſont auſſi paraboliques.

Maintenant ſi nous entendons qu'un mobile ſoit pouſſé ſuivant la direction de la ligne I P par une puiſſance qui ſoit d'autant plus grande que celle qui le pouſſoit ſuivant la direction horizontale A B, que l'inclinée I P eſt plus grande que l'horizontale A B; c'eſt-à-dire que la vîteſſe imprimée à ce ſecond mobile ſoit à la vîteſſe imprimée au premier comme I P eſt à A B : il ſera vrai de dire, en faiſant abſtraction de la péſanteur, que ce mobile parcourra, d'un mouvement uniforme & égal, toute la longueur I P au même tems que le premier a parcouru la

LIV. II. CHAP. VI.

Les lignes des projections obliques ſont auſſi paraboliques.

longueur AB, & que le ſecond paſſera par les eſpaces égaux I 7: 7: D: DO: O P: dans les mêmes tems que le premier a paſſé par les eſpaces égaux de l'horizontale AC: CD: DE: EB. Mais dans le tems que le premier de ces mobiles a paſſé d'un mouvement égal l'eſpace AC, il eſt deſcendu par ſa propre gravité, d'un mouvement accéléré, de la longueur de la ligne AK ou CF. Donc, dans le tems que ce ſecond mobile paſſera d'un mouvement égal par l'eſpace I 7, il deſcendra d'un mouvement accé-



LIV. II. CHAP. VI. Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

céléré de la même hauteur perpendiculaire AK ou 7 H. Et en deux tems parcourant d'un mouvement égal les deux espaces I D, il descendra, par le mouvement accéléré de sa pésanteur, à la hauteur perpendiculaire A L ou D G. Ainsi en trois tems il passera également les trois espaces I O, & l'espace A M ou O F par l'accéléré. Et en quatre tems les quatre espaces I P par le mouvement égal, & l'espace AN ou AP par l'accéléré. C'est-à-dire que l'espace perpendiculaire 7 H égal à A K étant 1; DG égal à AL sera 4; OF égal à AM sera 9; A P égal à AN sera 16; &c. Et partant ce second mobile décrira par ces deux mouvemens la ligne courbe I H G A. Mais cette courbe est la même Parabolique que le premier des mobiles porté horizontalement, a décrite, (ainsi que je vai le faire voir.) Donc la ligne décrite par un mobile jetté suivant une direction oblique entre la perpendiculaire & l'horizontale, comme suivant

LIV. II. CHAP. VI.

la direction de la droite IP, est une ligne Parabolique.

Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

Pour connoître que la Courbe I H. GFA est la parabole tracée par le mobile porté suivant l'horizontale AB; il ne faut que considérer que les lignes AC:CD:DE:EB:étant égales, la droite AP étant de 16 parties, C O sera de p.8. Mais OF est de p.9; donc le reste C F sera de p. 1. Ainsi B I égal à A P est aussi de p. 16, & partant E 7 est de p. 8; & 7 H étant de p. 1; la toute EH est de p. 9. Donc C F ou AK étant p 1; DG ou AL est p.4; EH ou AM p.9, & BI ou A N est p. 16. Comme AC ou KF étant 1; AD ou LG est 2; AE ou MH est 3; & A B ou N I est 4. Où l'on voit que les portions de l'axe A N sont entr'elles comme les quarrez des ordonnées & que la courbe parabolique IHGFA, décrite par le second mobile suivant la direction oblique IP, est la même que la courbe parabolique AFGHI, décrite par le premier des mobiles suivant la direction horizontale A B. Ce qu'il faloit démontrer.

Le

Le sommet de l'une & l'autre de ces paraboles étant en A, l'on pourra faire voir que la projection oblique suivant IP étant continuée décrira la même parabole de l'autre part. Car prenant les espaces PQ: QR égaux à P O: O D & menant les droites Q T X: R S V paralleles à l'axe AP; les portions A T, T S seront aussi égales aux portions A C, CD; & la droite AP étant de p. 16; QT sera de p. 24, & RS de p. 32,

LIV. II. CHAP. VI. Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

Maintenant si l'on entend que le mobile partant du point I ait passé en quatre tems la droite I P par le mouvement égal; & soit descendu de toute la longueur perpendiculaire P A de p. 16 par le mouvement accéléré de sa pésanteur; il passera la droite I Q en cinq tems par le mouvement égal, & descendra cependant de la hauteur perpendiculaire Q X de p. 25 par l'accéléré; & en six tems il parcourra IR également & la hauteur R V de p. 36 par sa pésanteur. Otant donc la longueur Q T ou p. 24, de la toute Q X de p. 25. & la lon-

LIV. II. CHAP. VI.

Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

gueur R S ou p. 32 de R V ou p. 36; il restera p. 1 pour T X & p. 4 pour S V; c'est-à-dire que T X sera égale à A K ou C F. S V à A L ou D G. Ce qui marque que la courbe qui passe par les points X & V décrite par le mobile jetté du point I suivant la direction oblique I P R; est la même que celle qui passe par F & G c'est-à-dire la même parabole continuée.

Posons maintenant que le mobile partant du point I suivant la direction P I, est porté en bas vers I. 2; je dis que la ligne courbe I. 3. 4 qu'il décrira par son passage, est aussi la même parabolique A F G I continuée.

Car prenant dans la ligne P I continuée en bas les espaces I 1, 1. 2 égaux à I 7, 7 D, & menant les droites 3. 1. Y: 4. 2. Z paralleles à I B c'est-à-dire à l'axe A N, qui couperont l'horizontale A B prolongée, & feront les portions B Y, Y Z égales aux portions B E, E D. Il est constant que le mobile poussé avec la même force en bas, parcourra d'un mouve-

vement égal les espaces I. 1, 1. 2 en même tems qu'il a parcouru en haut les espaces égaux I 7, 7 D; & que lors qu'il aura passé le premier espace I 1 par le mouvement égal; il sera descendu par le mouvement accéléréré de sa gravité, de la hauteur perpendiculaire 1. 3 égale à 7 H où A K de p. 1, & qu'il descendra de la hauteur 2. 4 égale à DG ou AL de p. 4 par le mouvement de sa pésanteur, quand il aura passé en deux tems les deux espaces I. 1, 1. 2 par le mouvement égal. Maintenant dans le triangle D 2 Z, la droite I B étant de p. 16, Y 1 sera de p. 24; & Z 2 de p. 32; & partant la toute Y 3 sera de p. 25, & Z 4 de p. 36. C'est-à-dire que les points I : 3 : 4 : seront dans la parabole AFGHI continuée, puis-que la droite Z 4 c'est-à-dire la portion du diametre A 6 de p. 36, est à la portion AK de p. 1, comme le quarré de A Z ou de l'ordonnée 6. 4, est au quarré de A C ou de l'ordonnée K F.

LIV. VI. CHAP. II.

Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.

LIV. II. CHAP. VII.

CHAPITRE VII.

Maniére de meſurer les différens dégrés de la force imprimée au mobile jetté.

Maniére de meſurer les différens dégrez de la force imprimée au mobile jetté.

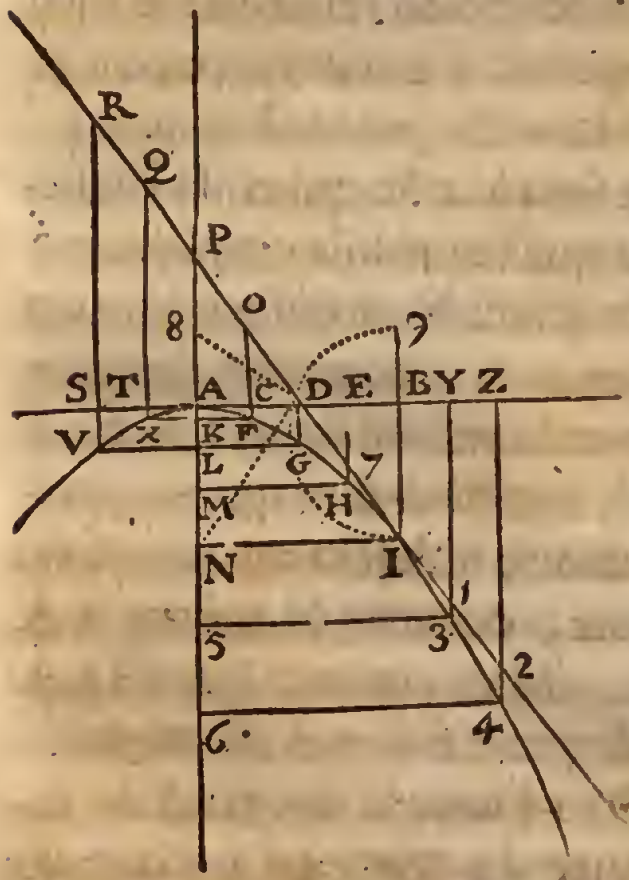
IL paroît par tout ce raiſonnement que les paraboles ont d'autant plus d'étenduë que la force ou la vîteſſe imprimée au mobile porté ſuivant une direction horizontale, eſt plus grande. Et comme cette vîteſſe peut être plus grande en une infinité de maniéres différentes; Galilée n'a point trouvé de moien plus aſſûré pour les réduire ſous des meſures connuës, qu'en ſuppoſant que le mobile a aquis cette force ou ce dégré de vîteſſe en tombant d'une certaine hauteur. Car puis-qu'un mobile en tombant aquiert à chaque moment de ſa chûte un nouveau dégré de vîteſſe, il n'y a point de vîteſſe ſi grande, à laquelle le mobile ne puiſſe arriver, ſuppoſé qu'il n'y ait point d'empêchement du dehors; ainſi la différence des dégrez de vîteſſe peut-être commodément entenduë par la différence des hauteurs

d'où

d'où l'on peut ſuppoſer que le mobile eſt tombé.

LIV. II. CHAP. VII. Maniére de meſurer les différens dégrez de la force imprimée au mobile jetté.

Pour bien entendre ceci, il faut dans la figure dont nous nous ſommes ſervis, mener les droites ND & D 8 en-ſorte que l'angle ND 8 ſoit droit, afin que A D ſoit moïenne Geometrique entre A 8 & A N, & 8 D moïenne entre 8 A & 8 N. Ceci poſé Galilée dit que ſi l'on entend que le mobile ſoit tombé perpendiculairement du point 8 en A, & que ſon mouvement ſoit en-ſuite converti en mouvement égal ſuivant la direction hori-



LIV. II. CHAP. VII.

Maniére de mesurer les différens dégrez de la force imprimée au mobile jetté.

zontale A B, avec le dégré de vîtesse aquis par sa chûte; il décrira par son passage la parabole AFGHI.

Car comme les espaces parcourus par un mobile tombant sont entr'eux en raison doublée de celle des tems de leur chûte; si nous prenons la droite 8 A pour mesure du tems que le mobile a employé à passer l'espace 8 A en descendant du point du repos 8: cette ligne sera à celle qui est la mesure du tems que le mobile employera à passer l'espace A N en descendant du point de repos A, en raison doublée de celle que la même ligne 8 A a, à la droite AN: c'est-à-dire que le quarré de la droite 8 A sera au quarré de cette droite, comme la même 8 A est à AN. Mais comme 8 A est à A N, ainsi le quarré de 8 A est au quarré de A D. 1 Donc la droite A D sera la mesure du tems du passage du mobile par l'espace A N.

Maintenant comme il a été démontré par Galilée, qu'un mobile porté d'un mouvement égal avec un dégré

de

de vîteſſe aquis en tombant de quelque hauteur, parcourt dans un tems égal à celui de ſa chûte, un eſpace double de celui qu'il a parcouru en tombant: c'eſt-à-dire que le mobile porté d'un mouvement égal ſuivant la direction A B, avec le dégré de vîteſſe aquis par ſa chûte du point de repos 8 en A, parcourt dans le tems 8 A un eſpace double de la droite 8 A; il s'enſuit que dans le tems A D il parcourra avec la même vîteſſe un eſpace double de la droite A D; c'eſt-à-dire l'eſpace A B ou N I. Mais nous venons de faire voir que le même mobile partant du point de repos A, paſſoit en deſcendant l'eſpace A N dans le même tems A D. Donc dans le tems qu'il parcourra horizontalement la droite A B d'un mouvement égal, il deſcendra de toute la hauteur A N du mouvement accéléré; & par la compoſition de ces deux mouvemens il décrira la Parabole A F G H I; car on ne ſauroit mener d'autre parabole que celle-là qui paſſe par les point A & I.

LIV. II. CHAP. VII. Maniere de meſurer les différens dégrez de la force imprimée au mobile jetté.

LIV. VI. CHAP. VII.

Où l'on voit que les vîtesses ou les forces aquises ou imprimées étant entr'elles en même raison que les tems, la vîtesse ou la force aquise par la chûte 8 A, c'est-à-dire la force ou la vîtesse du mouvement horizontal étant mesurée par la droite A 8, la mesure de la force ou de la vîtesse aquise au point N par la chûte AN sera la droite AD.

Maniére de mesurer les différens dégrez de la force imprimée au mobile jetté.

Nous avons dit ci-devant qu'une force ou vîtesse qui seroit à la force ou vîtesse horizontale comme la touchante I P est à la touchante A B ou N I; c'est-à-dire comme DP est à DA; porteroit le mobile en montant ou en descendant suivant la direction IP par les points de la même parabole AFGHI. Pour déterminer quelle est cette force, supposé que l'horizontale AB soit mesurée par la droite A 8 : il faut raisonner en cette maniére.

La droite A N étant égale à A P, les deux D P & D N sont aussi égales; & partant A D est à D N, comme la vîtesse horizontale A B est à la vîtesse

suivant la touchante I P ; mais comme A D est à D N, ainsi A 8 est à 8 D. Donc A 8 est à 8 D, comme la force horizontale est à l'inclinée par I P. Maintenant posant la droite A 8 pour mesure de l'espace que le mobile a parcouru en tombant pour acquérir la force horizontale A 8, elle sera à l'espace qu'il faudra qu'il parcoure pour aquérir la force inclinée 8 D, en raison doublée de la ligne A 8 à 8 D, c'est-à-dire comme A 8 est à 8 N ; & partant l'étenduë 8 N sera celle de la chûte du mobile pour aquérir la force ou la vîtesse 8 D. Donc la force horizontale A B ayant été aquise par la chûte 8 A, la force inclinée I P sera aquise par la chûte 8 N.

LIV. II. CHAP. VII. Maniére de mesurer les différens dégrez de la force imprimée au mobile jetté.

Galilée appelle dans cette parabole A F G H I, la droite A N *la hauteur*, N I *la moitié de son amplitude*, & 8 A *la sublimité* : où l'on voit que la hauteur & la sublimité jointes ensemble font la mesure de l'espace qu'il faut que le mobile parcoure en tombant pour aquérir la force qu'il doit avoir pour dé-

LIV. V. CHAP. VII.

Maniére de mesurer les différens dégrez de la force imprimée au mobile jetté.

crire la même parabole suivant la tangente menée à l'extrémité de son amplitude. L'on voit deplus que la moïenne Géometrique entre la hauteur & la sublimité d'une parabole est égale au quart de son amplitude.

Ainsi continuant la droite I B jusqu'en 9, en sorte que B 9 soit égale à A 8 comme B D est égale à A D; la droite B D sera moïenne entre I B & B 9; & le demi-cercle fait sur le diametre I 9, passera par le point D; & dans ce demi-cercle, B 9 sera la sublimité de la même parabole, décrite suivant la direction horizontale, B I sera la hauteur, & B D le quart de l'amplitude. Et le diametre entier I 9 sera la sublimité de la même parabole décrite suivant la direction de la touchante I P.

CHA-

CHAPITRE VIII.

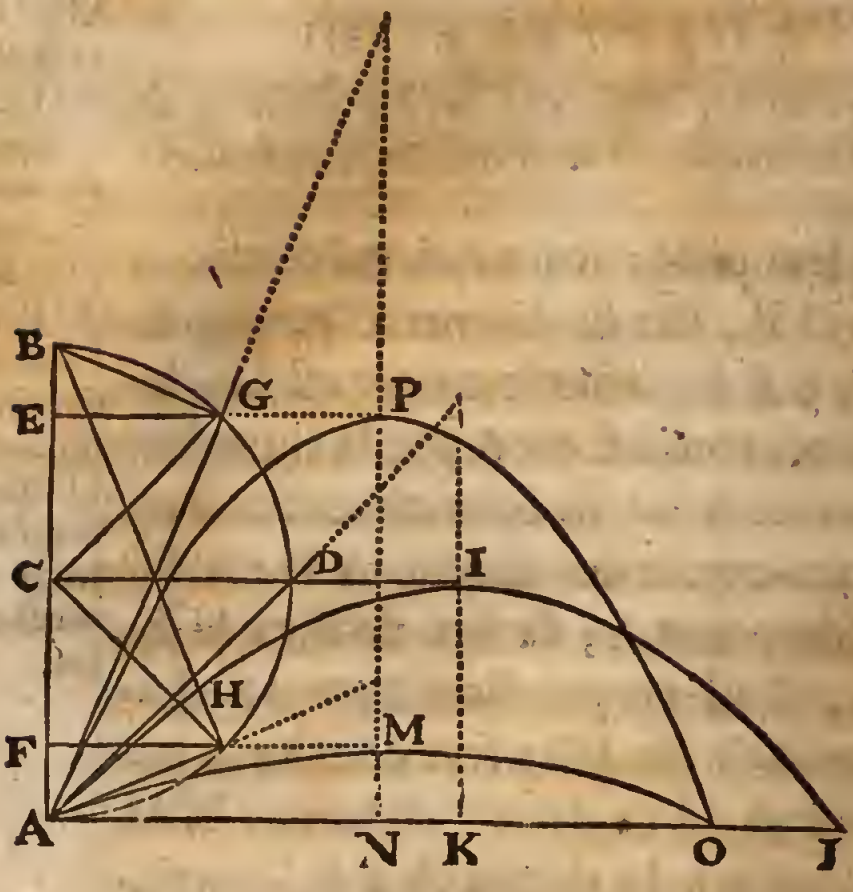
Proportion des amplitudes des Paraboles & des sinus du double des angles de leurs touchantes.

LIV. II. CHAP. VIII. Proportion des amplitudes des Paraboles & des Sinus du double des angles de leurs touchantes.

CEci posé : soit un demi cercle A D B, sur le diametre perpendiculaire A B, dont le centre est C ; lequel soit touché en A par la ligne horizontale A L. Et soient menées dans le demi-cercle des droites A H : A D : A G du point A ; & les droites H F, D C, E G perpendiculaires au diametre A B. En-suite soit décrite la parabole A M O dont la hauteur N M soit égale à la droite A F & l'amplitude A O soit, quadruple de la droite F H ; la parabole A I L, dont la hauteur K I soit égale à A C, & l'amplitude A L quadruple de la droite D C ; & enfin la parabole A P O, dont la hauteur N P soit égale à A E, & l'amplitude A O quadruple de la droite E G. Puis soient menées dans le demi-cercle les lignes H C : H B : & G C : G B.

Il est manifeste par ce que nous avons démontré ci-devant que la ligne

B F



LIV. II. CHAP. VIII.

Proportion des amplitudes des Paraboles & des Sinus du double des angles de leurs touchantes.

B F eſt la ſublimité & A F ou N M la hauteur de la parabole A M O ; c'eſt-à-dire qu'un mobile porté d'un mouvement égal du point M horizontalement avec une force aquiſe par la chûte B F décrira la parabole A M O. Ainſi la ſublimité de la parabole A I L eſt B C & ſa hauteur à A C ou K I ; comme la ſublimité de la parabole A P O eſt B E & ſa hauteur A E ou N P. D'où il s'enſuit que les mêmes para-

rabo-

raboles seront décrites par des mobiles portés également avec une force aquise par la chûte B A suivant les différentes inclinations des touchantes A H: A D: A G. C'est-à-dire que la parabole A M O sera décrite par le mobile porté également suivant la touchante A H avec la vîtesse qu'il aura aquise en tombant du point B en A. Et la parabole A I L sera décrite par le mobile porté également suivant la touchante A D avec la même vîtesse B A. Et enfin la parabole A P O par le mobile suivant la touchante A G, avec la même force ou vîtesse B A.

LIV. II. CHAP. VIII. Proportion des amplitudes des Paraboles & des Sinus du double des angles de leurs touchantes.

Et comme les amplitudes de chacune des paraboles sont quadruples des droites F H: C D: E G: il s'ensuit

CHAPITRE IX.

Suites de cette Proportion.

1 QUe de toutes les paraboles faites avec une même impression de vitesse, la plus grande est celle dont le mobile est porté suivant la direction d'un

CHAP. IX. Suites de cette proportion.

LIV. III. CHAP. X.

Suites de cette proportion.

d'un angle demi droit ou de 45 dégrez; ce qui a été premiérement remarqué par Tartaglia, ainsi que nous l'avons dit ci-devant. Car si nous supposons que l'angle L A D, qui est l'inclination suivant laquelle la parabole AIL a été faite, est de 45 dégrez; la ligne D C perpendiculaire au diametre AB, sera egale au demi diametre du même Cercle A D B; & par conséquent elle sera plus grande qu'aucune autre perpendiculaire au même diametre comme HF ou GE; d'où il arrire que le quadruple de CD, c'est-à-dire l'amplitude AL de la Parabole A I L, sera plus grande que le quadruple d'aucune autre perpendiculaire comme FH ou GE, c'est-à-dire que l'amplitude d'aucune autre Parabole comme ∀ M O ou A P O.

2. Que les Paraboles décrites suivant des inclinations également éloignées au-dessus ou au-dessous de l'angle de 45 dégrez sont égales d'amplitude. Ce qui a été remarqué par plusieurs & particuliérement par Diego Ufa-

Ufano, comme nous l'avons fait voir ci-devant. Car ſuppoſant que les arcs D H & DG ſoient égaux, les droites H F & G E ſeront auſſi égales, & leurs quadruples A O; c'eſt-à-dire l'amplitude de la Parabole A M O & de la parabole A P O faites ſur les inclinations A H & A G. LIV. II. CHAP. IX. Suites de cette proportion.

3. Comme les perpendiculaires ſur le diametre du cercle vont toûjours en augmentant depuis le point A juſqu'en D, & que delà elles vont toûjours en diminuant juſqu'au point B; il s'enſuit que les Paraboles produites par les mobiles portés d'une même vîteſſe ſuivant les inclinations depuis l'horizontale A L juſqu'à celle de l'angle demi droit A D, vont toûjours en augmentant d'amplitude; comme au contraire celles qui ſe font ſuivant les inclinations depuis l'angle demi droit A C. juſqu'à la perpendiculaire A B vont toûjours en diminuant.

4. La droite H F eſt le ſinus de l'angle au centre A C H, double de l'an-

LIV. II. CHAP. IX. Suites de cette proportion.

l'angle à la circonférence A B H qui est égal à celui de l'inclination L A H. Ainsi la droite C D est le sinus de l'angle droit double de celui de l'inclination L A D. Et la droite G E est le sinus de l'angle au centre A C G double de l'angle à la circonférence A B G qui est égal à celui de l'inclination L A G. Et comme les amplitudes A A O ; A L, des Paraboles A M O, A P O, A I L, sont entr'elles comme les lignes F H, C D E G dont elles sont quadruples ; il s'ensuit que les amplitudes des Paraboles faites par un mobile porté d'une égale impression de vîteſſe, ſuivant des angles différens d'inclination, ſont entr'elles comme les ſinus du double des mêmes angles. Ainſi l'amplitude A L de la Parabole A I L faite ſuivant l'angle demi droit L A D, eſt à l'amplitude A O de la parabole A M O faite avec la même impreſſion de force ſuivant l'angle L A H, comme la droite C D ſinus de l'angle droit, double du demi droit L A B, eſt à la droite F H

ſinus

sinus de l'angle A C H, double de l'angle L A H. Et la même amplitude A L de la Parabole A I L est à l'amplitude A O de la parabole A P O, comme la droite C D sinus du double de l'angle L A D, est à la droite E G sinus du double de l'angle L A G, & ainsi des autres.

LIV. II. CHAP. IX. Suites de cette proportion.

LIV. III.

LIVRE TROISIE'ME.

Démonſtration des pratiques de l'Art de jetter les Bombes. Et premiérement pour les jets dont l'étenduë eſt au niveau des Batteries, & par le moïen des ſinus.

CEtte propoſition eſt le fondement de la plûpart des Pratiques que nous avons expliquées dans la deuxiéme partie de ce Livre, & que nous allons maintenant examiner l'une après l'autre.

CHAPITRE PREMIER.

Pour trouver l'étenduë d'un coup ſur une élévation donnée.

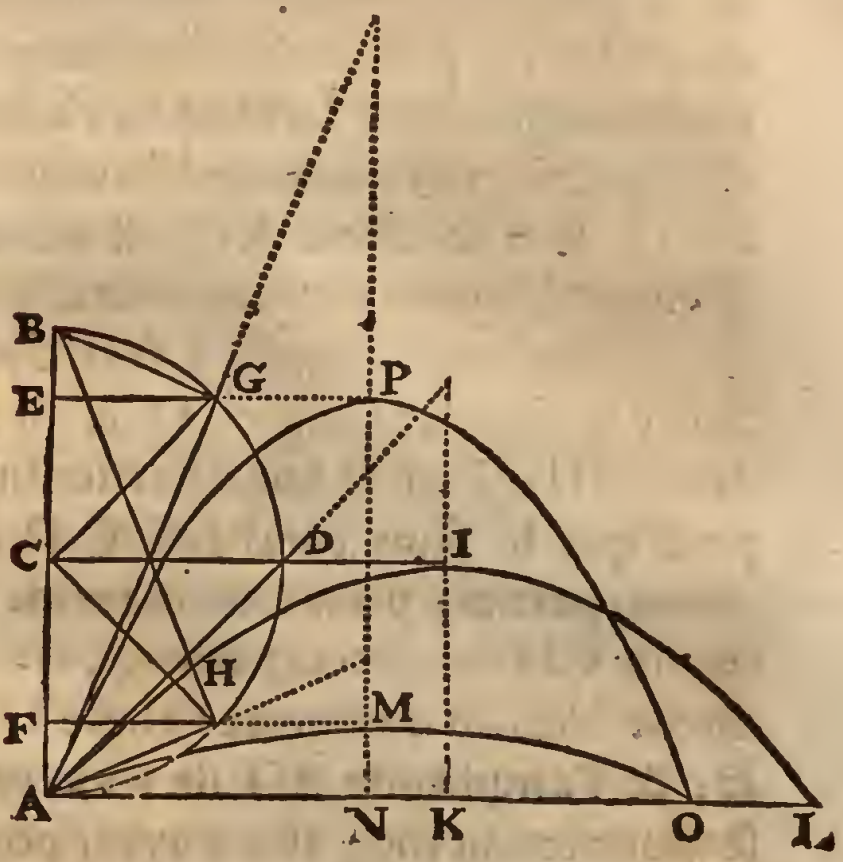
CHAP. I. Pour trouver l'étenduë d'un coup ſur une élévation donnée.

LA premiére de toutes eſt claire d'elle-même : car ſuppoſant que l'on ait fait l'épreuve d'une piéce ou d'un mortier ſous un angle d'élévation connuë, & connoiſſant exactement ſa portée ; pour connoître celle de la même piéce ou du même mortier

tier avec la même charge ſous une autre élévation ; il ne faut, ſuivant la pratique expliquée au premier Chapitre du premier Livre de la ſeconde Partie, que faire une régle de Trois dont le premier terme ſoit le ſinus du double de l'angle de l'élévation ſur laquelle on a fait l'épreuve, le

LIV. III. CHAP. I.

Pour trouver l'étenduë d'un coup ſur une élévation donnée.



ſecond ſoit le ſinus du double de l'angle de l'élévation propoſée, & le troiſiéme ſoit la portée connuë par l'épreu-

LIV. III. CHAP. I.

preuve ; & par la régle, le quatriéme proportionel ſera l'étenduë de la portée que l'on demande. Comme ſi l'épreuve ayant été faite ſous l'angle de l'inclination LAH de 30 dégrez vous avez 1000 toiſes ou 1000 autres meſures pour la portée de vôtre piéce, c'eſt-à-dire pour l'amplitude AO de la parabole AMO ; pour ſavoir quelle ſera la portée de la même piéce élevée à l'angle LAD de 45 dég., c'eſt-à-dire pour connoître l'amplitude AL de la parabole AIL ; il ne faut que prendre pour premier terme le ſinus du double de l'angle LAH c'eſt-à-dire le ſinus de l'angle ACH ou la droite FH qui eſt de 8660 parties, ſuppoſé que le ſinus total ſoit CD de 10000 parties ; pour ſecond terme la droite CD de 10000 parties, c'eſt-à-dire le ſinus du double de l'angle LAD ; & l'amplitude AO de 1000 toiſes pour troiſiéme ; afin d'avoir pour quatriéme terme proportionel l'amplitude AL de 1155 to. ou meſures ; & cela parce que l'amplitude AO eſt à l'am-

Pour trouver l'étenduë d'un coup ſur une élévation donnée.

l'amplitude A L comme le ſinus H F eſt au ſinus CD. LIV. III. CHAP. I.

Si l'angle de l'inclination propoſée eſt plus grand que le demi droit, il ne faut pas le doubler pour avoir le ſinus, mais il faut prendre le ſinus du double de ſon complement à l'angle droit. Comme ſi l'on a propoſé l'élévation de la piéce ou du mortier à l'angle L A G de 50 dégrez: il faut prendre E G ſinus de 80 dégrez double de 40 dég. complement à l'angle droit du propoſé de 50 dégrez.

Pour trouver l'étenduë d'un coup ſur une élévation donnée.

CHAPITRE II.

Pour trouver l'angle de l'élévation pour une étenduë donnée.

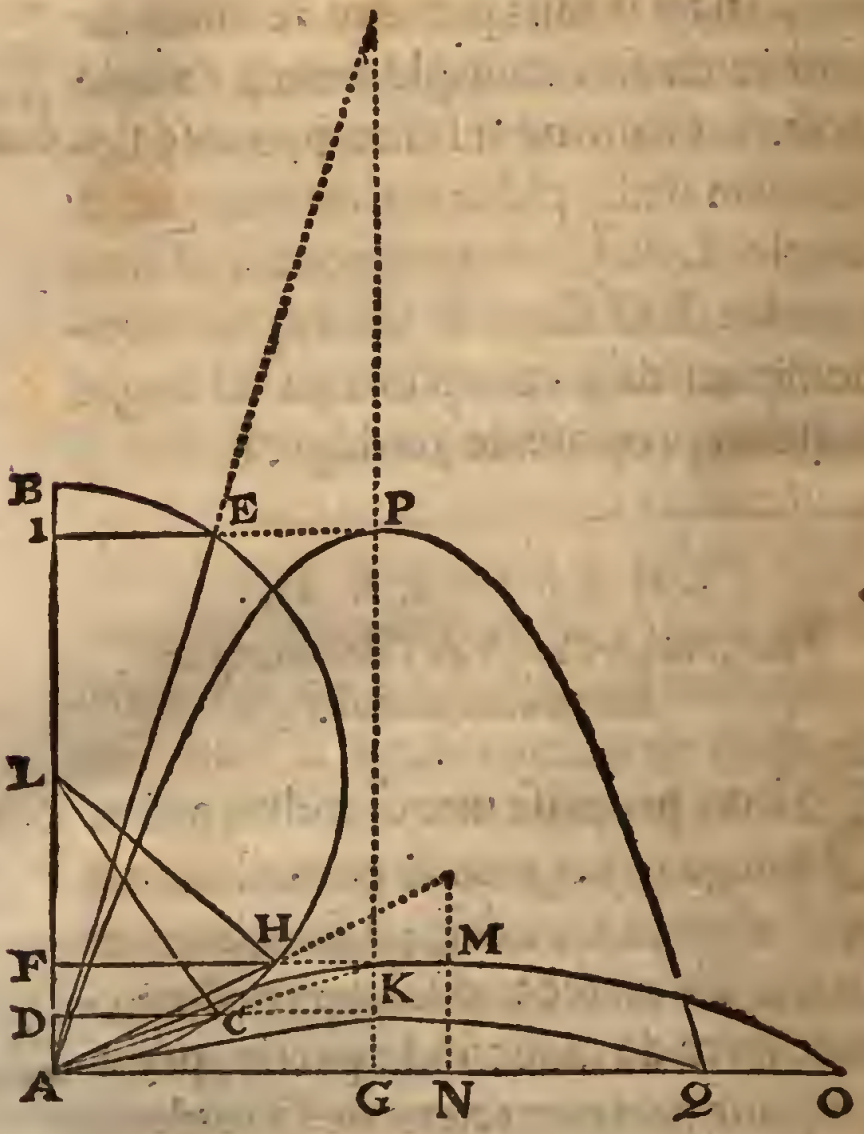
SI l'on propoſe une étenduë qui ne ſoit pas plus grande que celle de la piéce élevée à 45 dég.; il faut, comme il a été dit au ſecond Chapitre du premier livre de la ſeconde partie, prendre pour premier terme de la régle de Trois l'étenduë de la portée connuë par l'épreuve, pour ſecõd terme l'êten-

CHAP. II.

Pour trouver l'angle de l'élévation pour une étenduë donnée.

LIV. III. CHAP. II.

duë que l'on demande, & pour troiſiême le ſinus du double de l'angle de l'inclination ſur laquelle l'épreuve a été faite ; afin d'avoir pour quatriéme proportionel le ſinus du double de l'angle qu'il faudra donner à la piéce.



piéce. Ainsi pour avoir la portée, c'est-à-dire l'amplitude A Q de 800 mesures; il faut prendre pour premier terme l'amplitude AO de la parabole A M O de 1000 mesures faite suivant l'angle OAH de 30 dégrez, pour second terme l'amplitude A Q de 800 mesures que l'on demande; la droite F H sinus du double de l'angle O A H de 8660 parties pour troisiéme terme, afin d'avoir pour quatriéme proportionel, la droite CD de 6928 parties sinus de l'angle A L C de 43. 52′ double de ce que l'on demande QAC de 21. 56′, ou de son complement à l'angle droit Q A E de 68 4′. Car la piéce ou le mortier élevé en l'un ou en l'autre de ces deux angles donnera la même amplitude proposée A Q des Paraboles A K Q ou A P Q. Et par tout l'on voit que ces amplitudes AO & AQ sont entr'elles comme les droites F H & D C.

LIV. III. CHAP. II. Pour trouver l'angle de l'élevation pour une étenduë donnée.

LIV. III. CHAP. III. Démonstration de la Table des Sinus servans au jet des Bombes.

CHAPITRE III.

Démonstration de la Table des Sinus servans au jet des Bombes.

LA Table qui suit, & qui est rapportée au troisiéme Chapitre du premier Livre de la seconde partie, n'est que pour soulager ceux qui auroient peine à rechercher en toutes rencontres les sinus du double des angles proposés pour l'élévation du mortier ou de la piéce; puis-qu'elle contient les mêmes sinus qui répondent aux angles proposés, sans qu'il soit besoin de rien doubler. Ce qui a été nettement expliqué dans le discours de la construction de la table, où j'ai dit que les nombres qui y répondent à chaque dég. êtoient ceux qui se trouvent dans la table ordinaire des sinus au droit des angles doubles de ceux-ci; & que le nombre par exemple de 349 répondant au premier dég. dans cette Table, étoit celui qui répondoit à 2 dégrez dans celle des sinus; & le nombre 698 répondant

dant dans celle-ci à 2 dég., étoit le sinus de 4 dégrez; ainsi le nombre 6428 répondant à 20 dég. est le sinus de 40 dég., & ainsi des autres. LIV. III. CHAP. III. Démonstration de la Table des sinus servans au jet des Bombes.

Ce qui fait que proposant un angle & prenant le nombre qui lui répond dans cette table, vous prenez tout d'un coup le sinus de son double. Ce qui se connoît par les exemples rapportés sur ce sujet, dans lesquels les nombres sont par tout les mêmes que ceux qui sont trouvés par la pratique des sinus. Ce qui n'a point besoin de plus longue explication.

Il en est de même de la table qui répond à celle que j'ai expliquée dans la premiére partie de ce Traite sur la doctrine de Diego Ufano; car j'ai calculé cette table sur celle-ci, ensorte que tous les nombres de l'une sont proportionels aux nombres de l'autre.

CHA-

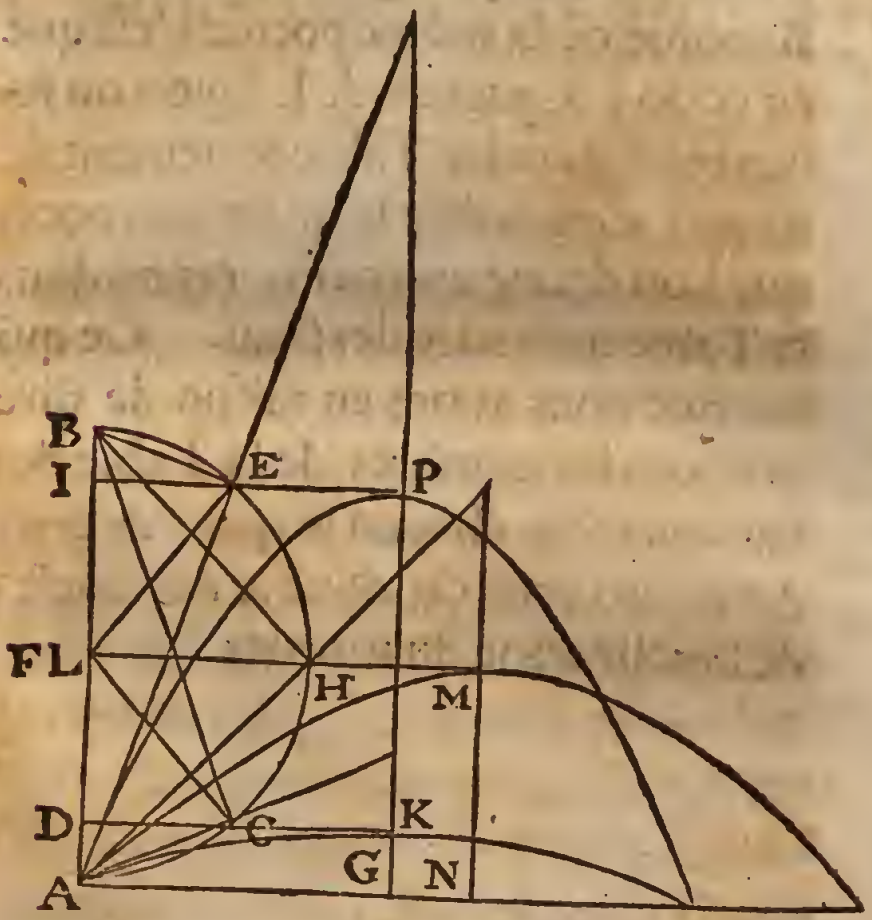
LIV. III. CHAP. IV. Démonstration de la Table des hauteurs des jets poussés d'une même force.

CHAPITRE IV.

Démonstration de la Table des hauteurs des jets poussez d'une même force.

IL n'est pas plus mal aisé de démontrer la construction & l'usage de la Table que nous avons rapportée au sixiéme Chapitre du premier Livre de la seconde partie sous le nom de *Table des hauteurs des jets poussez d'une même force dont la plus grande portée est* 10000 ; & dont les nombres sont, ainsi que nous avons dit, chacun égal au quart des sinus verses du double des angles de l'inclination du mortier. Car si dans cette figure, nous considérons que la hauteur N M de la demiparabole A M, faite sous l'angle de l'inclination N A H & avec la force aquise par la chûte depuis le point B, est égale à la droite A F, qui dans le demi-cercle fait sur le diametre A B est le sinus verse l'angle au centre A L H double de l'angle à la circonférence A B H égal à celui de l'inclination N A H : que la hauteur

G K de la demi-parabole A K faite sous l'inclination G A C avec la même force aquise par la chûte du point B, est égale à la droite A D qui dans le même demi-cercle est le sinus verse de l'angle A L C double de celui de l'inclination G A C: & qu'enfin la hauteur G P de demi-parabole A P



faite sous l'inclination G A E avec la même force, est égale à la droite AI

LIV. III. CHAP. IV.

sinus verse de l'angle au centre A L E double de celui de l'inclination G A E, & ainsi des autres. Nous pouvons dire que *les hauteurs des jets poussez de même force sont entr'elles comme les sinus verses du double des angles de leur inclination* ; & comme nous avons supposé que la plus grande portée étoit 10000, il s'ensuit que la plus grande hauteur A B moitié de la même portée n'est que de 5000 ; & partant A L rayon ou sinus total de cette Table seulement de 2500, c'est-à-dire le quart de 10000 que l'on donne au même rayon dans la Table ordinaire des sinus. Ce qui fait que nous avons eu raison de dire que tous les nombres de la Table des hauteurs sont chacun le quart de ceux des sinus verses du double des angles de l'inclination du mortier.

Démonstration de la Table des hauteurs des jets poussés d'une même force.

CHA-

CHAPITRE V.

LIV. III. CHAP. V.

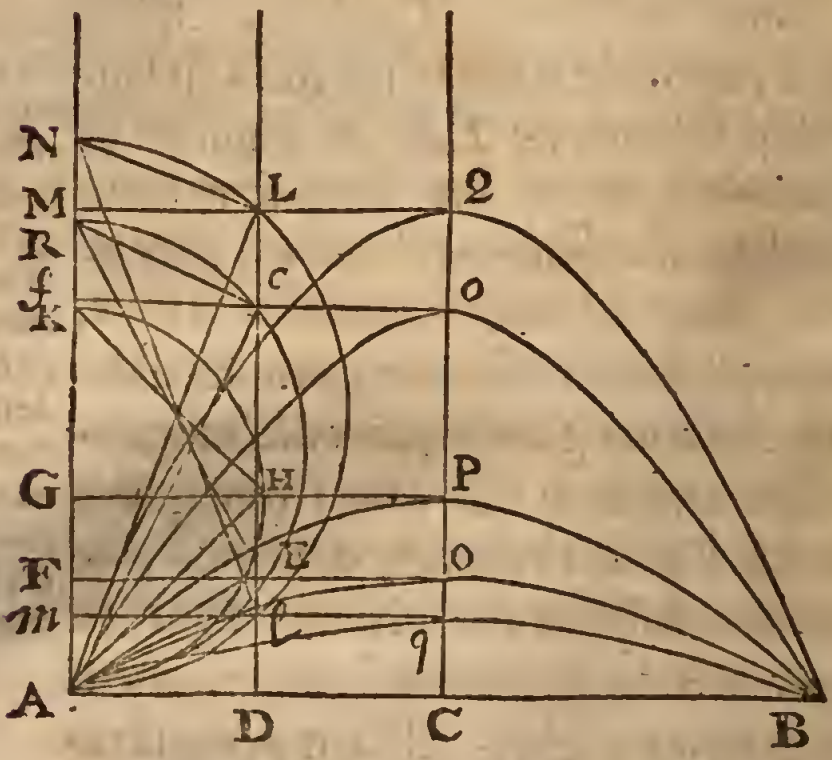
Démonſtration de la Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étenduë, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étendue en toutes ſortes d'élévation.

Démonſtration de la Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étenduë, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes ſortes d'élévation.

POur bien entendre la conſtruction de l'autre Table que nous avons raportée dans le même Chapitre ſous le nom de *Table des hauteurs & des ſublimitez des jets dont l'étendue en toutes ſortes d'élévation eſt toûjours la même, poſée de* 10000 *parties*; & dont les nombres ſont, ainſi que nous avons dit, pour les hauteurs chacun égal au quart des tangentes des angles d'élévation marquées dans la Table ordinaire des ſinus, & pour les ſublimitez chacun égal au quart des tangentes de complement des mêmes angles. Il faut premiérement dans cette figure, où l'étenduë horizontale donnée A B eſt partagée également en C, & A C auſſi également en D, mener des points A, D, C, des droites comme AN, DL, CQ,

LIV. III. CHAP. V.

perpendiculaires à A B. Puis ayant pris sur A N la droite A G égale à A D, faire du centre G & intervalle G A, le cercle K H A qui touchera la ligne D C au bout H du rayon G H parallele à A C; & si l'on mene la droite A H; l'angle C A H sera de 45 dég. & la parabole du point A sui-



vant la direction A H avec la force mesurée par A K aura la droite A B pour amplitude, A G ou C P pour sa hauteur & K G pour sa sublimité: car toutes ces choses ont été démontrées ci-

ci-devant. Par la même raiſon ſi menant du point A une autre droite A E faiſant l'angle de l'inclination B AE, je tire la droite ER perpendiculaire à AE & coupant AN en R ; j'aurai AR diametre du cercle A E R qui paſſera par le point E, d'où menant FEO parallele à AB, l'amplitude de la parabole décrite par le mobile pouſſé du point A ſuivant l'inclination B AE & avec la force imprimée par la chûte du point R, ſera la même A B quadruple de AD, ſa hauteur ſera A F ou C O, & ſa ſublimité RF. Ainſi faiſant une autre inclination BAL & menant la droite LN perpendiculaire à A L, nous aurons AN diametre d'un cercle qui paſſera par le point L, d'où menant la ligne MLQ, nous pouvons dire que la parabole décrite par un mobile pouſſé ſuivant l'inclination B A L avec la force imprimée par la chûte du point N, aura la même amplitude AB, la droite AM ou CQ pour ſa hauteur, & NM pour ſa ſublimité ; & ainſi des autres.

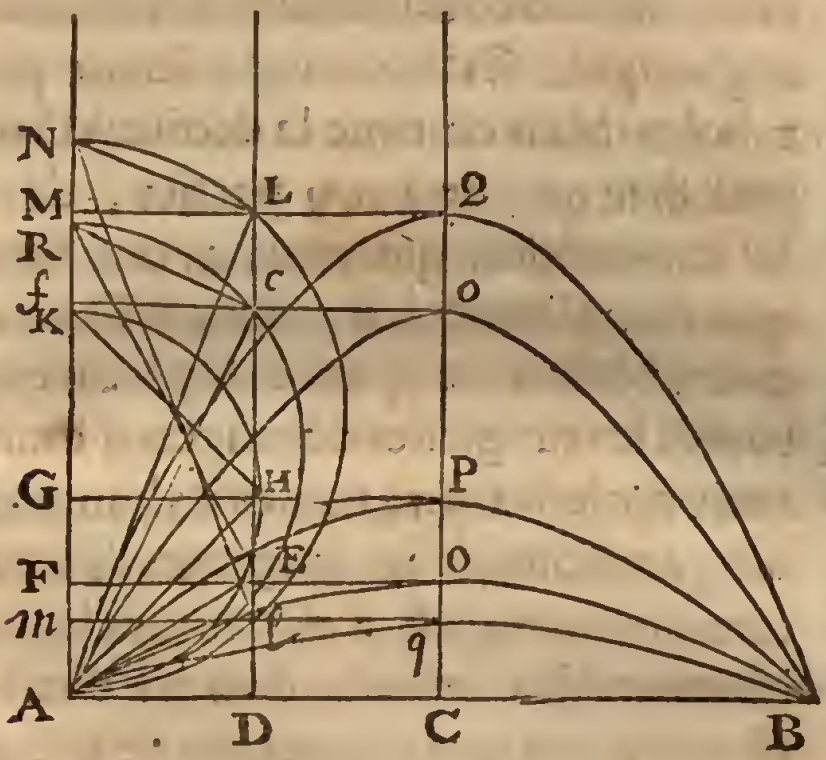
LIV. III. CHAP. V. Démonſtration de la Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étenduë, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes ſortes d'élévation.

LIV. III. CHAP. V.

Démonstration de la Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étenduë & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes sortes d'élévation.

Il faut maintenant considérer dans le triangle rectangle AHK, que posant la droite GH ou AD pour sinus total; la ligne GA hauteur de la parabole A P B sera la tangente de l'angle G HA qui est celui de l'inclination; & la ligne KG sublimité de la même, sera la tangente de l'angle GHK complement de celui de l'inclination G H A, ou BAH. Ainsi dans le triangle rectangle AER, posant la droite E F égale à A D pour sinus total, la ligne A F ou C O hauteur de la parabole A O B sera la tangente de l'angle de l'inclination A E F ou BAE; & la ligne RF sublimité de la même, sera la tangente de l'angle R E F complement de celui de l'inclination A E F. Enfin dans le triangle rectangle ALN, posant la droite LM égale à AD pour sinus total, la droite AM ou CQ hauteur de la parabole AQB est la tangente de l'angle ALM ou de son égal l'angle de l'inclination BAL; & la droite N M sublimité de la même, est la tangente de l' angle M L N complement

ment de M L A ou B A L. Et comme on peut faire le même raisonnement sur tous les angles d'inclination possibles; il est aisé de faire voir que la même droite A D pouvant toûjours être posée pour sinus total, toutes les hauteurs des paraboles de même amplitude seront les tangentes de tous. LIV. III. CHAP. V.



les angles égaux à ceux de l'inclination; & toutes les sublimitez des mêmes paraboles seront les tangentes de complement des mêmes angles.

Desorte que si nous avions pris la droi-

LIV. IN. CHAP. V.

droite AD égale au ſinus total de la Table ordinaire des ſinus, tangentes & ſécantes qui eſt de 10000 parties, nous aurions pû nous ſervir pour les nombres de nôtre Table des hauteurs & ſublimitez, de ceux des tangentes des angles de la Table ordinaire des ſinus pour les hauteurs, & de ceux des tangentes de complement des mêmes angles pour les ſublimitez de nos paraboles. Mais comme la droite AD ne peut étre que de 2500 parties, dans la ſuppoſition que nous avons faite que l'amplitude AB, dont AD eſt le quart, eſt de 10000 parties; il paroît que toutes les tangentes des angles d'inclination; c'eſt-à-dire toutes les hauteurs des paraboles, & les tangentes de leurs complemens, c'eſt-à-dire toutes les ſublimitez des mêmes, doivent étre ici chacune un quart de celles de la Table ordinaire des ſinus; ainſi que nous l'avons pratiqué dans la Table des mêmes hauteurs & ſublimitez, ou celle de l'angle de 45 dég, égale au ſinus total, n'eſt que de 2500 parties.

Démonſtration de la Table des hauteurs & ſublimitez des jets de même étenduë & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes ſortes d'élévation.

Au

LIV. III. CHAP. V.

Démonstration de la Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étenduë & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes sortes d'élévation.

Au reste comme l'arc NL dans le cercle ALN est égal à l'arc A *l*, la droite NM est aussi égale à A *m*, & AM à N *m*; où l'on voit que A M ou CQ hauteur de la parabole A Q B, est égale à N *m* ou Q *q* sublimité de la parabole A *q* B; & NM sublimité de la parabole AQB égale à A *m* hauteur de la parabole A *q* B. Par la même raison nous ferons voir que A F ou C O hauteur de la parabole A O B est égale à R *f* sublimité de la parabole A *o* B & R F sublimité de la Parabole AOB égale à A *f* hauteur de la parabole A *o* B. Mais les paraboles AQB, A *q* B; aussi bien que les paraboles A O B, A *o* B, sont celles que l'on peut appeller *reciproques*, étant faites sous des directions également éloignées de celle de 45 dégrez, & dont la force de l'impulsion & l'amplitude sont égales: l'on peut donc conclure, ce que nous avons dit ci-devant, *Qu'aux paraboles de même étenduë sous même force, les hauteurs & les sublimitez sont reciproquement égales.*

Enfin comme la hauteur C P ou A G

LIV. III. CHAP. V.

Démonstration de la Table des hauteurs & sublimitez des jets de même étenduë & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes sortes d'élévation.

A G de la parabole A P B, jointe à sa sublimité K G fait la toute A K mesure de la force qui l'a décrite : que la hauteur C O ou A F de la parabole A O B & sa sublimité R F font ensemble la toute A R mesure de la force qui l'a pû décrire : que la hauteur C Q ou A M de la parabole A Q B & sa sublimité N M font ensemble la toute A N d'où le mobile tombant auroit par sa chûte aquis assez de force pour porter le même mobile suivant la direction A L par la parabole A Q B à la distance A B. Nous pouvons inférer *qu'en toutes les paraboles, la hauteur & la sublimité font ensemble la mesure de la force qu'il faut pour les décrire.* Et ceci est le fondement de la derniére Table que nous avons rapportée au septiéme Chapitre du premier Livre de la seconde partie, sous le nom de *Table de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes sortes d'élevation* ; ce qui n'a point besoin de plus grande explication.

LIVRE QUATRIEME. LIV. IV.

Démonſtration des pratiques pour les jets dont l'étenduë eſt au niveau des batteries & par le moïen des inſtrumens

CHAPITRE PREMIER.

Démonſtration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

CHAP. I. Démonſtration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

L'Equerre de douze points faite à l'imitation de celle de Tartaglia raportée au premier Chapitre du ſecond livre de la ſeconde partie un peu plus de difficulté, quoi qu'elle ſoit ſur un même principe. Pour la bien entendre il faut ſe ſouvenir de ce que nous avons expliqué dans la pratique, tant au ſujet de la conſtruction que de l'uſage, dont je raporterai ſeulement ici, que les points de l'Equerre y ont entr'eux la même proportion que les portées d'une piéce élevée ſuivant les angles qu'ils font ſur l'Equerre. C'eſt-à-dire que la porté d'une piéce élevée au quatriéme point eſt double de la portée de la même piéce élc-

LIV. IV. CHAP. I. Démonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

élevée au second, & quadruple de la portée au premier point, comme le nombre 4 est double du nombre 2, quadruple de 1. Et ainsi des autres.

Voilà les termes dont je me suis servi dans la seconde partie de ce Livre. Et par la disposition de la figure on voit que le bras AE de l'Equerre étant mis dans la piéce, si le plomb attaché par le filet en A tombe sur le point 6, on peut dire que la piéce est élevée suivant l'angle 6 AC; ainsi le plomb tombant sur le point 5, la piéce sera élevée suivant l'angle 5 AC; & suivant l'angle 8 A C si le plomb tombe sur le point 8. Et ainsi du reste.

Pour faire donc voir que la portée, c'est-à-dire que l'amplitude de la parabole faite au point 6, ou suivant l'angle 6 AC, est à l'amplitude de la parabole faite au point 5, ou suivant l'angle 5 AC, comme le nombre 6 est au nombre 5; & ainsi des autres; il suffit de démontrer que le sinus du double de l'angle 6 AC est au sinus du double de l'angle 5 AC, comme 6 à 5; car par

ce

C
N G H T
A
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
M
D
L
I
S
P
F
K
O
Q
R
B
E

ce moyen les mêmes amplitudes étant entr'elles comme les sinus du double des angles, elles seront aussi entr'elles comme les mêmes nombres des points.

LIV. IV. CHAP. I. Démonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

Or pour démontrer que le sinus du double de l'angle 6 AC est au sinus du double de l'angle 5 A C comme 6 est à 5 ; il faut prendre garde qu'après avoir tiré les droites BP & BIN, l'angle 6 AC est égal à ABP, & l'angle 5 A C égal à l'angle ABI; car dans le triangle rectangle B A N la droite AI tirée de l'angle droit A, perpendiculaire à la baze BN, fait les triangles ABI, IAN semblables, & les angles ABI, IAN égaux. Et partant si l'on mene la droite FI du centre du demi cercle, & IS parallele à F P, posant la même F P pour sinus total, c'est-à-dire sinus du double de l'angle demi droit ABP, la droite IS ou son égale AH sera le sinus de l'angle AFI double de l'angle ABI. Mais F P ou son égale A G est à AH comme 6 à 5 : & partant le sinus du double de l'angle ABP ou de son égal

LIV. IV. CHAP. I.

Démonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

6 AC, est au sinus du double de l'angle ABI ou de son égal 5 AC, comme 6 à 5. Nous pouvons faire le même raisonnement à l'égard des autres angles 4 AC, 3 AC, &c., & démontrer que le sinus du double de l'angle 4 AC est au sinus du double de l'angle 3 AC, comme 4 à 3. Et ainsi des autres.

Nous avons fait remarquer dans la pratique que les portées faites sur des inclinations au-dessus du sixiéme point, n'étoient pas entr'elles comme les nombres de leurs points, mais bien comme ceux qui sont également éloignés au-dessous du sixiéme: c'est-à-dire que la portée au huitiéme point, n'étoit pas à la portée du septiéme comme 8 est à 7; mais bien comme 4 à 5, qui sont nombres posez au-dessous du sixiéme point en même distance que 8 & 7 le sont au-dessus. La raison en est manifeste par cette démonstration: car l'amplitude au huitiéme point c'est-à-dire suivant l'angle 8 AC, étant à l'amplitude au septiéme point ou suivant l'angle 7 AC, comme le sinus du

du double de l'angle 8 AC, est au sinus du double de l'angle 7 AC ; il est aisé de faire voir que ces sinus ne sont pas entr'eux en raison de 8 à 7, mais bien en celle des nombres 4 à 5 correspondans au-dessous du sixiéme point. Car l'angle 8 AC étant égal à l'angle ABQ, & l'angle 7 AC égal à l'angle ABK ; si l'on mene les droites FK, FQ du centre F, & KO, QR paralleles à PF ; prenant toûjours FP pour sinus total, la droite RQ ou son égale AT sera le sinus de l'angle AFQ double de l'angle ABQ ou de son égal 8 AC ; & la droite KO ou son égale AH ; sera le sinus de l'angle AFK double de l'angle ABK ou de son égal 7 AC. Mais AT par la construction est à AK comme 4 à 5. Donc le sinus du double de l'angle au huitiéme point est au sinus du double de l'angle au septiéme comme 4 à 5.

LIV. IV. CHAP. I. Démonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

Je ne parlerai point des minutes, car c'est par tout le même raisonnement, puis-qu'elles se marquent sur le bord du Quart de cercle en divisant chacune

LIV. IV. CHAP. I. Démonstration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.

cune des portions G H, H T &c. de la droite A G, en 12 parties égales, & tirant de chaque point de la division des droites paralleles au diametre A B, qui couperont le demi-cercle chacune en deux points, par où l'on tire du centre A du quart du cercle des droites qui traçent les minutes sur son bord en la même maniére que les 12 points principaux y ont été marquez.

CHAPITRE II.

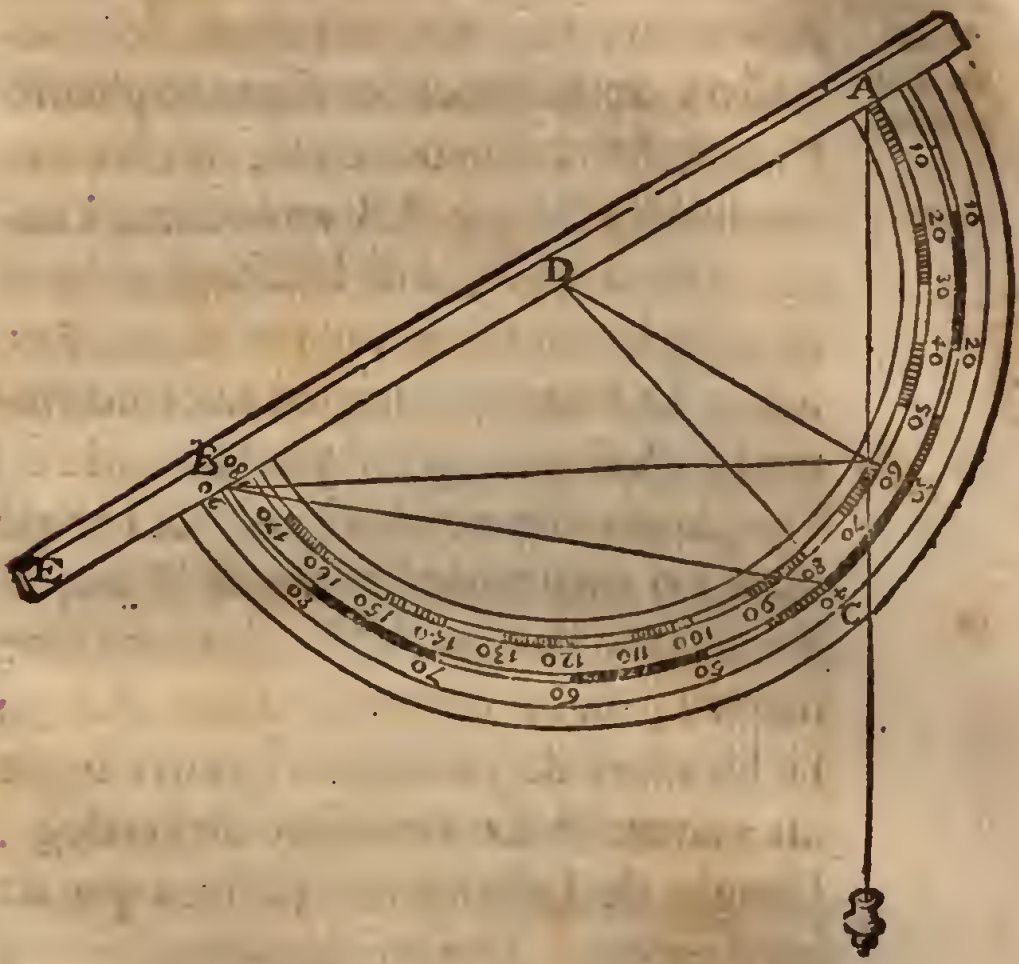
Démonstration du demi cercle de Torricelli.

CHAP. II. Démonstration du demi cercle de Torricelli.

LE demi cercle dont nous avons décrit l'usage au second Chapitre du second Livre de la seconde partie, est fondé sur le même principe. Pour le comprendre il faut se souvenir que la demi circonférence A C B contenant 180 dégrez, & n'étant divisée sur son limbe extérieur qu'en 90 parties; il paroît que chacune de ses parties contient deux dégrez, & que les nombres marquez sur chacun des arcs

arcs ſont égaux à la moitié de ceux des dégrez contenus dans le même arc. Ainſi l'arc marqué A 30, c'eſt-

CHAP. II. LIV. IV.



à-dire l'angle A D 30 eſt de 60 dégrez ; l'arc A 40, c'eſt-à-dire l'angle A D 40 eſt de 80 dégrez : & ainſi des autres.

Maintenant ſi l'on poſe le bras A E dans la piéce, le plomb pendant en A mar-

LIV. IV. CHAP. II. Démonstration du demi cercle de Torricelli.

marquera son élévation, qui sera par exemple de 30 dég. si le plomb tombe sur le point 30 du limbe exterieur; comme elle sera de 40 dég., s'il tombe sur le nombre 40. Car cét angle de l'élévation de la piéce lors-que le plomb tombe sur le nombre 30, n'est autre chose que l'angle A B 30 comme l'angle A B 40 est celui de l'élévation lorsque le plomb se trouve sur le nombre 40. Et comme l'angle à la circonférence A B 30, n'est que la moitié de l'angle au centre A D 30, & l'angle A B 40 moitié de l'angle A D 40, il paroît que l'angle A D 30 étant de 60 dégrez, celui de l'inclination A B 30 ne sera que de 30 dégrez; ainsi l'angle au centre A D 40 étant de 80 dég., l'angle de l'élévation ne sera que de 40 dégrez. Et ainsi du reste.

Quant à l'usage il est tout-à-fait conforme à la Théorie que nous avons établie. Il ordonne de faire les portées proportionnelles aux sinus des dégrez marqués sur le limbe intérieur dont les nombres étant par tout doubles

bles de ceux qui leur répondent sur l'extérieur : il paroît que c'est toûjours faire les amplitudes des Paraboles proportionelles aux sinus du double des angles de leurs inclinations. Ainsi la portée de la piéce étant élevée de 30 dég., lors-que le plomb tombe sur le nombre 30 du bord extérieur, sera à la portée de la piéce élevée à 40 dégrez, lors-que le plomb tombera sur le nombre 40 du même bord, comme le sinus de 60 dégrez double de l'angle de la premiére élévation, est au sinus de 80 dég. double de la seconde. Et ainsi des autres.

LIV. IV. CHAP. II. Démonstration du demi-cercle de Torricelli.

CHAPITRE III.

Démonstration d'un autre instrument sans le besoin des Sinus.

ENfin pour avoir une connoissance parfaite de la derniére Equerre, ou pour mieux dire du dernier demi-cercle de Torricelli dont nous avons ci-devant expliqué la construction & l'usage au troisiéme Chapit. du second livre de la premiére partie, sous

CHAP. III. Démonstration d'un autre instrument sans le besoin des sinus.

LIV. IV. CHAP. III.

le nom d'un *instrument sans le besoin de sinus.* Il faut se souvenir qu'après avoir divisé son demi-cercle seulement en 90 parties égales comme le précédent, de chacune lesquelles il mene des lignes paralleles au diametre qu'il appelle des Guides; & après avoir partagé le demi-diametre perpendiculaire en un très grand nombre de parties; il dit que les amplitudes des Paraboles tirées sous les angles répondans aux dégrez marquez dans le limbe, sont entr'elles comme les nombres des parties du demi-diametre perpendiculaire compriſes entre le centre du cercle & les Guides qui viennent des dégrez de l'élévation. C'eſt-à-dire que l'amplitude de la Parabole tirée sous l'angle de 20 dégrez eſt à l'amplitude de celle qui eſt faite sous l'angle de 30 dég., comme 128½, qui eſt le nombre des parties du demi-diametre F C diviſé en 200, compriſes entre IE guide des 20 dégrez du limbe & le centre F, eſt à 172 nombre des mêmes parties compriſes entre KH guide des

Démonſtration d'un autre inſtrument ſans le beſoin des ſinus.

LIV. IV. CHAP. III. Démonstration d'un autre instrument sans le besoin des sinus.

30 dégrez du même limbe & le même centre F. Maintenant si nous faisons voir que les parties contenuës dans l'étenduë EF sont aux parties contenuës dans l'étenduë GF, comme le sinus du double de l'angle de l'élévation de 20 dég. est au sinus du double de celui de 30 dég.; nous pourrons

LIV. IV. CHAP. III.

dire que les amplitudes ſeront comme les ſinus du double des angles de leur élévation.

Démonſtration d'un autre inſtrument ſans le beſoin des ſinus.

Pour le démontrer il ne faut que conſidérer que le plomb tombant du point A ſur I où il y a 20 dég., la piéce eſt êlevée ſuivant l'angle ABI ; ainſi lors-qu'il tombe ſur le point K où il y a 30 dégrez, elle eſt êlevée ſelon l'angle A B K. Et que la droite I L tirée parallele à F C eſt le ſinus de l'angle A F I double de l'angle A B I, ſuppoſé que le demi-diametre A F ou F C ſoit le ſinus total ; ainſi la droite K H eſt le ſinus de l'angle AFK double de l'angle A B K. Ces droites donc I L ; K H ou leurs égales E F, G F, ſont les ſinus du double des angles des élévations A B I & A B K ; & partant les parties égales compriſes dans la droite E F, ſont aux parties égales contenuës dans G F, comme les mêmes ſinus. Mais nous avons ſuppoſé que l'amplitude de la Parabole faite ſur l'angle ABI de 20 dég. êtoit à l'amplitude

de

de la Parabole faite sur l'angle ABK de 30 dég. comme le nombre des parties égales de la droite E F, est à celui des parties de la ligne G F. Donc ces mêmes amplitudes sont entr'elles comme les sinus du double des angles de leurs inclinations.

LIV. IV. CHAP. III. Démonstration d'un autre instrument sans le besoin des sinus.

LIV. V.

LIVRE CINQUIEME.

Démonſtration des pratiques pour les jets dont l'étenduë n'eſt pas au niveau des batteries.

Démonſtration des pratiques pour les jets dont l'étenduë n'eſt pas au niveau des batteries.

IE ne m'arrêterai point davantage ſur ce ſujet; car ce principe étant une fois bien entendu, tout ce qui ſe dit dans les pratiques ſur le ſujet des portées horizontales en toutes ſortes de cas, lui peut être facilement rapporté: mais pour celles qui ſe font ſur des plans inclinez au-deſſus ou au-deſſous de l'horizon, il faut y faire d'autres raiſonnemens, avant que d'entrer dans l'explication des pratiques que nous avons enſeignées dans la ſeconde partie de ce Livre.

CHAP. I.

CHAPITRE I.

Pour la portée ſur un plan incliné d'une piéce pointée ſous un angle donné.

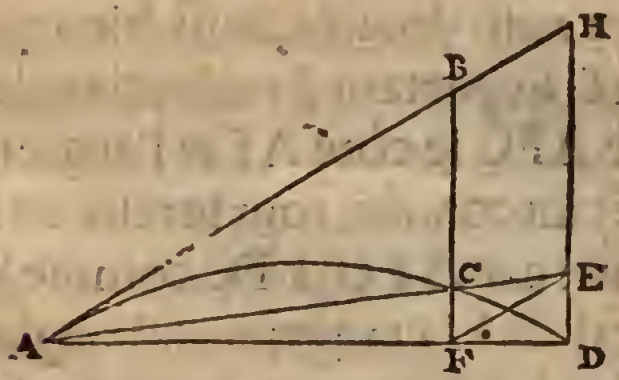
GAlilée n'a rien dit de particulier ſur cette matiere; mais Torricelli

celli considérant que l'on a quelquefois besoin pour l'usage de l'Artillerie, de savoir à quelle distance un coup peut porter sur un plan incliné ? ou à quel point d'une hauteur perpendiculaire, un coup de Canon ou de Bombe peut arriver suivant une élévation déterminée ? a raisonné de cette maniére.

LIV. V. CHAP. I.

Pour la portée sur un plan incliné d'une piéce pointée sous un angle donné.

Soit, dit-il, A D l'amplitude horizontale d'une Parabole A C D décrite par un boulet ou par une Bombe tirée suivant l'angle de l'inclination D A B; & soit le plan incliné sur l'horizon A E. Pour savoir à quel point le boulet rencontrera le plan incliné



comme en C, & connoître la longueur A C & la hauteur perpendiculaire C F;

LIV. V. CHAP. I.

Pour la portée sur un plan incliné d'une piéce pointée sous un angle donné.

il faut du point D élever la perpendiculaire DH, à laquelle la ligne FCB doit être parallele, passant par le point C, où l'on propose que le plan incliné AE est rencontré par la ligne parabolique ACD; puis mener la droite EF, laquelle par ce qui a été démontré par Archimede, sera parallele à AH tangente de la Parabole au point A. Et partant AD sera à DF, comme HD à DE; mais les trois lignes AD, HD, DE sont connuës; car AD est l'amplitude de la Parabole donnée ACD; HD & DE sont les tangentes des angles donnés DAH qui est celui de l'inclination du mortier ou de la piéce, & DAE qui est celui de l'inclination du plan AE; & partant la droite DF sera aussi donnée, aussi-bien que la ligne AF. Et partant dans le triangle rectangle AFC le côté AF & l'angle aigu FAC étant connûs, tout le reste est aussi connû : car AF est à FC comme le sinus total est à la tangente de l'angle FAC; & AF à AC comme le même sinus total est à la sécante du même angle.

Où l'on voit la raison des pratiques que nous avons enseignées au 2 Chap.

du 3 livre de la 2 partie, lors-que pour trouver la longueur inclinée AC ou la hauteur perpendiculaire FC à laquelle le boulet arriveroit pouſſé ſuivant l'inclination DAB, nous avons fait deux régles de Trois. Dans la premiére le 1 terme étoit la tangente de l'angle de l'inclination de la piéce DAH c'eſt-à-dire DH, le ſecond étoit la tangente de l'angle de l'inclination du plan DAE c'eſt-à-dire DE, le 3me étoit l'amplitude AD de la Parabole donnée; & pour 4me nous avons eu la longueur DF, laquelle étant ôtée de la toute AD, nous a fait connoître le reſte AF. L'autre régle de Trois avoit pour premier terme le ſinus total, pour ſecond la ſécante de l'angle de l'inclination du plan, & la longueur horizontale AF pour 3me; afin d'avoir pour 4me la longueur du plan incliné AC que nous demandions. Si au lieu de la ſécante de l'angle de l'inclination du plan FAC, nous aviõs pris pour 2 terme de nôtre ſeconde régle de Trois, la tangente du même angle, nous aurions eu pour 4me terme la hauteur

LIV. V. CHAP. I.

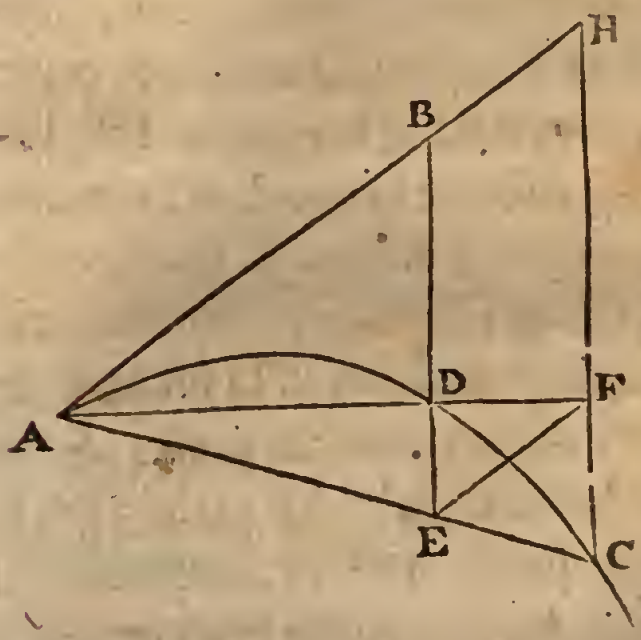
Pour la portée ſur un plan incliné d'une piéce pointée ſous un angle donné.

LIV. V. CHAP. I.

perpendiculaire F C, à laquelle la bombe ou le boulet ſeroit arrivé.

Pour la portée ſur un plan incliné d'une piéce pointée ſous un angle donné.

C'eſt preſque le même raiſonnement pour les coups qui portent ſur des plans inclinez au-deſſous de l'horizon. Comme ſi A D eſt l'amplitude de la parabole faite ſous l'inclination D A B & continuée en C où elle rencontre le plan A E incliné ſous l'horizon A D ; il ne faut que mener par les points D & C des perpendiculaires à l'horizon B D E coupant A E en E, & H F C coupant A D continuée en F ; & joindre la droite E F, laquelle ſera parallele à A H tangente de la Parabole A D C par ce qui a été démontré par Archime-



de ;

de ; & partant dans les triangles semblables ADB & EDF la droite BD tangente de l'angle donné DAB qui est celui de l'inclination de la piéce, est à DE tangente de l'angle aussi donné DAE de l'inclination du plan AE, comme AD qui est l'amplitude horizontale de la Parabole donnée ADC & par conséquent aussi donnée, est à DF, laquelle ajoûtée à AD donne la toute AF. Maintenant AF étant à AC comme le sinus total est à la sécante de l'angle donné FAC : & AF à FC comme le même sinus total est à la tangente du même angle ; il paroît que la longueur AC du plan incliné à laquelle le boulet ou la bombe arrivera, est donnée, aussi-bien que la profondeur perpendiculaire FC.

LIV. V. CHAP. I. Pour la portée sur un plan incliné d'une piéce pointée sous un angle donné.

Ce raisonnement est le fondement de nôtre pratique dans laquelle : pour trouver les mêmes longueurs, nous avons fait deux régles de Trois, la premiére pour trouver la droite AF ; en faisant que comme la tangente de

LIV. V. CHAP. I.

Pour la portée sur un plan incliné d'une piéce pointée sous un angle donné.

l'angle de l'inclination de la piéce ou du mortier est à la tangente de l'angle de l'inclination du plan, ainsi l'amplitude horizontale de la parabole est à une autre: car cette quatriéme quantité étant ajoûtée à la même amplitude, nous donne la longueur horizontale A F. Dans la seconde régle de Trois, nous avons fait que comme le sinus total est à la sécante de l'angle de l'inclination du plan, (pour trouver la longueur du plan incliné;) ou à la tangente du même angle, (pour avoir sa profondeur perpendiculaire;) ainsi la longueur horizontale A F est à une autre: car au premier cas il vient la longueur A C, & au second cas la hauteur perpendiculaire F C, pour quatriéme terme.

CHAPITRE II.

Pour la portée de but en blanc d'une piéce élevée au-dessus du plan horizontal.

LA pratique que nous avons enseignée au premier Chapitre du troi-

troiſiéme Livre de la ſeconde partie, pour connoître la portée ſur le niveau d'une piéce plus haute que l'horizon, & pointée comme on dit de but en blanc, laquelle n'eſt autre par cette méthode que le double de la moïenne Géometrique entre la moitié de la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire de la piéce, dépend de cette propoſition.

LIV. V. CHAP. II. Pour la portée de but en blanc d'une piéce élevée au-deſſus du plan horizontal.

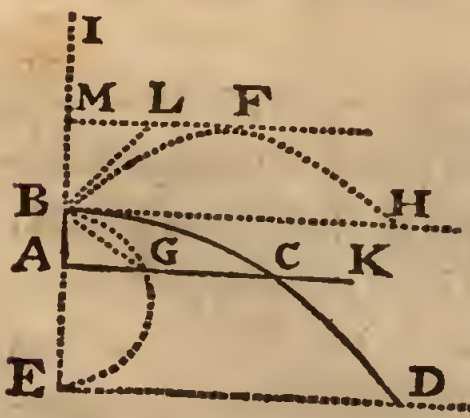
Soit la piéce en B au-deſſus de l'horizon AK à la hauteur perpendiculaire AB, & pointée ſuivant la direction horizontale BH. Si nous concevons que la force de l'impulſion du boulet ſoit meſurée par une perpendiculaire comme BI, enſorte que cette force ſoit la même que celle que le boulet auroit aquiſe en B en tombant du point I; l'on ſait par ce qui a été démontré par Galilée que le boulet tombé du point I en B, changeant le mouvement perpendiculaire & accéléré de ſa chûte en mouvement horizontal & égal comme par

LIV. V. CHAP. II.

Pour la portée de but en blanc d'une piéce élevée au-deſſus du plan horizontal.

la droite B H, ſera au long de cette droite avec le dégré de vîteſſe acquiſe en B, un chemin comme B H double de B I dans un tems égal à celui qu'il a mis à parcourir B I en tombant du point de repos I. Ainſi ſi nous prenons B E au-deſſous de B égale à B I, nous verrons que dans le tems que le boulet ſortant, de la piéce en B deſcendra perpendiculairement par le mouvement de ſa péſanteur au long de la droite B E, il parcourra par le mouvement de la force imprimée l'eſpace B H ou E D double de la même B E; & que par le mouvement compoſé des deux impreſſions, il décrira la ligne Parabolique B C D, dont l'ordonnée E D ſera double de l'axe E B. Et cette Parabole coupant l'horizontale A K au point C, le quarré de l'ordonnée E D ſera au quarré de l'ordonnée A C, comme E B, c'eſt-à-dire la moitié de E D, eſt à hauteur perpendiculaire A B. Mais prenant B G moienne Géometrique entre E B & B A, le quarré E B eſt au quarré

quarré B G, comme la même E B eſt à AB. Donc le quarré ED eſt au quarré A C comme le quarré EB eſt au quarré GB & la ligne ED à AC comme EB à BG & en permutant; c'eſt-à-dire que E D êtant double de E B; AC ſera auſſi double de B G. Mais ED eſt égale à la plus grande portée de la piéce; car ſi l'on êleve la piéce poſée en B ſuivant l'angle demi droit HBI, la portée ſera BH double de B I ou BE. Et partant pour avoir la longueur horizontale A C, il ne faut que décrire un cercle ſur le diametre BE égal à la moitié de la plus grande portée, & mener BG au point G où le cercle coupe l'horizontale A K; car le double de B G ſera la droite A C que l'on demande. Pour avoir la même longueur en nombres, il faut multiplier la moitié de la plus grande portée par la hau-



LIV. P. CHA II. Pour la portée de but en blanc d'une piéce élevée au-deſſus du plan horizontal.

LIV. V. CHAP. III.

hauteur perpendiculaire de l'ame de la piéce au-deſſus du niveau de la campagne, & prendre le double de la racine quarrée.

CHAPITRE III.

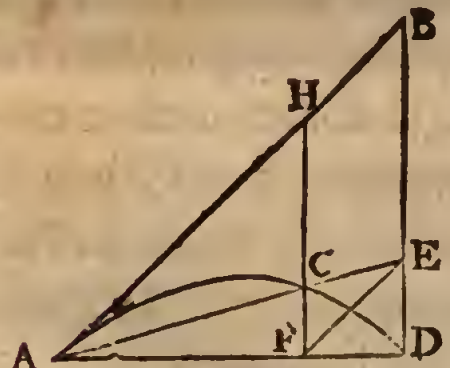
Sentiment du R. P. de Challes pour les portées ſur des plans inclinez.

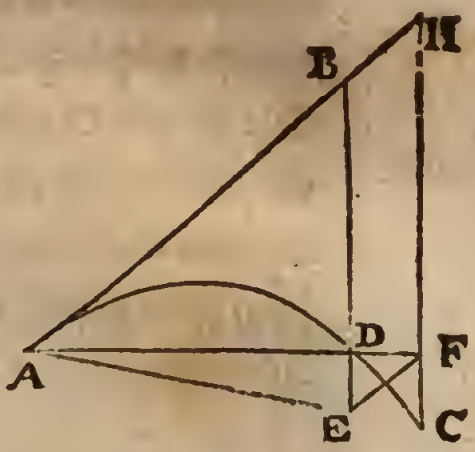
CHAP. III. Sentiment du R. P. de Challes pour les portées ſur des plans inclinés.

VOilà tout ce que Torricelli nous enſeigne ſur cette matiére. Mais le R. P. de Challes Jeſuite raiſonnant dans ſa Pyrotechnie ſur la doctrine de ce Géometre que nous venons d'expliquer au ſujet des portées qui ſe font ſur des plans inclinez, dit avec raiſon qu'en fait d'Artillerie la propoſition de Torricelli n'eſt pas d'un uſage ſi néceſſaire ni ſi frequent que ſa converſe. C'eſt-à-dire que l'on a bien plus ſouvent beſoin de ſavoir quelle élévation l'on doit donner à la piéce ou au mortier pour tirer dans des lieux plus hauts ou plus bas que le niveau des batteries & dont les diſtances ſont connuës; que l'on n'a de ſavoir à quelle hauteur ou à quel-

quelle distance d'un plan êlevé ou abaissé sous le même niveau, un boulet ou une bombe tirée suivant une inclination donnée peut fraper? Ainsi dans les mêmes figures de Torricelli, il est souvent à propos de savoir quel doit être l'angle de l'êlévation de la piéce ou du mortier D A B pour faire passer la bombe ou le boulet par le point C élevé ou abaissé sous l'horizon A D dans une distance connuë. Ce qui au raport du R. P. de Challes est très facile.

LIV. V. CHAP. III. Sentiment du R. P. de Challes pour les portées sur des plans inclinés.





Car supposant que l'on connoisse les lignes A F: F C: & l'angle F A C. Il ne faut, dit-il, que prendre pour l'élévation de la piéce ou du mortier tel angle que l'on jugera par l'estime être le

LIV. V. CHAP. III.

Sentiment du R. P. de Challes pour les portées sur des plans inclinés.

le plus approchant de celui que l'on demande ; & sur cette posítion rechercher par la régle de Torricelli, c'est-à-dire par les proportions des tangentes, quelle est la longueur de la ligne AD ? qui se trouvant conforme à l'amplitude de la Parabole qui se fait sous l'angle de l'inclination que l'on a prise, & que l'on trouve dans les tables de Galilée ou de Torricelli; fait voir que c'est justement sous cét angle que la piéce ou le mortier doit être élevé. Mais si cette longueur se trouve plus grande ou moindre que cette amplitude, il faut augmenter ou diminuer cét angle d'inclination tant de fois que la longueur AC par le calcul des tangentes devienne à la fin la même que l'amplitude de la Parabole faite sous l'angle supposé.

CHA-

LIV. V. CHAP. IV. Probleme proposé pour les portées sur les plans inclinés.

CHAPITRE IV.

Probleme proposé pour les portées sur plans inclinez.

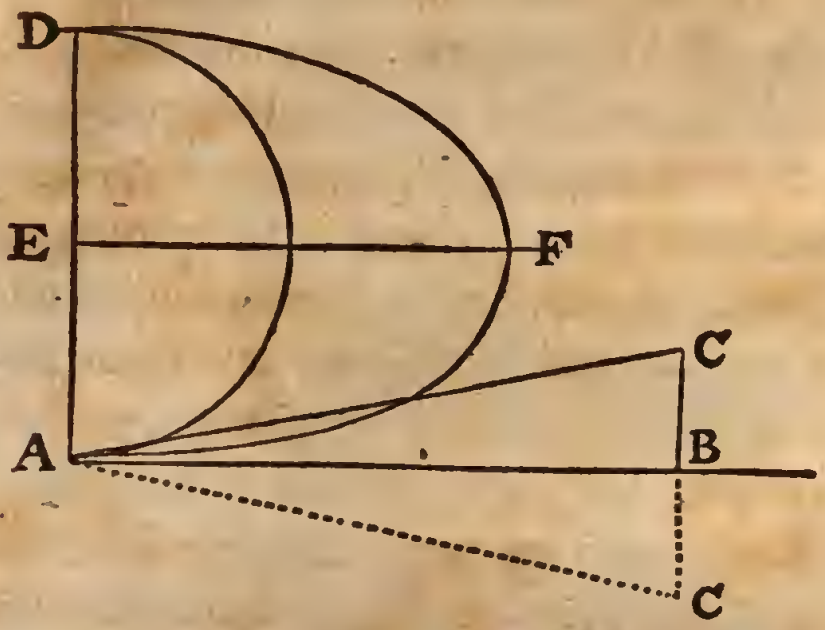
MAis comme cette maniére de chercher en tatonant est peu Géometrique, j'ai travaillé moi-même sur ce probleme : & quoi que j'en aye trouvé assez facilement la résolution par l'analyse ; parce néanmoins qu'il y a des maniéres plus élégantes les unes que les autres, j'ai bien voulu le proposer dans nôtre Academie Royale des Sciences en ces termes.

Le Triangle ABC, dont la base AB est parallele à l'horizon, étant donné, & la demi ellipse AFD donnée, dont le petit Axe AD perpendiculaire à AB est égal à la moitié du grand axe EF. Trouver la Parabole qui passe par les points donnez A & C, & dont le sommet soit dans la ligne elliptique AFD. C'est-à-dire qu'ayant à jetter une bombe du point A sur le point C élevé sur l'horizon AB ou abaissé au-dessous ; il faut trouver l'angle de l'in-

LIV. V. CHAP. IV.

Problême proposé pour les portées sur les plans inclinés.

l'inclination du mortier, qui la chaſſant, lui faſſe décrire une parabole qui paſſe par le point C. Et comme l'on ſuppoſe que la charge du mortier eſt



toûjours la même, & qu'il a été démontré ailleurs que toutes les paraboles, partant d'un même point avec même force en toutes ſortes d'élévation, ont leur ſommet dans une ellipſe dont le grand axe eſt quadruple du petit; l'on voit la raiſon que j'ai euë de propoſer ce problême comme il eſt dans la ſimplicité de ſes conditions.

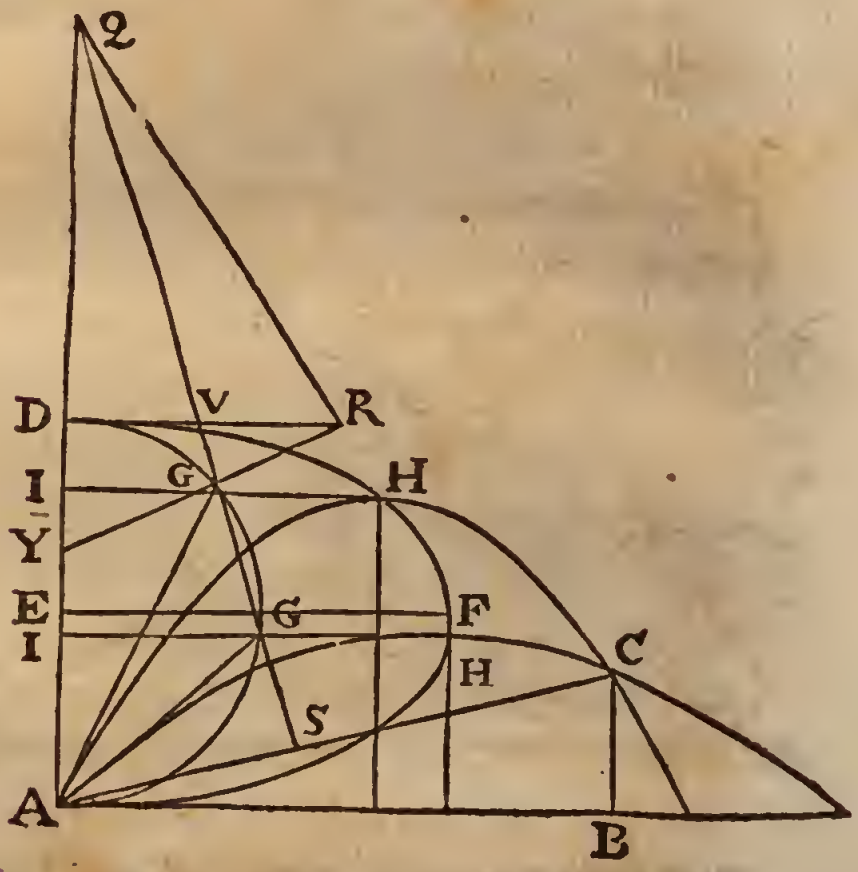
CHA-

LIVR. V. CHAP. V. Réſolution du problême par Mr. Buot.

CHAPITRE V.

Réſolution du problême par Monſieur Buot.

MOnſieur Buot a le premier apporté cette réſolution. Ayant mené du point D la droite DR, parallele & égale à la moitié de AB & partagée en deux également en V; & pris ſur AD la portion DY égale à BC

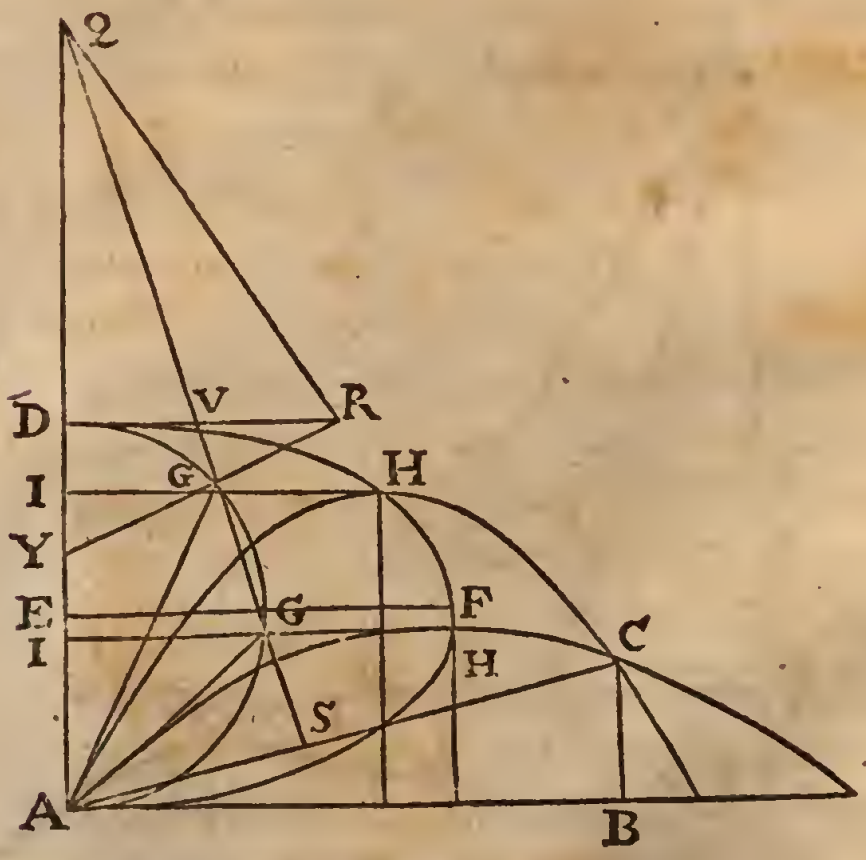


& mené YR; il éleve au point R la

LIVR. V. CHAP. V.

Réſolution du probleme par Mr. Buot.

R la droite R Q perpendiculaire à Y R qui rencontre la ligne A D prolongée en Q ; d'où par le point V, il tire la droite Q G S laquelle touchera ou coupera le demi-cercle, fait ſur le diametre A D, aux points G G ſi le probleme eſt poſſible, par leſquels menant les droites I G H paralleles à



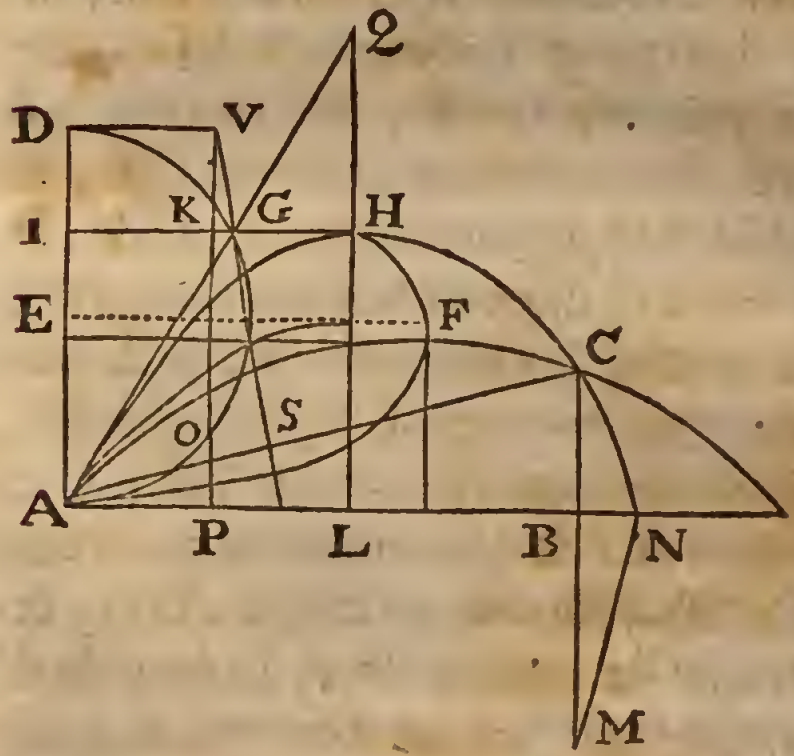
A B & rencontrant l'Ellipſe en H ; elles donneront les points H H pour ſom-

sommets des Paraboles qui passeront par A & C & dont le parametre sera le quadruple de la ligne I D. LIV. V. CHAP. V.

CHAPITRE VI.

Résolution du probleme par Monsieur Rômer. LIV. V. CHAP. VI.

MOnsieur Rômer voïant par cette figure que la droite D V est le quart de AB, & V S perpendiculaire à A C; en a de beaucoup abrégé Résolution du probleme par Mr. Romer.



la construction. Car il ne fait que mener du point D la droite D V paral-

LIV. V. CHAP. VI.

rallele & égale au quart de la ligne AB, & du point V abaiſſer la droite VS perpendiculaire ſur AC; car cette droite touchera ou coupera le demi-cercle dont le diametre eſt AD en des points comme G, par leſquels en menant des paralleles à AB juſqu'à l'ellipſe, elles y marqueront en H le ſommet des Paraboles.

Réſolution du problême par Mr. Romer.

Sa démonſtration eſt fort aiſée; ſuppoſant la Parabole décrite AHN dont le ſommet eſt H & l'axe HL, auquel du point V il mene VP parallele coupant IGH en K, AC en O & AB en P; & continuant la droite CB, il prend BM, égale au quadruple de ID & mene la ligne MN. Puis il dit, l'axe de l'ellipſe EF êtant double du demi-diametre du cercle ED, la droite IH ou AL ſera auſſi double de IG; & le quarré de AL quadruple du quarré le IG, c'eſt-à-dire du rectangle AID; & partant le quarré de AL ſera égal au rectangle ſous AI ou HL & BM quadruple de ID. Maintenant les deux triangles rectangles VSO: V

KG:

KG : ayant l'angle V commun, ſont ſemblables ; auſſi bien que les deux triangles rectangles VSO : APO qui ont les angles égaux au ſommet O ; & partant les deux VKG, APO ou AB C ſont auſſi ſemblables : deplus comme la toute AN eſt quadruplé de IG, ainſi que la retranchée AB quadruple de DV ou IK ; le reſte BN ſera auſſi quadruple du reſte KG. Et comme BM eſt auſſi quadruple de ID ou KV : dans les deux triangles rectangles MBN, VKG, la droite BM ſera à BN comme VK à KG. Mais comme VK eſt à KG, ainſi AB eſt à BC ; donc AB eſt à BC comme BM eſt à BN. Et partant les deux rectangles ABN, CBM ſont égaux. Mais nous avons fait voir que le quarré AL c'eſt-à-dire le rectangle ALN étoit auſſi égal au rectangle HL, BM : donc en permutant le rectangle ALN ſera au rectangle ABN, comme le rectangle HL, BM eſt à CBM, c'eſt-à-dire comme la droite HL eſt à CB ; & partant comme il a été démontré par Archimede, la parabole

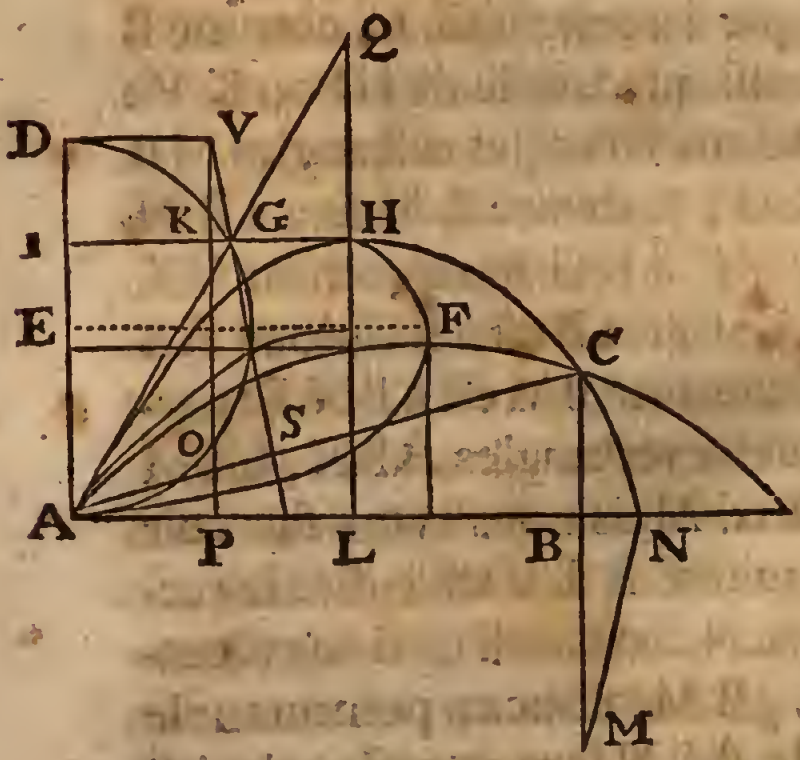
LIV. V. CHAP. VI. Réſolution du problême par Mr. Rômer.

LIV. V. CHAP. VI.

Réſolution du problême par Mr. Rômer.

A H N dont le ſommet eſt dans l'Ellipſe en H & le parametre quadruple de la ligne I D, paſſera par le point donné C.

L'on peut voir que A G eſt la touchante en A de la même Parabole A G N. Car étant continuée en Q, où elle rencontre l'axe L H prolongé, H



G étant égale à I G dans les triangles ſemblables Q H G, A I G; A I ou H L ſera auſſi égale à H Q.

CHA-

LIV. V. CHAP. VII. Réſolution du problême par Mr. de la Hire.

CHAPITRE VII.

Reſolution du probléme par Monſieur de la Hire.

MOnſieur de la Hire après avoir vû par les termes de la propoſition que la droite donnée A D eſt égale à l'axe H L ou A I de la Parabole que l'on cherche & au quart de ſon parametre, a envoyé cette élégante & facile ſolution à l'Académie.

Ayant du point D, mené la droite D G parallele à A B & rencontrant la droite B C prolongée en G, puis du point A & de l'intervalle A D décrit un arc de cercle D M *m*, & du point C & de l'intervalle C G un autre arc G M *m*, (qui ſe couperont en deux points comme M *m* ſi le probléme à deux ſolutions, ou ſe toucheront s'il n'en a qu'une, ou ne ſe rencontreront point s'il eſt impoſſible.) Il dit que les points de leur rencontre M *m*, ſeront les foyers des Paraboles que l'on demande; enſorte que menant par ces points les droites K M L, *k m l* paralleles à A D, & coupant K M, *k m*

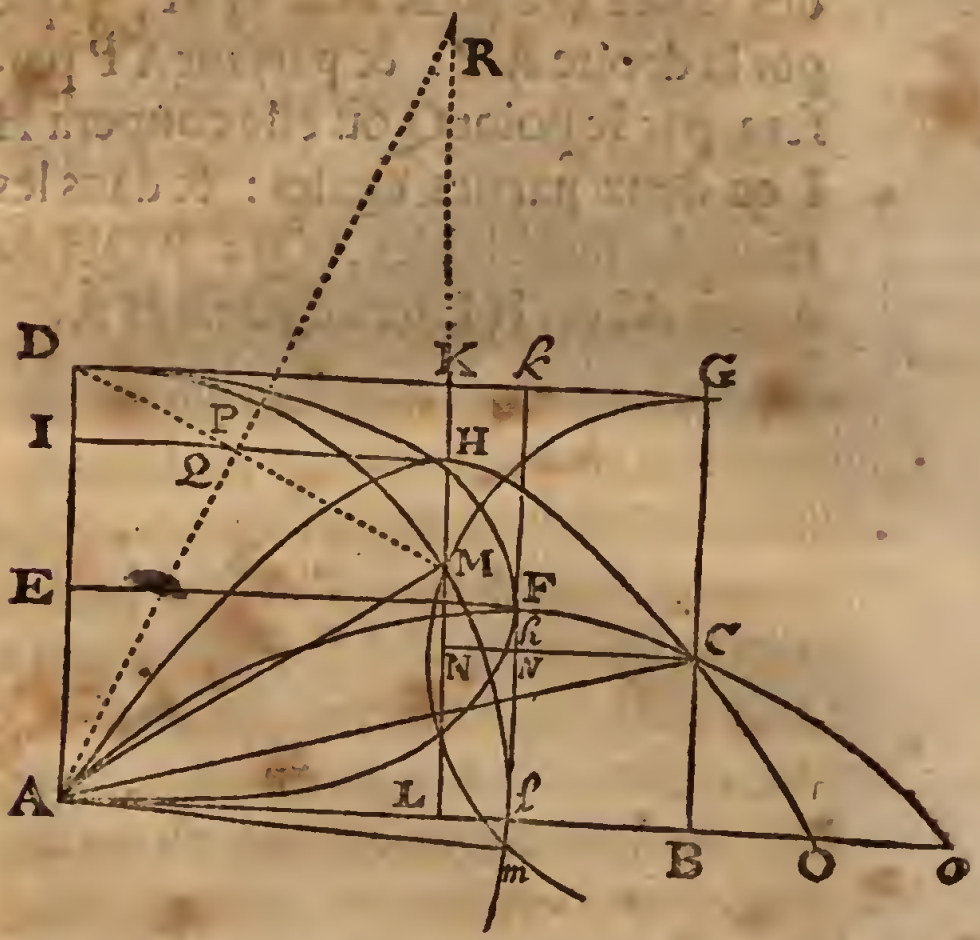
LIV. V. CHAP. VII. Réſolution du problême par Mr de la Hire.

en deux également en H,h ; ces points ſeront les ſommets des paraboles AH CO, A*h*C*o* qui du point A paſſeront par C & auront le quadruple de KH : *kh* : pour parametres.

Quoi que cette proprieté de la Parabole ait été démontrée par d'autres; à cauſe néanmoins que la démonſtration peut donner une connoiſſance plus parfaite de cette matiére, j'ai bien voulu la raporter en cét endroit. Parce que la droite tirée du point A en M, où les cercles ſe coupent, eſt égale à AD, leurs quarrez ſeront auſſi égaux ; mais le quarré AD où KL eſt égal aux deux quarrez KM, ML. & a deux fois le rectangle KML ; & le quarré AM eſt égal aux deux quar. AL, ML. Otant le quarré ML commun; le quarré AL ſera égal au quarré KM, c'eſt-à-dire à quatre quarrez HM, & à deux rectangles KML c'eſt-à-dire à quatre rectangles HML ; mais quatre quarrez HM & quatre rectangles HML ſont égaux à quatre rectangles LHM ou LHK ; donc le quarré

AL

AL est égal à quatre rectangles L H K. Par la même raison nous démontrerons que le quarré de l'ordonnée CN au même axe H L est égal à quatre rectangles NHK ; & partant dans la Pàrabole dont le sommet est H, l'axe HL égal à AI, & les ordon- LIV. V. CHAP. VII.



nées A L & C N : le parametre est quadruple de KH ou I D.

Je dis de plus que coupant l'arc D

LIV. V. CHAP. VII.

Réſolution du problème par Mr. de la Hire.

M en deux également en P, la droite A P R ſera la tangente en A de la Parabole AHO. Car ayant mené la corde du même arc DM elle ſera coupée en deux également en Q tant par la droite HI, (à cauſe des triangles ſemblables D Q I, HQM & de l'égalité des côtez D I ou K H & H M, (que par la droite A P: & partant A P paſſera par le point Q où elle coupera H I en deux parties égales: & dans les triangles ſemblables AQI: RQH, la droite AI ou H L ſera égale à H R.

CHA-

LIVRE SIXIEME.

Démonſtration des pratiques par les Sinus.

CHAPITRE PREMIER

Démonſtration de la premiére pratique par les ſinus.

CHAP. I. Démonſtration de la premiére pratique par les ſinus.

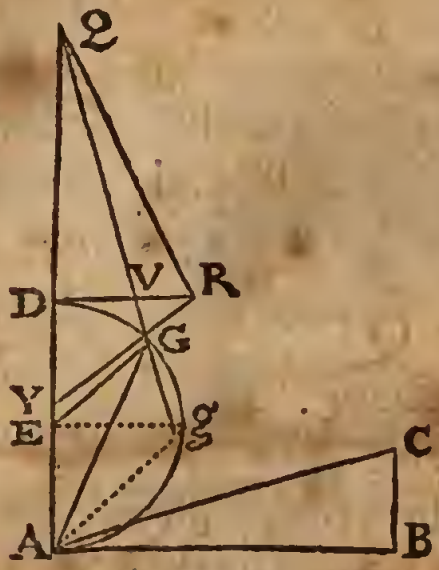
POur venir maintenant à l'explication des pratiques que nous avons enſeignées dans la ſeconde partie de ce Livre au ſujet des portées qui ſe font ſur des plans inclinez au-deſſus ou au-deſſous du niveau des Batteries; nous dirons que la premiére de toutes, raportée au quatriéme Chapitre du troiſiéme Livre de la ſeconde partie, eſt celle qui ſe fait en diviſant le quarré de la moitié de la diſtance horizontale par la hauteur perpendiculaire, & ajoûtant au quotient le quart de la plus grande portée, pour faire en-ſuite par une régle de Trois que comme ce quart eſt à cette ſomme, ainſi le ſinus de l'inclination du plan eſt à une autre; laquelle nous donnera le ſinus d'un angle, auquel ſi nous

LIV. VI. CHAP. I.

Démonstration de la premiére pratique par les sinus.

ajoûtons le même angle de l'inclination du plan ; la moitié de la somme des deux nous donnera l'angle de la position du mortier que nous demandions.

Cette premiére pratique, dis-je, est fondée sur la figure de Mr. Buot dont nous avons parlé ci-devant, dans laquelle la droite D R étant la moitié de la distance horizontale A B, & D V moitié de D R ; la ligne D V est le quart de AB ; & le rectangle ABDV est égal au quarré DR : mais l'angle YRQ étant droit, le même quarré D R est égal au rectangle Y D Q, c'est-à-dire au rectangle Q D : B C :, (car D Y a été prise égale à B C.) Donc les deux rectangles A B, D V, &



QD

QD, BC ſont égaux, & partant AB eſt à BC comme QD eſt à DV; & les angles aux points D & B étant droits, les triangles ABC: QDV ſont ſemblables, & l'angle DQV égal à l'angle du plan BAC. LIV. VI. CHAP. I. Démonſtration de la premiére pratique par les ſinus.

Maintenant le quarré DR étant égal au rectangle QD, BC; ſi je diviſe le quarré DR moitié de la longueur horizontale AB par la hauteur perpendiculaire BC? j'aurai la droite QD; à quoi ſi j'ajoûte la longueur ED, qui eſt le quart de la plus grande portée, il me viendra la toute EQ; & faiſant dans le triangle QEG que comme EG le quart de la plus grande portée eſt à la toute EQ, ainſi le ſinus de l'angle EQG égal à l'angle du plan eſt à un autre, j'aurai le ſinus de l'angle EGQ, qui avec l'angle du plan EQG eſt égal à l'angle AEG; & celui-ci, étant au centre, eſt double de l'angle à la circonférence ADG ou de ſon

LIV. VI. CHAP. I. Démonstration premiére de la pratique par les sinus.

égal B A G ; il paroit donc qu'il ne faut que prendre la moitié de la somme des deux angles D Q G & E G Q pour avoir l'angle B A G qui est celui de la position du mortier que l'on recherche.

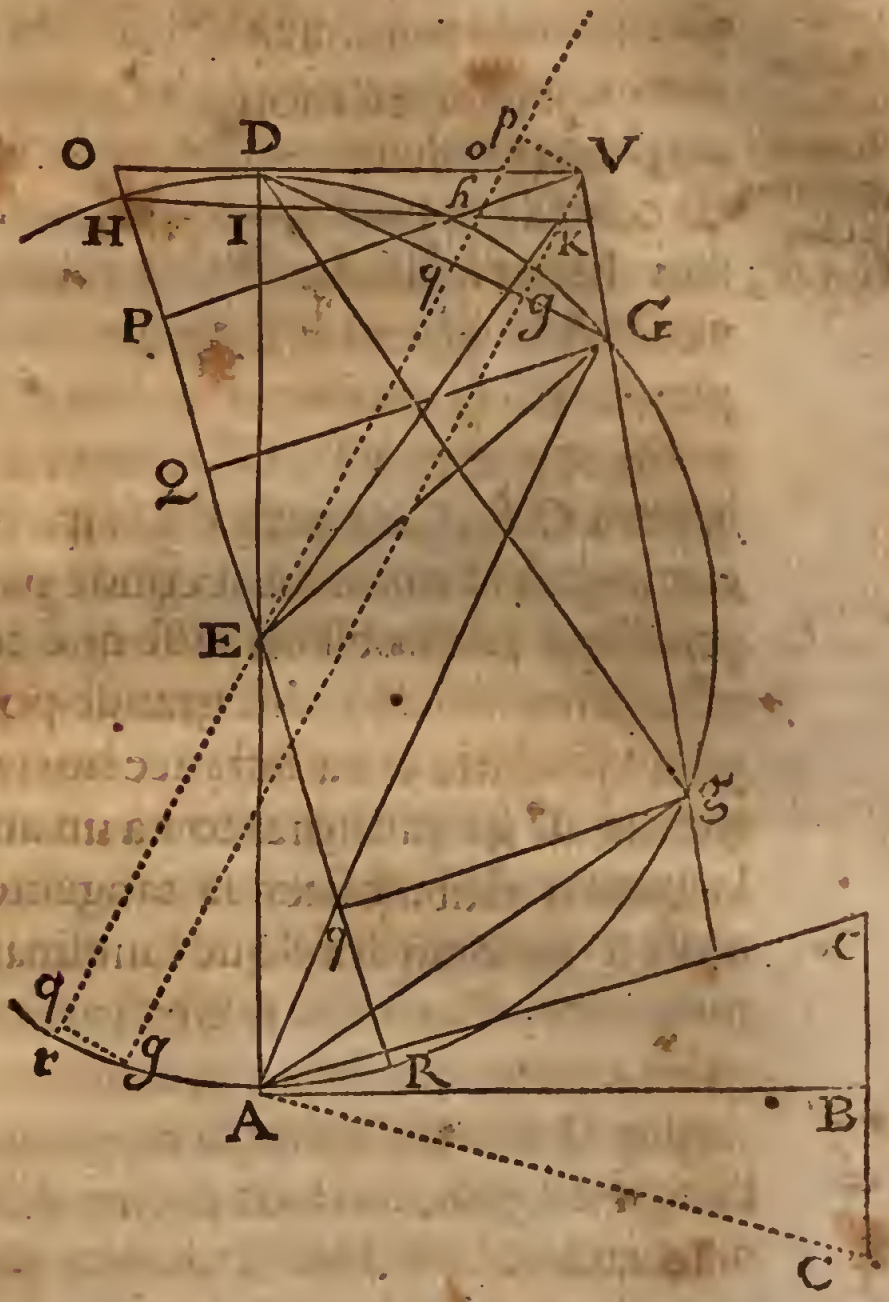
CHAPITRE II.

Démonstration de la seconde pratique par les sinus.

CHAP. II. Démonstration de la seconde pratique par les sinus.

LA seconde est de Mr. Rômer rapportée au cinquiéme Chapitre du troisiéme livre de la seconde partie. Elle ordonne que l'on fasse que comme la moitié de la plus grande portée est à la moitié de la distance horizontale, ainsi le sinus total soit à un autre ; auquel il faut ajoûter la tangente de l'angle du plan lors-que l'inclination est sur l'horizon. Puis faire que comme le sinus total est au sinus du complement de l'angle du plan, ainsi cette somme soit à une autre, qui sera le sinus d'un autre angle ; auquel si l'on ajoûte l'angle du plan, l'on aura le double de celui de la position du mor-

mortier que l'on demande. Si l'inclination eſt au-deſſous il faut ôter ce que l'on ajoûte lors qu'elle eſt au-deſſus. LIV. VI. CHAP. II.



La démonſtration s'en voit dans

LIV. VI. CHAP. II. Démonstration de la seconde pratique par les sinus.

cette figure, dans laquelle A D diametre du cercle perpendiculaire à l'horizon est toûjours la moitié de la plus grande portée, D V le quart de la distance horizontale, & V G coupe le cercle en G, desorte que l'angle B A G est celui de la position du mortier. Il faut mener le diametre O R faisant avec D A l'angle O E D égal à celui du plan B A C & continuer la droite V D en O; & mener V P, G Q perpendiculaires à O R. Cela posé E D est à D V comme A D moitié de la plus grande portée est au double de D V c'est-à-dire à la moitié de la distance horizontale. Si donc l'on fait que comme la moitié de la plus grande portée est à la moitié de la distance horizontale, ainsi le sinus total E D est à un autre; nous aurons la droite D V en parties égales à celles des sinus, & ajoûtant la droite D O c'est-à-dire la tangente de l'angle du plan, l'on a en parties des sinus la toute O V. Maintenant les deux triangles rectangles O P V, O D E ayant un angle commun au point O sont sem-

semblables, & l'angle O V P est égal à O E D c'est-à-dire à l'angle du plan. Deplus si dans le triangle rectangle V P O nous prenons V P pour sinus total, V O sera la sécante de l'angle O V P : mais comme la sécante d'un angle est au sinus total, ainsi le sinus total est au sinus du complement du même angle ; si donc nous faisons que comme le sinus total est au sinus du complement de l'angle du plan ; ainsi O V est à un autre, nous aurons la droite V P & son égale G Q sinus de l'angle G E R ; auquel ajoûtant l'angle du plan A E R, il vient l'angle du centre A E G double de l'angle à la circonférence A D G ou de son égal B A G qui est celui que l'on recherche.

LIV. VI. CHAP. II. Démonstration de la seconde pratique par les sinus.

Si le plan êtoit incliné sous l'horizon, il faudroit mener la droite *o* E *r* de l'autre part, & lui tirer les perpendiculaires V *p*: & *g q* : puis ayant trouvé la droite D V en ôter D *o* tangente de l'angle du plan D E *o*, & par le moïen du reste *o* V trouver la droite

LIV. VI. CHAP. II.

V *p* ou *g q* ſinus de l'angle *r* E *g*; d'où ôtant le même angle du plan A E *r*, il reſte l'angle A E *g* double de B A *g*: que l'on recherche pour la poſition du mortier.

CHAPITRE III.

Démonſtration de la troiſiéme pratique par les ſinus.

CHAP. III. Démonſtration de la troiſiéme pratique par les ſinus.

LA troiſiéme eſt auſſi de Mr. Rômer raportée au ſixiéme Chapitre du troiſiéme livre de la ſeconde partie. Par laquelle il faut multiplier le ſinus du complément de l'angle du plan par la diſtance horizontale, & diviſer le produit par la plus grande portée, pour avoir au quotient un certain nombre; puis ajoûtant à ce nombre le ſinus du même angle du plan s'il eſt incliné ſur l'horizon, ou l'ôtant s'il eſt au-deſſous, l'on aura le ſinus d'un angle; après quoi il faut à cét angle ajoûter ou ôter l'angle du plan, pour avoir le double de celui de la poſition du mortier que l'on demande.

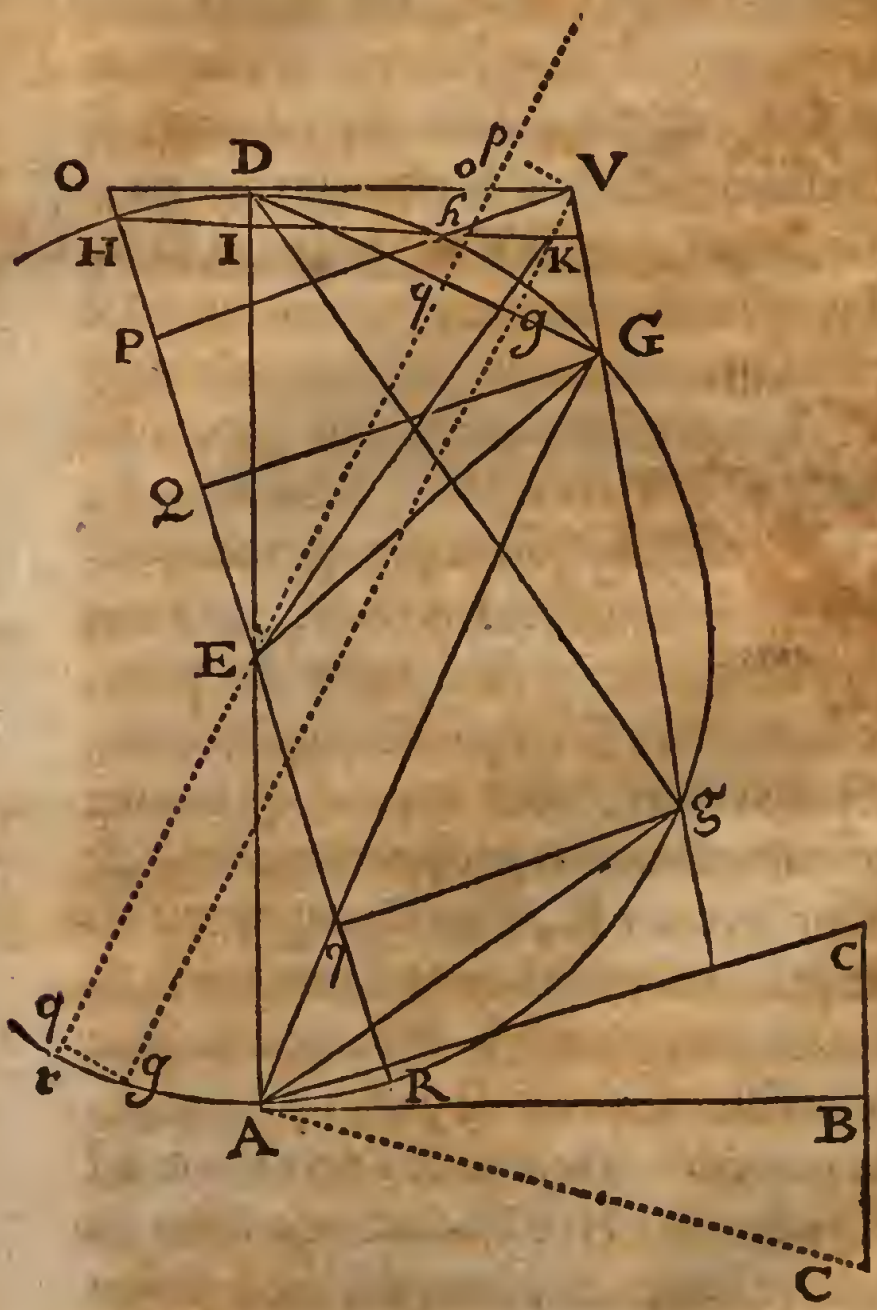
mê-

LIV. VI. CHAP. III. Démonstration de la troisiéme pratique par les sinus.

En voici la démonstration dans la même figure; après avoir mené la droite HIK paralleles à V O, si l'on pose E D sinus total, H I sera le sinus de l'angle du plan HEI, & E I le sinus de son complement. Et comme E D est un quart de la plus grande portée, ainsi que DV le quart de la distance horizontale; il paroit que D E est à DV comme la plus grande portée est à la distance horizontale; mais comme D E est à D V, ainsi E I est à I K, il s'ensuit que la plus grande portée, la distance horizontale, le sinus du complement de l'angle du plan, & la droite I K en parties égales à celles des sinus, sont quatre quantitez continuellement proportionelles; & pour avoir I K, il ne faut que multiplier la distance horizontale par le sinus du complement de l'angle du plan & diviser le produit par la plus grande portée. Deplus si l'on ajoûte à I K la droite I H, c'est-à-dire le sinus du même angle du plan (si l'inclination est sur l'horizon,) l'on aura la toute H K;

LIV. VI. CHAP. III.

HK ; laquelle eſt égale à VP ; car O V eſt à HK comme DE ou HE eſt à E I ; mais comme H E eſt à EI , ainſi OV



eſt à VP, à cauſe que les triangles HEI

ou

ou O E D & O V P ſont ſemblables. Donc O V à même raiſon à H K & à V P ; & partant H K eſt égale à V P c'eſt-à-dire à G Q : g q : ſinus de l'angle R E G : R E g : auquel angle ſi l'on ajoûte l'ang. du plan A E R, l'on aura l'angle A E G, A E g double de B A G, B A g qui eſt celui de la poſition du mortier que l'on demande. C'eſt la même démonſtration lors-que l'inclination du plan eſt au-deſſous de l'horizon.

LIV. VI. CHAP. III. Démonſtration de la troiſiéme pratique par les ſinus.

CHAPITRE IV.

Démonſtration de la quatriéme pratique par les ſinus.

LA quatriéme pratique raportée au ſeptiéme Chapitre du troiſiéme Livre de la ſeconde partie veut, lors-que le plan eſt incliné ſur l'horizon, que l'on multiplie la différence entre la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire par la même hauteur, & que le produit ſoit diviſé par la longueur du plan incliné ; puis ôtant le Quotient de la même longueur,

CHAP. IV. Démonſtration de la quatriéme pratique par les ſinus.

LIV. VI. CHAP. IV.

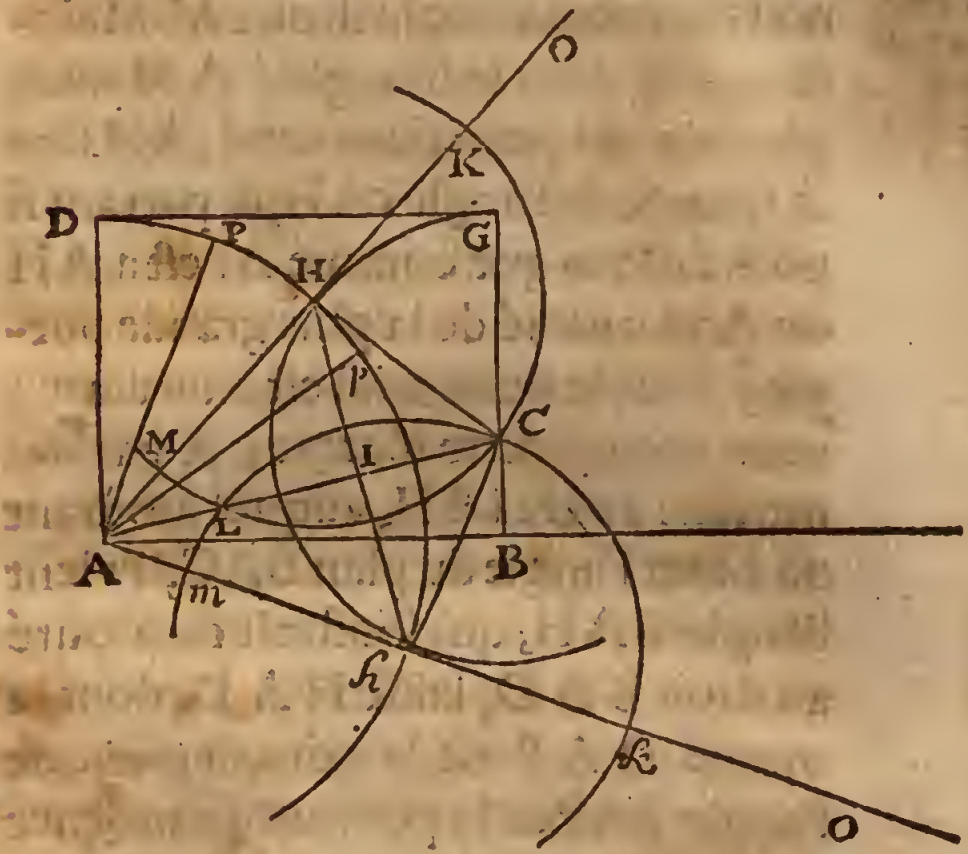
Démonstration de la quatriéme pratique par les sinus.

gueur, il faut ajoûter la moitié du reste au même quotient, & faire que comme cette somme est à la moitié de la plus grande portée, ainsi le sinus total est à un autre ; qui sera la sécante d'un angle, auquel ajoûtant ou ôtant l'angle du plan, il vient un autre angle ; lequel ajoûté ou ôté de l'angle droit, produit le double du complement de celui de la position du mortier que l'on demande.

Elle est fondée sur la proposition de Monsieur de la Hire. Soit dans sa figure prolongée la droite AH jusqu'en O, ensorte que HO soit égale à AH ; puis du point H comme centre & de l'intervalle HC, soit fait le cercle K C L M qui coupera A C en L & A O en M & K ; puis du point H soit menée HI perpendiculaire à AC. Cela posé : comme AO est double de AD ou B G, & MK double de HC ou C G ; les droites AM, KO sont chacune égale à BC. Deplus AD étant le plus grand jet perpendiculaire, AO double de AD sera égale à la plus gran-

grande portée, & A K la différence entre la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire B C. Mais commé les deux rectangles K A M C A L

LIV. VI. CHAP. IV.



ſont égaux, C A eſt à A K comme A M où ſon égale B C eſt à A L; & partant multipliant K A différence entre la plus grande portée & la hauteur perpendiculaire par la même hauteur perpendiculaire A M ou B C, & diviſant

LIV. VI. CHAP. IV.

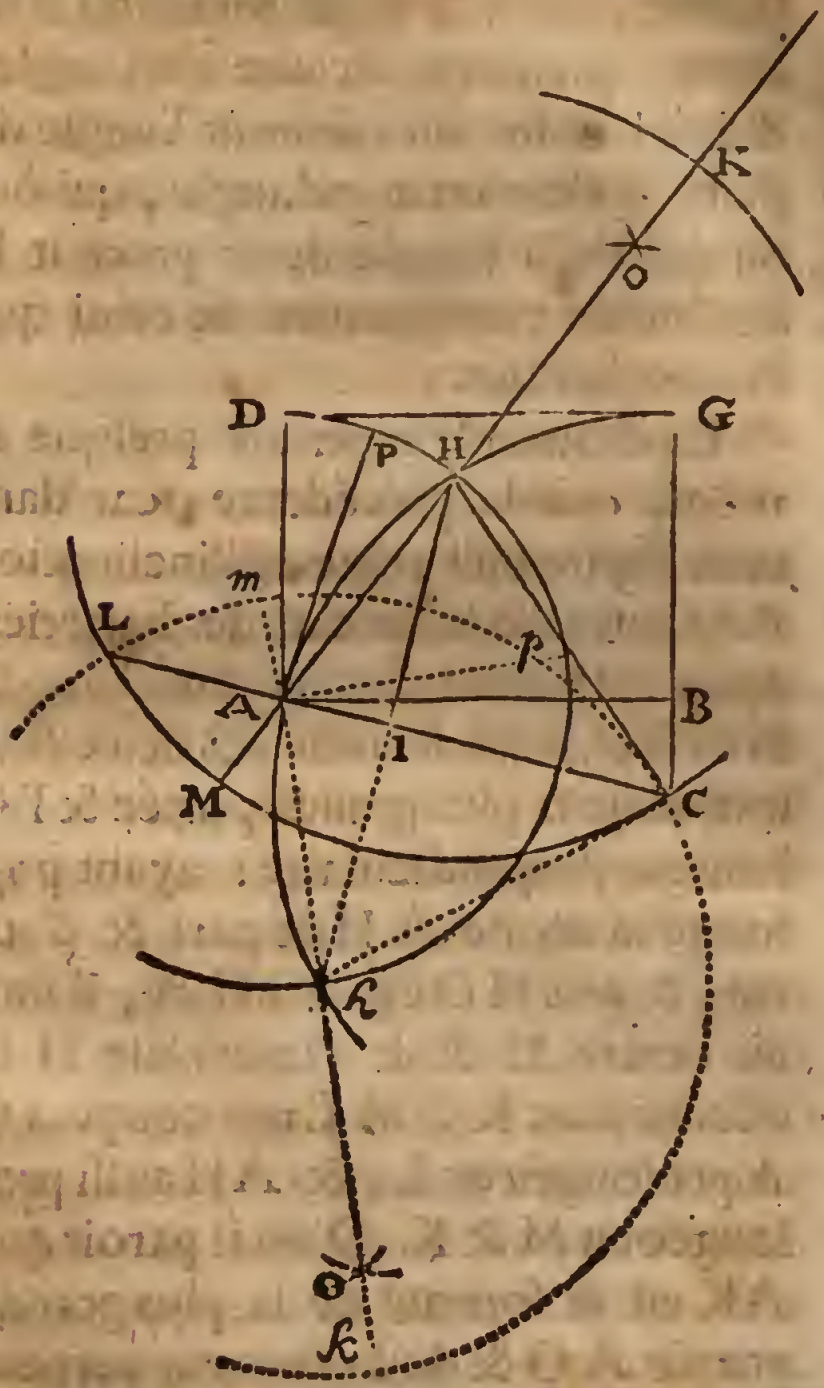
Démonstration de la quatriéme pratique par les sinus.

viſant le produit par AC longueur du plan incliné; nous aurons la droite AL, laquelle étant ôtée de la même longueur AC, donne le reſte LC; dont la moitié LI ajoûtée à la même AL, nous fait connoître la droite AI. Maintenant ſi dans le triangle IAH nous prenons AI pour ſinus total, AH ſera la ſécante de l'angle IAH; & partant ſi nous faiſons que comme AI eſt à AH ou AD moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total eſt à un autre; nous aurons cette ſécante, & par ſon moïen l'angle IAH, auquel ajoûtant ou ôtant l'angle du plan BAC, il vient l'angle BAH; qui ſouſtrait ou ajoûté au droit BAD, laiſſe HAD, dont la moitié DAP eſt le complement de l'angle BAP de la poſition du mortier que l'on demande.

Si le plan étoit incliné ſous l'horizon, il faudroit, comme nous avons dit, multiplier la ſomme de la plus grande portée & de la hauteur perpendiculaire par la même hauteur; & diviſer le produit par la longueur du

plan

plan incliné; puis ajoûtant le quotient à la même longueur, prendre la moi-



tié de leur somme & en ôter le même quo-

LIV. VI. CHAP. IV.

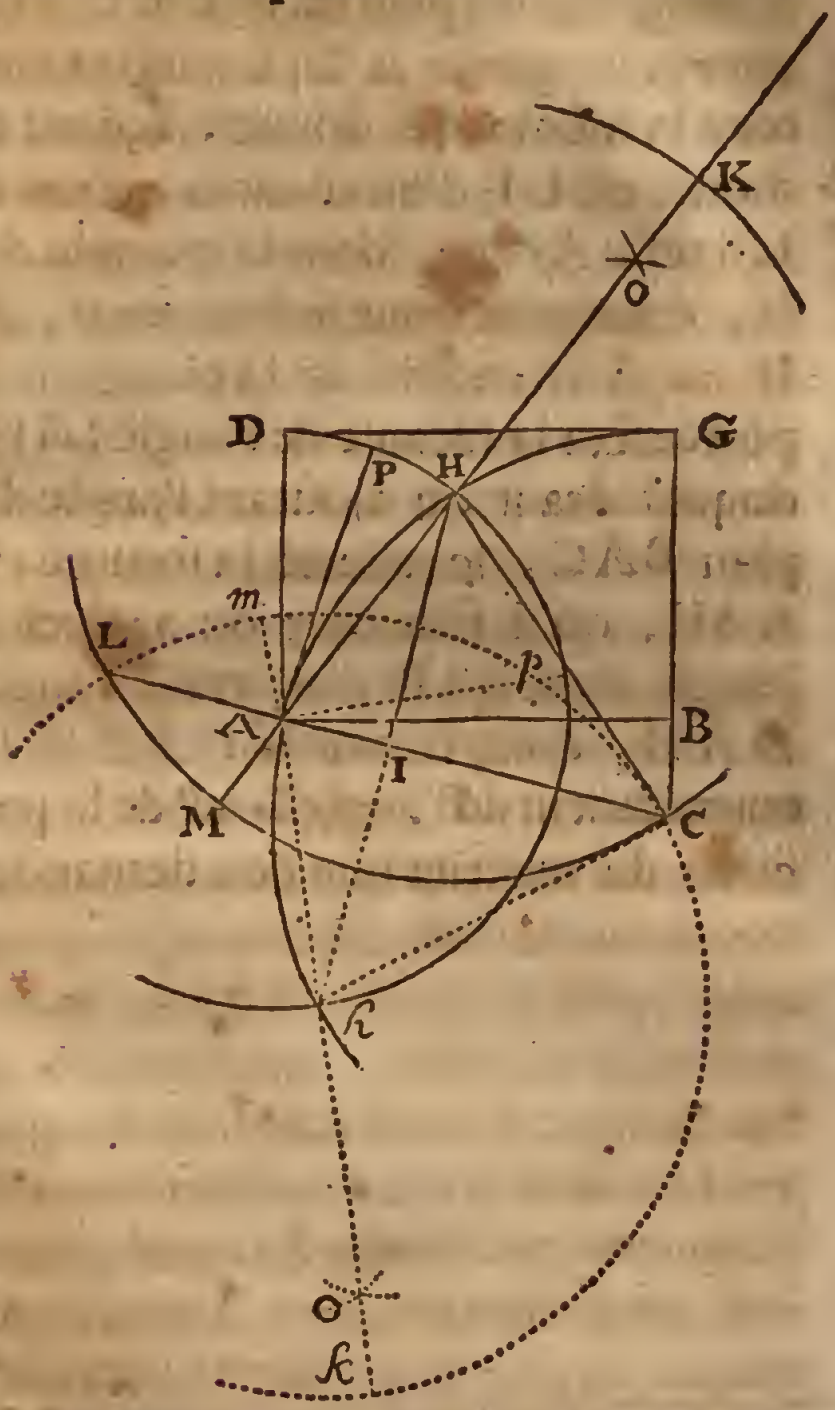
quotient ; & faire que comme le reſte eſt à la moitié de la plus grande portée, ainſi le ſinus total ſoit à un autre, qui ſera la ſécante d'un angle ; duquel ôtant ou ajoûtant l'angle du plan, il vient un autre angle, qui ôté ou ajoûté à l'angle droit produit le double du complement de celui que l'on recherche.

Démonſtration de la quatriéme pratique par les ſinus.

La démonſtration eſt preſque la même que la précédente ; car dans cette figure où l'angle de l'inclination BAC eſt ſous le niveau des batteries, & où C G demi-diametre de l'arc G H *b* eſt égal à la ſomme des deux A D moitié de la plus grande portée & B C hauteur perpendiculaire : ayant prolongé la droite A H de part & d'autre, & pris H O égale à H A, il faut du centre H & de l'intervalle H C décrire l'arc K C M L qui coupera C A prolongée en L, & A H auſſi prolongée en M & K. D'où il paroit que A K eſt la ſomme de la plus grande portée A O & de la hauteur perpendiculaire O K ou B C ; & qu'à cauſe

de

de l'égalité des rectangles KAM, CAL: ſi multipliant AK ſomme de la LIV. VI. CHAP. IV.



plus grande portée & de la hauteur per-

LIVRE SEPTIEME.

LIV. VII. Démonstration des pratiques par les instrumens.

Démonstration des pratiques par les instrumens.

CHAPITRE PREMIER.

CHAP. I. Démonstration de la premiére pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

Démonstration de la premiére pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

LA cinquiéme pratique, rapportée au huitiéme Chapitre du troisiéme livre de la seconde partie est l'usage du demi-cercle de Torricelli, auquel Mr Rômer a seulement ajoûté au point inférieur du diametre D, une régle D B égale, semblablement divisée, & parallele au demi-diametre E F, avec un filet qui coulant au long de la même D B, puisse s'étendre par tout le demi-cercle. L'usage est tel; il faut du point A conter sur le limbe le nombre de dégrez contenus dans l'angle donné de l'inclination du plan, comme l'arc A M, & apliquant le filet du point D en M, voir qu'il coupe le demi-diametre E F comme en H, & conter le nombre des parties contenuës

LIV. VII. CHAP. I.

Démonstration de la première pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

depuis le centre E jusqu'en H. Ensuite il faut prendre sur D B la longueur D V, ensorte que comme la plus grande portée est à la distance horizontale proposée, ainsi EF ou D B soit à D V, & ayant pris sur EF la longueur EI égale à D V, y ajoûter la longueur IL égale à EH pour avoir la toute EL, (si l'inclination du plan est sur l'horizon,) ou en ôter la même longueur IN pour avoir le reste E N (si elle est sous l'horizon.) Enfin du point V il faut faire passer le filet par les points L ou N & l'étendre sur le limbe du demi-cercle, qu'il coupera en des points comme en G, Q, lors-que l'inclination est au-dessus,) ou en O, P, (lors-qu'elle est au-dessous;) qui sont ceux où il faut que le plomb pendant en A tombe, quand le bras D C est dans l'ame du mortier pour le faire porter au lieu ordonné.

Pour l'intelligence de cette pratique, il ne faut que comparer la figure de la proposition de Mr Rômer que nous avons expliquée ci-devant avec

ce

ce demi-cercle de Torricelli; dans lequel comme il n'y a que 90 dégrez marquez dans toute la circonférence AFD qui en contient 180, il paroît que chacun en vaut deux, c'eſt-à-dire que l'angle AEM a deux fois plus de dég. qu'il n'y en a de marquez dans l'arc AM: mais l'angle ADM eſt la moitié de AEM; & partant les dégrés marqués dans l'arc AM ſont ceux de l'angle ADM, qui par ce moien eſt égal à celui de l'inclination du plan propoſé. Et comme dans les deux triangles ſemblables DEH, VIL ou VIN, les deux côtez DE, EH ſont égaux au deux VI, IL ou VI, IN; il s'enſuit que les angles EDH, IVL ou IVN ſont égaux.

LIV. VII. CHAP. I. Démonſtration de la premiére pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

Maintenant comme DV eſt quatriéme proportionnelle à ces trois quantités ſavoir, la plus grande portée, la diſtance horizontale, & le demi-diametre EF; ſi nous ſuppoſons, que FE ſoit égale au quart de la plus grande portée, DV ſera le quart de la diſtance horizontalë: mais du point V l'on

LIV. VII. CHAP. I.

Démonstration de la premiére pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.

a mené la droite V L ou V N faisant avec V I parallele au diametre A D, l'angle I V L ou I V N égal à celui de l'inclination du plan. Donc par la proposition de Mr Rômer, cette ligne coupera le demi-cercle en des points comme G, Q ou O, P, par lesquels si on mene les droites AG, AQ, ou AO, AP & la droite AR parallele à EF, les angles RAG, RAQ, ou RAO: RAP: sont ceux de la position du mortier que l'on recherche. Mais dans le demi-cercle de Torricelli les angles RAG, RAQ, ou RAO, RAP sont égaux respectivement aux angles AD G, ADQ, ou ADO, ADP qui sont ceux de l'inclination du mortier, lorsque le plomb tombe du point A sur les points G, Q, ou O, P; & partant le mortier disposé de cette maniére chassera la bombe au lieu ordonné.

CHA-

LIV. VII. CHAP. II. Démonstration des pratiques par un instrument pour toutes sortes de jets.

CHAPITRE II.

Démonstration des pratiques par un instrument pour toutes sortes de jets.

LA sixiéme pratique raportée au premier Chapitre du quatriéme Livre de la seconde partie est d'un autre instrument dont nous avons décrit la construction & l'usage tant pour les portées qui se font sur le niveau des batteries, que pour celles qui se doivent faire au-dessus ou au-dessous du même niveau. Elle est fondée sur la proposition de Mr de la Hire que nous avons expliquée ci-devant.

CHAPITRE III.

Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

CHAP. III. Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

POur la bien entendre nous parlerons premiérement des coups étendus sur le niveau des batteries raportés au second Chapitre du même livre : comme si connoissant la portée d'une piéce ou d'un mortier, par ex-

LIV. VII. CHAP. III.

Pour les jets qui ſont au niveau des batteries.

emple, de 400 toiſes ſur l'élévation de 21 dég ; l'on veut ſavoir quelle ſera la portée ſous l'élévation d'un autre angle, comme ſous celle de 30 dég. ? il faut ouvrir le compas commun de la grandeur du demi-diametre F A du demi-cercle, & poſant un de ſes piés ſur le point 21 dég marquez ſur le limbe intérieur, voir où de l'autre il coupera la droite F G, qui ſera, par exemple, où elle a 266 parties ; puis poſant le même pié ſur le point de 30 dég. marquez au même limbe & tenant le compas ainſi ouvert, voir où de l'autre pié il rencontrera la même FG, (qui ſur cette hypothéſe ſera où elle a 346 part.) En-ſuite faiſant que comme 266 eſt à 346, ainſi la longueur de 400 to. eſt à une autre l'on aura 520 to. pour la portée que l'on cherche ſous l'élévation de 30 dég.

Ce qui eſt facile à concevoir ſi l'on ſe ſouvient que par la propoſition de Mr de la Hire, le demi-cercle & l'arc fait du centre 346, ayant un même rayon, le point de leur interſection, qui

our
ets
ſont
ii-
i des
e-

X étant dans l'ame du mortier,

Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

, le point de leur

qui

qui eſt 30 dégrez, eſt le foyer d'une Parabole qui paſſera du point F à celui de 346, & aura pour touchante la droite F 15, où l'arc A 30 eſt diviſé en deux également; ainſi par la même raiſon le point 21 dégrez de l'interſection du même demi cercle & de l'arc fait du centre 266, eſt le foyer d'une autre Parabole dont l'amplitude eſt la droite F 266, & la touchante F 10 ½ dég., où l'arc A 21 dég. eſt diviſé en deux également. C'eſt-à-dire que ſuppoſant que le mortier poſé ſuivant la direction de la touchante F 10 ½ dégrez qui eſt ſuivant l'angle AB 21 dég., a chaſſé à la diſtance de 266; il chaſſera à celle de 346, quand on le diſpoſera ſuivant la direction de la touchante F 15, c'eſt-à-dire ſuivant l'angle A B 30: mais comme 266 eſt à 346, ainſi 400 eſt à 520 to. Donc s'il a chaſſé à 400 to. ſous l'angle A B 21, c'eſt-à-dire de 21 dég, il portera à 520 toiſes ſous A B 30, c'eſt-à-dire de 30 dégrez; ou lors-que le bras B X étant dans l'ame du mortier, le

LIV. VII CHAP. III. Pour les jets qui ſont au niveau des batteries.

LIV. VII CHAP. III.

Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

plomb tombe du point A sur celui de 30 dégrez du bord intérieur.

Mais si posant la portée de 400 toises sous l'angle de 21 dégrez, l'on vouloit savoir à quel angle il faudroit poser le mortier pour chasser à 520 toises? Après avoir posé la pointe du compas ouvert du rayon du demi-cercle sur 21 dégrez du limbe intérieur, & vû que de l'autre pointe il coupe la droite FG au point 266; il faut faire que comme 400 est à 266, ainsi 520 à une autre, qui sera 346, qu'il faut prendre sur la même F G, & y mettre la pointe du compas toûjours ouvert de la grandeur du rayon F A, pour voir où il coupera de l'autre pointe le demi-cercle, qui sera au point 30 du limbe intérieur; ce qui marque que le mortier doit être posé suivant l'angle de 30 dég. pour le faire chasser à 520 toises. Car les deux points du bord intérieur 21: 30: sont les foyers de deux Paraboles dont les amplitudes sont les longueurs F 266: F 346: & les tangentes F 10^{1}, F 151;

d'où

d'où il s'ensuit que le mortier posé suivant la direction de la ligne F 10½ c'est-à-dire élevé selon l'angle A B 21 ou de 21 dég. ayant chassé à la longueur de 266 parties ; il chassera à celle de 346 s'il est posé suivant la direction de la droite F 15, c'est-à-dire élevé selon l'angle A B 30 ou de 30 dég. ; mais comme 266 est à 346 ainsi 400 to. est à 520 to. ; si donc il a chassé à 400 to. à 21 dég. ; il faut l'élever à 30 dég. pour le faire chasser à 520 toises, ainsi qu'il est ordonné. Ce qui arrive si le bras BX étant parallele à l'ame du mortier, le plomb tombe du point A sur les points marquez 21 & 30 du bord intérieur du demicercle.

LIV. VII. CHAP. III. Pour les jets qui sont au niveau des batteries.

CHAPITRE IV.

Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries

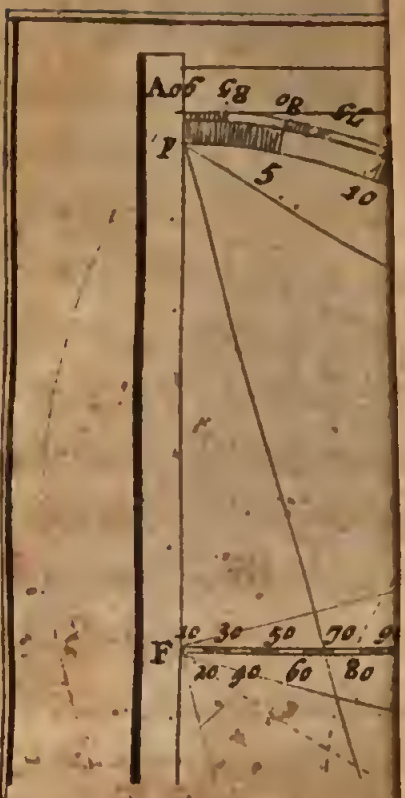
POur s'en servir à la détermination des portées sur les plans inclinez raportées au troisiéme Chapitre du quatriéme Livre de la seconde partie ; il faut, ainsi que nous avons dit,

CHAP. IV. Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries.

LIV. VII. CHAP. IV.

Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries.

lors-que connoissant la plus grande portée comme de 600 toises l'angle du plan de 15 dégrez, & la distance horizontale de 310 to, l'on veut connoître à quel angle il faut élever la piéce ou le mortier pour le faire porter au lieu ordonné; faire ainsi que nous avons fait au quatriéme chapitre du même livre, que comme 600 to. est à 310, ainsi 400 qui est le plus grand nombre des parties contenuës dans la droite FG est à un autre, qui sera 206 répondant au point I; puis faisant passer le filet du centre F par le point Q où les 15 dégrez sont marquez sur le bord extérieur du demi-cercle à conter du point H vers B, (si l'inclination est sur l'horizon,) marquer où il coupe la guide O I K passant par le point I, qui est au point L; lequel doit servir de centre à l'arc K M *m* dont le rayon est LK égal à la différence du demi-diametre F B ou I K & de la hauteur perpendiculaire IL; car les points M *m* où cét arc coupera le demi-cercle, seront les foyers des Para-



F doit passer par R ou les 15. dégrez

LIV.
CH
IV.
Po
les je
qui r
ſont
au mi
des l
terie

ni-cercle, ſeront les foyers des

Para-

Paraboles qui dans la figure de Mr de la Hire passeront du point F en L, & dont les touchantes son F Y : F*y*:ainsi qu'il a été démontré ci-devant. Où l'on voit qu'un mortier élevé suivant la direction de l'angle I F Y ; I F Y *y*, c'est-à-dire dans le demi-cercle O A M, O A*m* ou de leurs égaux A B M, A B *m* portera sur un lieu élevé de 15 dégrez sur l'horizon à la distance horizontale F I de 206 parties, lors-que la plus grande portée F G est de 400 parties ; & partant à celle de 310 to., si la plus grande portée est de 600 to. Mais le mortier est élevé suivant la direction de ces angles, lors-que le bras B X étant parallele à l'ame, le plomb tombe du point A sur les points M ou *m* ; l'on a donc la position recherchée pour le faire chasser au lieu que l'on demande.

LIV. VII. CHAP. IV. Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries.

Si l'inclination est sous l'horizon, comme en la pratique raportée au cinquiéme Chapitre du quatriéme livre de la seconde partie ; le filet du point F doit passer par R où les 15. dégrez

LIV. VIII CHAP. IV.

Pour les jets qui ne ſont pas au niveau des batteries.

du plan ſont marquez du point H vers A ; & le point S, où il coupe la guide O K paſſant par le point I, doit être le centre de l'arc K P *p*, dont le rayon eſt S K égal à la ſomme du demi-diametre F B ou I K & de la hauteur perpendiculaire I S : & les deux points P : *p*, où cét arc coupe le demi-cercle, ſont les foyers des Paraboles qui du point F, dans la figure de Mr de la Hire, paſſeront par le point S abaiſſé de 15 dégrez ſous l'horizon des batteries, ainſi qu'il a été démontré ci devant ; & leurs touchantes ſeront F Z : F *z*. Deſorte qu'un mortier poſé ſuivant la direction des angles I F Z, I F *z* ou de leurs égaux dans le demi-cercle O A P, O A *p* : c'eſt-à-dire A B P, A B *p* ; chaſſera la bombe au lieu S abaiſſé de 15 dégrez ſous l'horizon I F à la diſtance horizontale de 206 parties, ſi la plus grande portée n'eſt que de 400 parties ; & partant à celle de 310 to. ſi elle eſt de 600 toiſes ; & comme le mortier eſt diſpoſé ſuivant la direction

rection de ces angles, lors-que le bras B X étant parallele à l'axe de l'ame, le plomb pendant en A tombe sur les points P : *p* : ; il s'ensuit que l'on a par ce moïen trouvé les angles de la situation que l'on demande. LIV. VII. CHAP. IV. Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries.

Enfin pour connoître, par la pratique enseignée au sixiéme chapitre du même livre, la distance horizontale, la longueur du plan incliné & la hauteur perpendiculaire, lors-que la plus grande portée comme de 600 toises, l'angle du plan comme de 15 dégrez sur le niveau de la batterie, & celui de l'élévation du mortier comme de 72 dégrez, sont donnez ; il faut, ainsi que nous avons dit, du point Q où se terminent les 15 dégrez de l'angle du plan sur le bord extérieur depuis le point H vers B, prendre avec le compas l'arc QM, où sur le bord intérieur les 72 dég. de l'élévation du mortier sont marquez, & le rapporter de l'autre part sur le même cercle au point *m* ; puis passant le filet par les deux points *m* : M : voir où il coupe la droite

LIV. VII. CHAP. IV.

Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries.

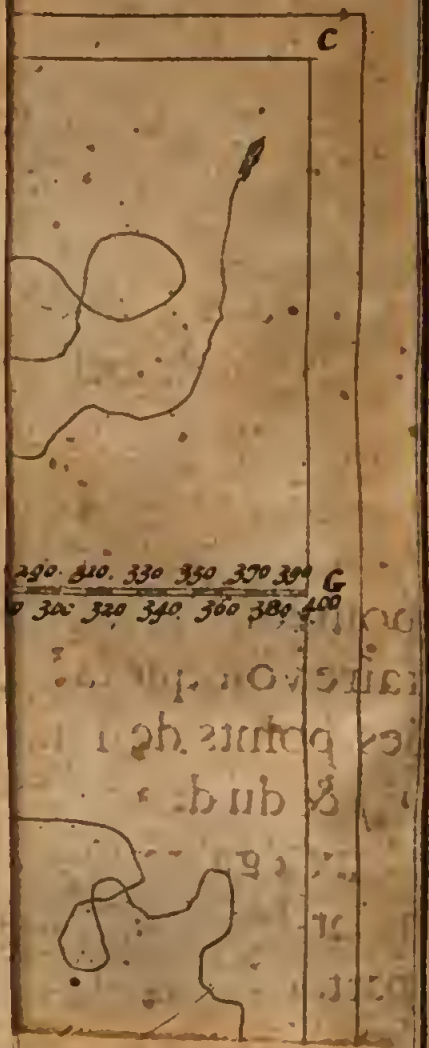
BD comme en T ; car BK ou FI double de B T, donnera le nombre des parties de la distance horizontale, FL celui des parties de la longueur du plan incliné, & IL celui des parties de la hauteur perpendiculaire ; supposé que la plus grande portée soit de 400 parties : ainsi faisant que comme 400 parties est à 600 toises, ainsi chacune de ces quantitez est à une quatriéme, nous aurons les grandeurs que nous recherchons. La démonstration est aisée : car supposant que l'arc décrit du centre L & de l'intervalle LK ait coupé le demi-cercle aux points M:*m*:, qui sont, comme nous avons dit, les foyers des Paraboles recherchées ; si l'on mene une droite M *m* T par les mêmes points, la droite M *m* sera coupée en deux également par F L qui joint les centres des deux cercles, & partant l'arc QM sera égal à Q *m*. Et pour faire voir que B K est double de B T, il ne faut que remarquer que la droite B K touchant les deux cercles en B & en K, le rectangle *m* T M

dans

IV. VII
HAP.
V.
Pour
s jets
ui ne
nr pas
u ni-
eau des
atte-
ics.

LIV. V
CHA
IV.

Pol
les jet
qui ne
ſont p
au ni-
veau c
batte-
ries.



dans l'arc K M *m* est égal au quarré de la touchante T K ; & dans le demi-cercle le même rectangle est égal au quarré de la touchante T B ; d'où il s'ensuit que T K & T B sont égales, & B K ou F I double de B T. Le reste n'a point de besoin de plus grande explication. LIV. VII CHAP. IV. Pour les jets qui ne sont pas au niveau des batteries.

Si l'inclination du plan est au-dessous du niveau des batteries, nous pourrons par le même raisonnement faire voir que la droite *p* P qui passe par les points de l'intersection de l'arc K P *p* & du demi-cercle, est coupée en deux également par la droite F S qui joint les centres des deux cercles, & partant que l'arc R P est égal à l'arc R *p*; & le rectangle *p* T P dans l'arc K P *p* est égal au quarré de la touchante K T & au quarré de la touchante B T dans le demi-cercle ; & qu'ainsi B K ou F I est double de B T.

CHA-

LIV. VII. CHAP. V.

CHAPITRE V.

Démonſtration des pratiques par le compas de proportion.

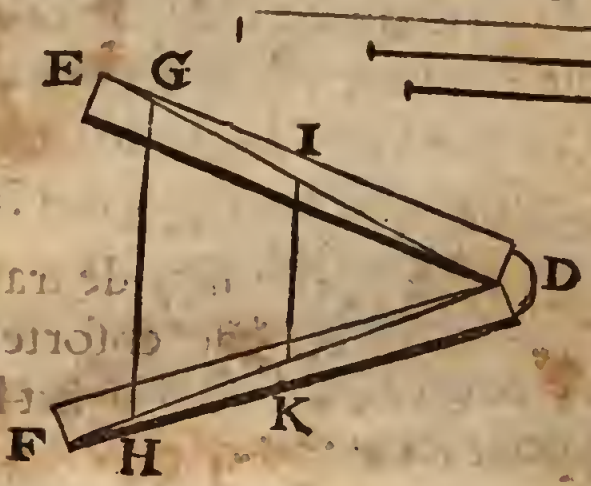
Démonſtration des pratiques par le compas de proportion.

LA ſeptiéme & derniére pratique eſt celle qui ſe fait par le moien du compas de proportion, dont l'uſage ſe réduit à ce ſeul cas ; qui eſt à trouver une quatriéme proportionelle à trois quantités données. Ce qui ſe fait avec facilité prenant ſur la ligne des parties égales la grandeur de la premiére & lui appliquant de travers la longueur de la ſeconde, enſorte qu'elle faſſe ſur le compas ouvert la baſe d'un triangle Iſoſcelle dont les côtez égaux ſont chacun de la grandeur de la premiére quantité ; puis ayant pris ſur les mêmes parties égales la longueur de la troiſiéme, conſidérer quelle en eſt la tranſverſale ſur le compas ainſi ouvert ? car cette grandeur eſt la quatriéme que l'on demande.

Comme s'il faloit trouver une quatriéme proportionelle aux trois grandeurs A, B, C ; je prendrois ſur les côtés DE, DF du compas de proportion

tion sur la ligne des parties égales, la longueur DG : DH égale à A & j'ouvrirois le compas de telle sorte que la droite G H qui fait la base du triangle Isoscelle GDH fût égale à la seconde quantité B. Puis aïant mesuré sur les mêmes côtez D E : D F la longueur DI : D K égale à la troisiéme C ; je prendrois sur la même ouverture du compas la transversale IK, qui seroit la quatriéme que je recherche. Car dans les triangles semblables D G H, D I K, la droite DG est à GH, c'est à dire AàB, comme DI ou C est à la droite I K.

LIV. VII. CHAP. V; Démonstration des pratiques par le compas de proportion.



Il faut deplus considérer que les parties de la ligne que l'on appelle des angles, sont les longueurs des cordes ou soutendantes des arcs de cercle à toutes les ouvertures des angles depuis un

LIV. VII. CHAP. V. Démonstration des pratiques par le compas de proportion.

un dégré jusqu'à 180 ; ainsi 60 parties sur cette ligne sont l'étenduë de la corde d'un arc de 60 dégrez ou du demi-diametre du cercle : 45 parties sont celle de la corde de l'angle de 45 dég. : 72 celle de 72 dég. : 180 parties sont le diametre entier qui est la corde du demi-cercle. Et comme la corde d'un arc est le double du sinus de la moitié de l'angle du même arc, il s'ensuit que les sinus ont entr'eux même proportion que les cordes du double des angles dont ils sont les sinus ; & qu'ainsi l'on peut prendre les uns pour les autres.

CHAPITRE VI.

Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

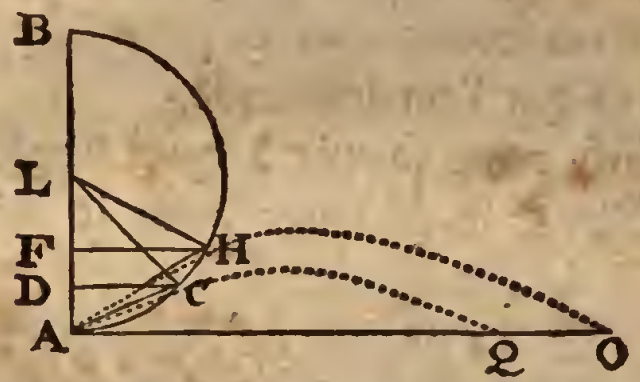
LIV. VII. CHAP. VI. Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

CEci posé : reprenant la figure de Torricelli, il n'est pas mal-aisé de comprendre la raison de nos pratiques : car dans la premiére expliquée au premier Chapitre du cinquiéme livre de la seconde partie où, par ex-

LIV. VII. CHAP. VI.

Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

exemple, la portée d'un mortier étant donnée suivant un angle donné, l'on demande quelle sera celle du même mortier suivant un autre angle ? comme si le mortier élevé suivant l'angle QAC de 21 dég., a chassé à la longueur AQ de 400 toises, l'on veut savoir qu'elle est la longueur AO, à laquelle il chassera s il est posé suivant l'angle QAH de 30 dégrez ? D'autant que les portées AQ & AO sont entr'elles comme les li-



gnes CD : HF : c'est-à-dire comme les sinus des angles ALC, ALH doubles de ceux de la position du mortier QAC, QAH ; elles seront aussi entr'elles comme les doubles des mêmes lignes CD, HF, c'est-à-dire comme la corde du double de l'angle ALC est à la corde du double de l'angle ALH

LIV. VII. CHAP. VI.

Pour les portées qui ſont au niveau des batteries.

H, ou comme la corde du quadruple de l'angle QAC, à la corde du quadruple de l'angle QAH; & partant ſi nous prenons la corde de 84 dég, quadruple du premier angle donné de 21 dégrez pour premier terme; pour ſecond la corde de 120 dég. quadruple du ſecond angle donné de 30 dégrez; & pour troiſiéme les 400 toiſes de la portée donnée AQ: en cherchant ſur le compas à ces trois quantitez une quatriéme proportionelle, nous trouverons 520 to. pour la portée AO que l'on demande.

Ainſi pour ſavoir à quel angle il faut êlever le mortier pour le faire chaſſer à la longueur de 520 to., ſuppoſé qu'à 21 dégrez de l'élévation il ait porté à 400 to.; je prens pour premier terme 400 to.; pour ſecond 520 to.; pour troiſiéme la corde de 84 dég. quadruple de l'angle donné 21 dég.; & il me vient pour quatriéme la corde de l'angle de 120 dégrez, dont le quart eſt l'angle QAH de 30 dégrez que je recherche.

Il

LIV. VII. CHAP. VI.

Pour les portées qui sont au niveau des batteries.

Il est, comme je crois inutile de dire que lors-que les nombres des quantités proposées ou leurs étenduës, excédent celui des parties égales marquées sur le compas: il faut en prendre telle partie que l'on veut pourvû qu'elle soit moindre que celles du compas, & s'en servir pour trouver vôtre quatriéme proportionelle, qui sera la même portion de celle que vous cherchez, que celle dont vous vous êtes servi, l'est du nombre donné. Ainsi parce que le nombre de 400 to. est plus grand que celui de 200 contenu dans les parties égales du compas, je me sers du quart qui est 100 pour premier terme & il me vient 130 au quatriéme, dont le quadruple 520 est celui que je demande. Si le premier nombre êtoit le tiers du donné, celui qui viendroit par la pratique seroit aussi le tiers de celui que l'on recherche, & ainsi du reste.

CHA-

LIV. VII CHAP. VII.

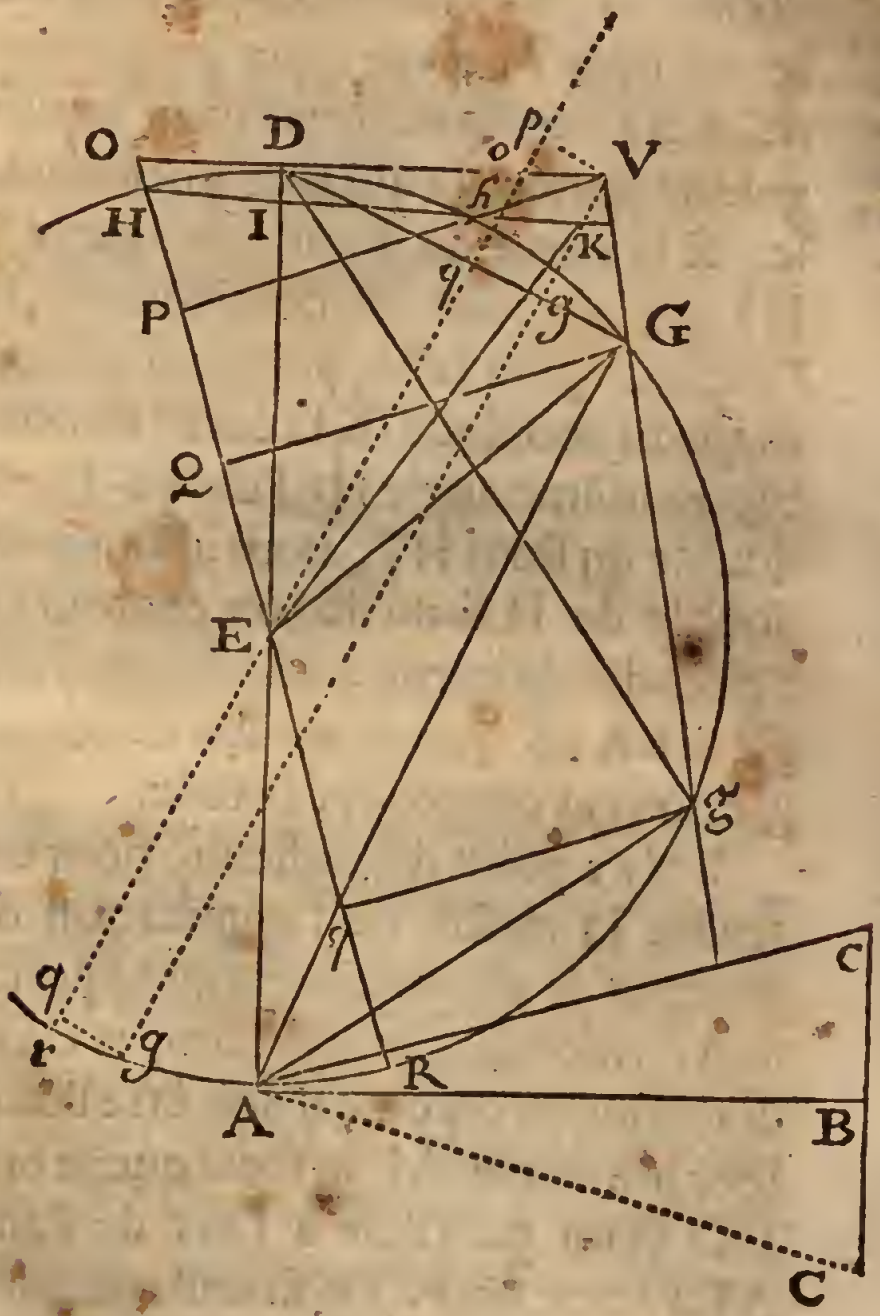
CHAPITRE VII.

Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

MAintenant pour bien entendre l'usage du compas de proportion raporté au second Chapitre & aux suivans du cinquiéme livre de la seconde partie, pour les portées sur les plans inclinez ; il faut reprendre la figure par laquelle j'ai expliqué la troisiéme pratique, où ED est à DV c'est-à-dire E I à I K comme la plus grande portée est à la distance horizontale ; & E I étant le sinus de l'angle E H I complement de l'angle du plan ; le double de E I sera la corde du double du même angle E H I ; & partant comme la plus grande portée est à la distance horizontale, ainsi cette corde sera au double de IK, à quoi ajoûtant ou ôtant le double de H I, c'est-à-dire la corde du double de l'angle du plan HEI, nous aurons le double de la droite H K ou de son égale G Q, c'est-à-dire la corde du dou-

double de l'angle G E R; auquel angle & à son complement à deux droits, si l'on ajoûte l'angle du plan LIV. VII. CHAP. VII.



AER, l'on aura l'angle AEG double

LIV. VII. CHAP. VII.

Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

ble de ADG ou de son égal BAG que l'on demande.

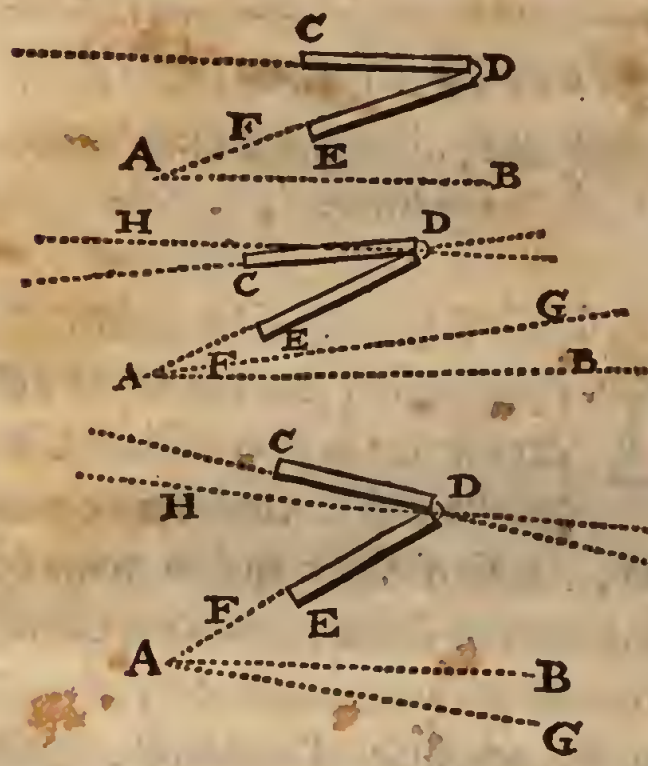
Or l'on voit que pour trouver le double de I K nous avons cherché sur le compas la quatriéme proportionelle aux trois quantitez savoir la plus grande portée, la distance horizontale, & la corde du double de l'angle E H I qui est celui du complement de l'angle du plan HEI; puis ajoûtant ou ôtant du double de IK la corde du double du même angle HEI c'est-à-dire le double du sinus H I, nous avons eu le double de H K ou de son égale G Q, c'est-à-dire la corde du double de l'angle GER; & par le moïen de cét angle nous avons trouvé le reste.

Il n'y a point de difficulté pour entendre la raison de l'application du compas de proportion pour la position du mortier; car si le compas CDE étant ouvert comme il doit être l'on éleve le mortier AF en sorte que le bras E D êtant parallele à l'axe de l'ame AE, l'autre bras CD soit aussi parallele à l'horizon AB; le mortier sera posé sui-

LIV. VII. CHAP. VII. Pour les portées qui ne sont pas au niveau des batteries.

suivant l'angle BAE ainsi qu'il est demandé.

Si l'on veut découvrir l'objet incliné de l'angle BAG au-dessus ou au-dessous de l'horizon au travers des pinules posées sur le bras



CD; l'on voit que l'angle du compas, C D E est moindre (si l'inclination est au-dessus) ou plus grand (si elle est au-dessous,) que l'angle de l'élévation du mortier B A D, de la grandeur de l'angle C D H égal à celui du plan BAG; & qu'ainsi il faut le diminuer, comme nous avons dit, au premier cas & l'augmenter en l'autre.

LIV. VIII

LIVRE HUITIEME.

Doctrine de Monsieur Cassini pour le jet des Bombes.

CHAPITRE PREMIER.

Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective.

CHAP. I. Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective.

MOnsieur Cassini a donné la résolution de toute la doctrine de la projection d'un mobile par une seule proposition, faisant voir qu'en tous les cas, il y a trois lignes qui sont continuellement proportionelles, savoir celle qu'il appelle d'égalité, celle d'impulsion & celle de la chûte respective.

Pour faire entendre ce raisonnement, il suppose, comme les autres, qu'un corps jetté est porté de deux impressions différentes dont l'une, qui lui vient de l'impulsion d'une cause externe, le détermine à une certaine direction ou perpendiculaire en haut ou

ou en bas, ou horizontale, ou inclinée, & le porte d'un mouvement uniforme & égal par des espaces égaux en tems égaux : l'autre, qui lui vient de la pésanteur, le détermine par une ligne perpendiculaire en bas vers le centre de la Terre & le porte d'un mouvement continuellement accéléré, desorte que les éspaces qu'il parcourt sont entr'eux en raison doublée des tems qu'il emploïe à les parcourir.

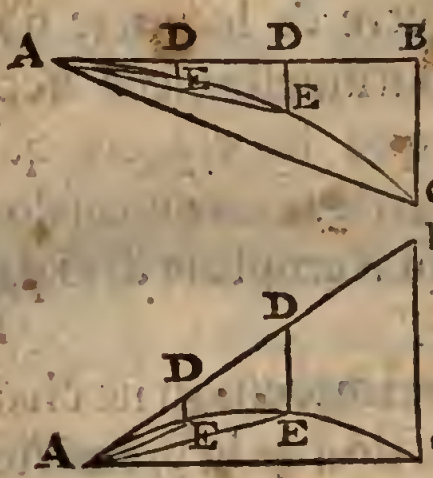
LIV. VIII CHAP. I. Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective.

Cette derniére impression ne change rien à la direction de la premiére, si elle est perpendiculaire en haut ou en bas : elle ne fait qu'acourcir le chemin que fait le mobile au premier cas & l'allonger en l'autre. Mais aux directions horizontales ou obliques, elle en change entiérement la droiture. Car si un mobile est, par exemple, porté d'une force externe suivant la direction de la ligne AB horizontale ou inclinée ; il est constant que si le mobile n'avoit point de poids ni d'empéchement de la résistance du

LIV. VIII CHAP. I.

Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective.

milieu, il seroit porté suivant la droite A B d'un mouvement égal qui lui feroit parcourir des espaces égaux en des tems égaux ; mais comme au moment du départ du point de repos A, l'impression de la pésanteur le tire en



bas par des lignes perpendiculaires D E, BC, elle le fait changer de route ; & au lieu de le porter par la droite A B, elle le conduit au long de la courbe AEC. Où il faut remarquer que la ligne A D qui seroit celle que le mobile auroit parcouru d'un mouvement égal s'il n'avoit point eu de poids, au moment qu'il se trouve en E, est cette ligne que Mr Cassini appelle *ligne d'impulsion* à l'égard du point E ; ainsi la ligne A B où le mobile sans poids se trouveroit lors-qu'il est tombé en C, est la ligne d'impulsion au respect du point C. Les lignes perpen-

pendiculaires D E, DE, ſont celles qu'il appelle *lignes de chûte reſpective*, c'eſt-à-dire à l'égard des points E, E & des lignes d'impulſion A D, A D: ainſi B C eſt ligne de chûte reſpective à l'égard du point C & de la ligne d'impulſion A B, & les lignes A E, AC ſont appellées *lignes de diſtance*, parce qu'elles meſurent de combien le mobile eſt êloigné du point de départ. LIV. VIII CHAP. I. Lignes d'égalité, d'impulſion & de chûte reſpective.

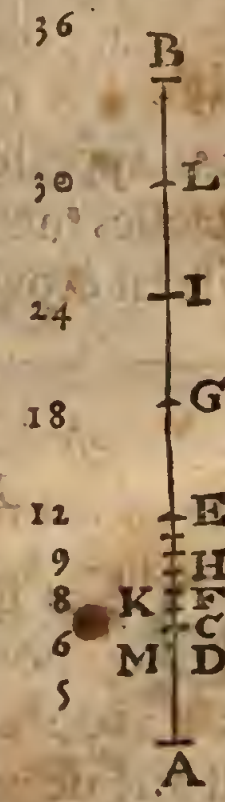
CHAPITRE II.

De la ligne d'égalité.

DAns les projections verticales, où nous avons dit que la péſanteur acourcit le chemin du mobile, il eſt aiſé de comprendre que le mobile monte tant que le chemin qui ſe fait par l'impreſſion du dehors, eſt plus grand que celui de la péſanteur; qu'il ne monte ni ne deſcend au moment que ces deux impreſſions ſont égales; & qu'il deſcend auſſi-tôt que celle de la péſanteur eſt plus grande que l'autre. Ainſi dans le jet vertical CHAP. II. De la ligne d'égalité.

LIV. VIII. CHAP. II. De la ligne d'égalité.

AB, si nous supposons que la force du dehors puisse porter le mobile par l'espace AC, par exemple, de 6 mesures dans un certain tems, pendant lequel la pésanteur le puisse faire descendre de l'espace CD d'une de ces mesures; il est constant que le mobile au premier tems se trouveroit en D; ainsi la droite AC. 6., que le mobile sans poids auroit parcouru, est la *ligne d'impulsion* à l'égard du point D; la ligne CD. 1., celle *de la chûte respective* à l'égard de la même AD; & la ligne AD. de 5 mesures celle de *la distance*. Au second tems le mobile sans poids seroit porté en E. 12., & seroit cependant tombé de la longueur EF, 4.; & se trouvant en F, la droite AE. 12. sera la *ligne d'impulsion*, EF. 4. celle de *la chûte respective*, & AF. 8 celle de *la distance*. Au troisiéme tems la ligne d'impulsion sera AG.



18.,

18., celle de la chûte G H. 9. & celle de la distance A H. 9. Au 4me tems la ligne d'impulsion est A I. 24., celle de la chûte I K. 16., & celle de la distance A K. 8. Au cinquiéme tems celle d'impulsion est A L. 30., celle de la chûte L M. 25. & celle de la distance A M. 5. Enfin au sixiéme tems la ligne d'impulsion seroit A B de 36 mesures ou sextuple de la premiére A C, & celle de la chûte seroit aussi la même B A de 36 mesures.

LIV. VIII CHAP. II. De la ligne d'égalité.

Et comme la ligne A B est le chemin qu'auroit fait en montant le mobile sans poids d'un mouvement égal, pendant qu'avec le poids il est monté de A en H & descendu de H en A, & dans le tems que le même poids seroit descendu du point B en A. C'est pour cette raison que Mr Cassini appelle cette droite A B *La ligne d'égalité.*

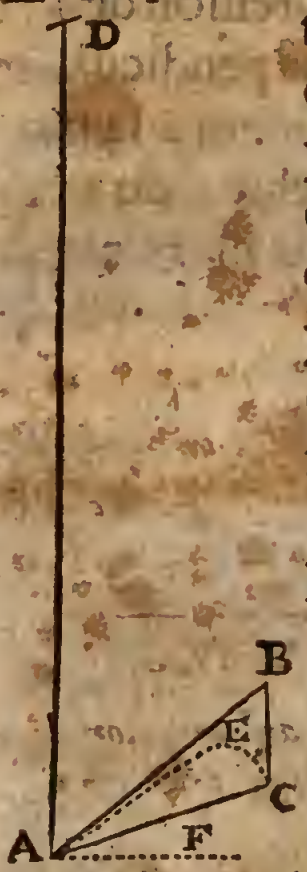
Il y auroit beaucoup de choses à considérer sur ce sujet, sur lequel je me contenterai de dire que cette ligne d'égalité A B est quadruple de la ligne du jet perpendiculaire A H, & partant double de la plus grande portée. CHA-

CHAPITRE III.

Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective sont trois proportionelles.

LIV. VIII CHAP. III. Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective sont trois proportionelles.

MAintenant pour faire voir ce que nous avons dit, qu'en toute projection la ligne d'égalité, celle de l'impulsion, & celle de la chûte respective sont continuellement proportionelles; supposons que dans le jet A E C fait suivant la direction A B, la droite A D soit la ligne d'égalité, A B celle de l'impulsion, B C celle de la chûte respective & A C celle de la distance; & disons



que puis que la droite A D est le chemin que le mobile feroit en montant par la seule impression du dehors & en descendant dans le même tems par la seule impression de la pésanteur; si nous la prenons pour la mesure du tems de l'un & de l'autre, il est constant

stant que la droite AB sera la mesure du tems que le même mobile employeroit à passer la même AB, porté du seul effort de la même impression du dehors. Et comme dans le tems AB il est descendu par l'impression de son poids de la hauteur perpendiculaire BC; cette hauteur BC sera à la hauteur DA en raison doublée du tems de la chûte BC, qui est mesuré par AB, au tems de la chûte AD c'est-à-dire comme le quarré de la ligne AB est au quarré AD: & partant les trois lignes BC, AB, AD sont continuellement proportionelles.

LIV. VIII CHAP. III. Lignes d'égalité, d'impulsion, & de chute respectives sont trois proportionelles.

CHAPITRE IV.

Sur une direction & sur une distance donnée, Trouver la ligne d'égalité.

CHAP. IV. Sur une direction & sur une distance donnée, Trouver la ligne d'égalité.

MAintenant pour savoir sur une direction & sur une distance donnée; quelle est la longueur de la ligne d'égalité, comme sur l'angle de la direction DAB & la ligne de la distance AC, c'est-à-dire sur l'étenduë de la portée d'une piéce ou d'un mortier, pointé

LIV. VIII CHAP. IV.

Sur une direction & une distance donnée, Trouver la ligne d'égalité.

l'angle F A B complement du donné D A B, sur le plan A C incliné de l'angle F A C. Il faut considérer que dans le triangle A B C, le côté A C & les deux angles A B C B A C, sont donnés ; car A B C est égal à D A B, & B A C est la somme ou la différence des deux angles F A B, F A C qui sont ceux de l'inclination de la piéce & du plan : & partant l'on peut connoître par les sinus les longueurs des lignes d'impulsion A B & de chûte respective B C ; & par leur moïen trouver une troisiéme proportionelle A D qui sera la ligne d'égalité que l'on recherche.

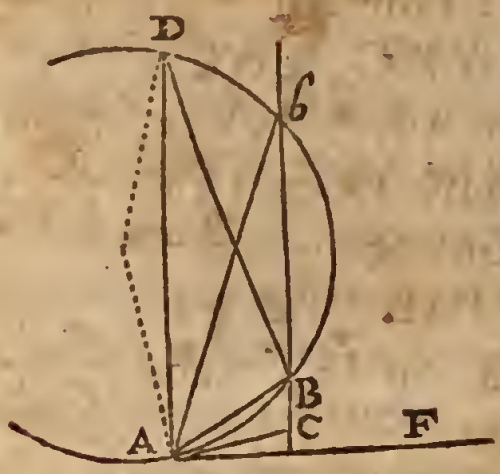
CHAPITRE V.

La ligne d'égalité & la distance étant données : trouver la direction.

CHAP. V.

MAis si connoissant la ligne d'égalité l'on veut savoir à quel angle il faut élever la direction de la piéce pour la faire chasser à une distance donnée sur quelque plan que ce soit, hori-

horizontal ou incliné ? Voici ce qu'il faut faire. Soit la ligne d'égalité A D perpendiculaire à l'horizon, & la distance A C sur le plan A C, faisant avec la verticale A D quelque angle que ce soit D AC. Au point C soit élevée CB *b* parallele à la verticale AD, & sur A D soit décrite la portion de cercle A B *b* D capable d'un angle égal à A C B, (laquelle touchera la perpendiculaire C B en un point si le problême n'a qu'une solution, ou le coupera en deux points comme en B *b* s'il en a deux, ou ne le rencontrera point du tout s'il est impossible,) & les lignes menées du point A à ceux de leur rencontre comme AB, A *b*, seront celles de la direction que l'on demande, ensorte que F A, , étant horizontale, les angles F A B,



LIV. VIII CHAP. V.

La ligne d'égalité & la distance étant données Trouver la direction.

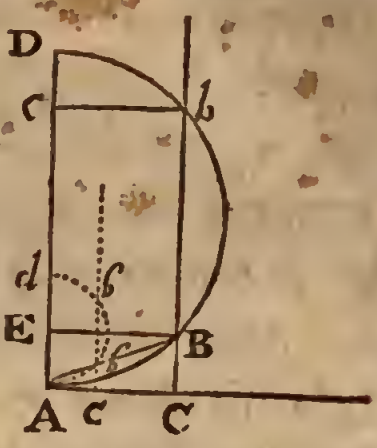
LIV. VIII CHAP. V.

La ligne d'égalité & la distance étant données Trouver la direction.

F A *b* ſont ceux de la poſition du mortier pour le faire porter au point C. Car les deux triangles ABC, BAD ayant les angles DAB, ABC égaux, à cauſe des paralleles A D, B C; auſſi bien que les angles ACB, ABD par la conſtruction du cercle: ils ſeront ſemblables; & B C *ligne de la chûte reſpective* ſera à AB *ligne d'impulſion* comme AB eſt à AD *ligne d'égalité*. Nous pourrons faire voir par le même raiſonnement que *b* C eſt à A *b* comme A *b* eſt à AD.

Si la ligne du plan AC eſt horizontale, la portion du cercle eſt un demi-cercle; ſi elle eſt élevée ſur l'horizon, elle eſt moindre; & plus grande que le demi-cercle ſi l'inclination eſt au-deſſous. Où il eſt à remarquer, au ſujet des projections qui ſe font ſur un plan horizontal, c'eſt-à-dire au niveau de la batterie, qu'ayant dit ci-devant que la ligne d'égalité eſt quadruple de celle du jet perpendiculaire laquelle détermine la force imprimée du mobile; ſi nous ſuppoſons, comme Galilée & Torricelli, que le dia-

diametre A *d* du demi-cercle A *b d*, ſoit égal au quart de la ligne d'égalité, c'eſt-à-dire du diametre AD du demi-cercle ABD, & la ligne A *c* égale au quart de la diſtance horizontale AC; la droite *c b* parallele à CB, ou AD, coupera la circonférence A *b d* aux points recherchez, *b*, *b* ſemblables aux points B b de la circonférence A B D, & les droites A *b* B, A *b* b prolongées, ſeront les mêmes que les lignes de la direction que l'on demande AB, A b. Ce qui fait conoître que la propoſition de ces auteurs ne fait qu'un cas de celle de Mr Caſſini. L'on voit de plus, ce que nous avons dit ci-devant, que la ligne d'égalité AD étant quadruple de A *d*, qui détermine la force imprimée du mobile & qui par conſéquent eſt égale à la moitié de la plus grande portée de la bombe avec la même force, eſt auſſi double de la même plus grande portée.



LIV. VIII CHAP. V.

La ligne d'égalité & la diſtance étant donnée, Trouver la direction.

CHA-

LIV. VIII CHAP. VI.

Démonstration de la construction & de l'usage de l'instrument Universel pour le jet des Bombes.

CHAPITRE VI.

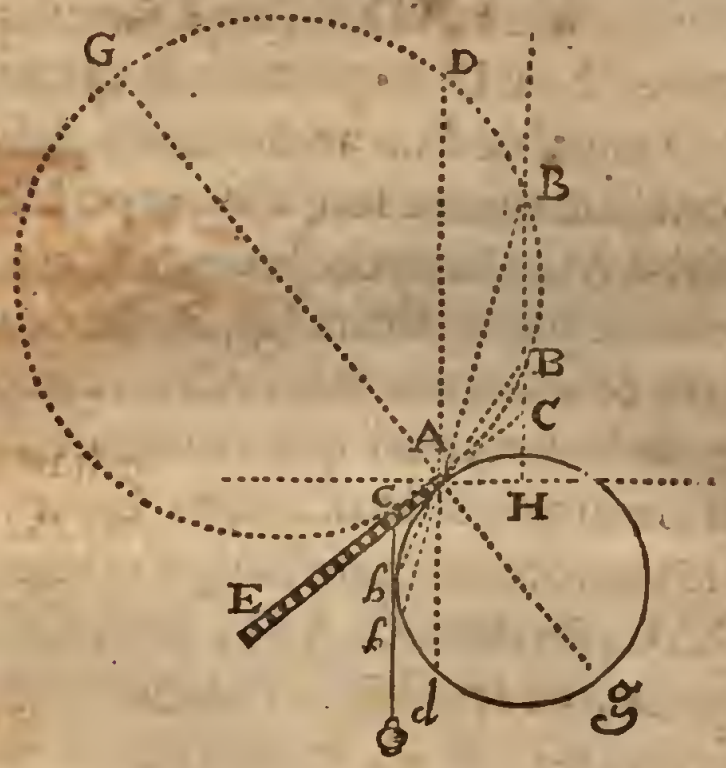
Démonstration de la construction & de l'usage de l'instrument Universel pour le jet des Bombes.

C'Est de cette doctrine que nous avons tiré la construction & l'usage de cét autre Instrument rapporté dans les deux premiers chapitres du sixiéme Livre de la seconde partie sous le nom d'Instrument Universel pour le jet des Bombes, & dont il faut ici parler plus au long & en donner la démonstration.

C'est un cercle A *b g* dont le diametre est A g, au bout duquel en A est attachée à angles droits une régle immobile A E égale au même diametre & divisée en un tres grand nombre de parties égales. Pour s'en servir il faut connoître la longueur de la ligne d'égalité & celle de la distance horizontale, & faire que comme cette ligne est à cette distance; ainsi le nombre des parties contenuës dans la régle A E soit à un autre, qui soit, par exemple, ce-

celui des parties compriſes entre A & *c*. Puis dreſſant la régle AE vers le but il faut laiſſer pendre un plomb du point *c* (dont le fil touchera la circonférence du cercle, ſi le problême n'a qu'une ſolution, ou le coupera en deux

LIV. VIII CHAP. VI. Démonſtration de la conſtruction & de l'uſage de l'inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes.



points comme *b*, *b*, s'il en a deux, ou ne le rencontrera point s'il eſt impoſſible;) les droites tirées du point A aux points de rencontre *b*, *b*, ſont celles de la direction de la piéce ou du mortier que l'on demande.

La

LIV. VIII CHAP. VI.

Démonstration de la construction & de l'usage de l'instrument Universel pour le jet des Bombes.

La démonstration en est aisée ; soit dans la figure expliquée ci-devant, la ligne d'égalité connuë A D perpendiculaire à l'horizon, la ligne de distance horizontale A H & le but C sur le plan incliné A C où l'on veut que le coup frappe ; la droite HC étant mené parallele à A D, si l'on décrit sur la verticale A D la portion de cercle A B D capable d'un angle égal à A C B dont le diametre soit A G perpendiculaire à A C, la circonférence sera rencontrée par la droite HCB aux points B,B, & les lignes AB, AB seront celles de la direction que l'on demande. Et comme les deux angles GAC, D AH sont droits, ôtant l'angle commun DAC, les deux G A D, H A C sont égaux, & les deux triangles rectangles ADG, HAC semblables & partant comme D A est à A H, ainsi A G est à A C.

Maintenant si l'on applique l'instrument de telle sorte que le bout A du diametreg A tombant sur le point A, la régle EA soit tournée vers le but C, c'est-

C, c'eſt-à-dire qu'elle convienne avec la ligne du plan incliné AC, le diametre *g* A continué tombera ſur le diametre GA ; & comme on a fait que EA ſoit A *c* comme DA eſt à AH ; il s'enſuit que EA ou ſon égale *g* A, eſt à A *c* comme A G eſt à AC, & le plomb *c b b* étant parallele à AD ou CBB, le cercle A *b g* ſera diviſé aux points, *b b* ; comme le cercle A B G l'eſt aux points BB ; & les droites *b* A, *b* A : continuées tomberont ſur les droites AB, AB ; c'eſt-à-dire qu'elles ſeront celles des directions que l'on demande.

LIV. VIII CHAP. VI. Démonſtration de la conſtruction & de l'uſage de l'inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes.

CHAPITRE VII.

Démonſtration de ce qui s'eſt ajoûté à l'inſtrument Univerſel pour en rendre l'uſage plus facile.

SI l'on vouloit ſe ſervir de cét inſtrument ſans être obligé de faire de régle de Trois pour trouver le point c, il faudroit ajoûter en A, comme nous avons fait au troiſiéme Chapitre du ſixiéme Livre de la ſeconde par-

LIV. VIII CHAP. VII.

LIV. VII. CHAP. VII.

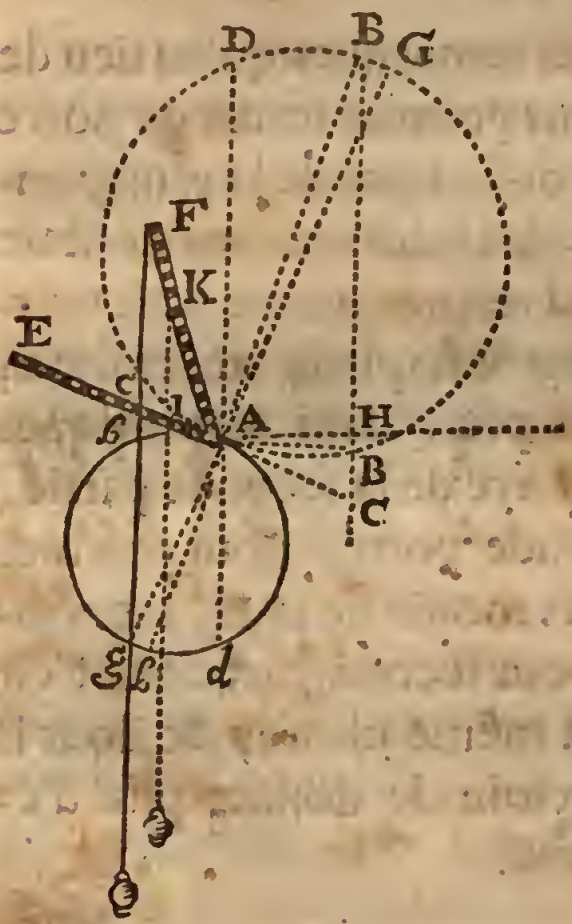
Démonstration de ce qui s'est ajoûté à l'instrument Universel pour en rendre l'usage plus facile.

partie, une autre régle mobile A F égale à A E ; & pour plus grande commodité, il seroit bon que l'une & l'autre fut divisée en autant ou plus de parties qu'il a de toises, ou de piés, ou d'autres mesures, dans la plus grande ligne d'égalité dont on peut ordinairement se servir, c'est-à-dire dans le double de la plus grande portée d'une piéce de Canon ou d'un mortier. Car si la ligne d'égalité proposée A D a autant de toises ou d'autres mesures qu'il y a de parties dans la régle A F, il ne faut que prendre autant de parties sur la régle A E qu'il y a de toises dans la distance horizontale A H comme de A en *c*, & l'instrument étant posé, en sorte que la régle E A regarde le but C, il faut tourner la régle A F de maniére que le plomb tombant de l'extrémité F passe par le point *c* & coupe le cercle en *b*. Mais si la ligne d'égalité proposée A D est moindre, il faut prendre sur la régle mobile un nombre de parties égal à celui des toises qu'elle contient comme de A en K, &

sur

sur la régle immobile A E autant de parties qu'il y a de toises dans la ligne de distance horizontale A H comme de A en i, & tourner la régle A F en sorte que le plomb tombant du point K passe par i : car laissant le tout en cette situation, le plomb tombant du point F passera par *c* & coupera le cercle en *b*: *b*: comme on le demande.

LIV. VIII CHAP. VII. Démonstration de ce qui s'est ajoûté à l'instrument Universel pour en rendre l'usage plus facile.



La démonstration est facile à comprendre ; car A K ayant autant de parties que la ligne d'égalité proposée A D a de toises, & A *i* autant de parties qu'il y a de toises dans la ligne de distance hori-

L'ART DE JETTER LES BOMBES,

Et de connoître l'étenduë des coups de volée d'un Canon en toutes sortes d'élévations.

QUATRIEME PARTIE.

Réſolution des difficultez qui ſe trouvent dans la doctrine du jet des Bombes.

IL faut maintenant parler des difficultez que l'on trouve dans la doctrine que nous avons expliquée en ces deux derniéres parties : afin qu'étant une fois bien entenduës, l'on puiſſe plus aiſément faire connoître que les changemens qu'elles aportent dans les effets ſont de ſi petite conſidération, qu'il n'y a point de lieu de s'y arrêter ni d'empêcher l'uſage de mes pratiques.

Réſolution des difficultez qui ſe trouvent dans la doctrine du jet des Bombes.

Tous les raiſonnemens dont on ſe

Réſolution des difficultez qui ſe trouveut dans la doctrine du jet des Bombes.

ſe ſert ſont de deux ſortes ; les uns ſemblent détruire les ſuppoſitions que nous avons faites pour démontrer que la nature de la ligne courbe décrite par le paſſage d'un mobile jetté, étoit telle que nous l'avons expliquée dans la troiſiéme partie ; & les autres trouvent tant de difficultez dans l'exécution, qu'ils font douter que l'on puiſſe attendre aucun effet aſſûré des régles que nous avons enſeignées dans la ſeconde partie pour la pratique.

Pour répondre avec ordre aux uns & aux autres, nous traiterons premiérement de ceux qui combattent la Théorie, remettant à examiner ceux qui ſont contre la Pratique, après que les premiers auront été réſolus.

LIVRE PREMIER.

Solution des Objections faites contre la Théorie.

LIV. I. CHAP. I. Explication de ce qui a été supposé dans la Théorie.

CHAPITRE PREMIER.

Explication de ce qui a été supposé dans la Théorie.

LOrs-que dans la troisiéme partie nous avons voulu faire voir que la ligne que le mobile pouſſé horizontalement, décrit par son passage est parabolique, à cause qu'il est porté de deux mouvemens qui le déterminent en différentes parts : nous avons supposé que le premier qui lui est imprimé par la force extérieure & qui se fait suivant la direction de la ligne droite horizontale, étoit égal & uniforme parcourant sur cette droite des espaces égaux en tems égaux ; & que l'autre qui lui vient de sa gravité naturelle, se faisant par des droites perpendiculaires & paralleles, étoit inégal,

LIV. I. CHAP. I.

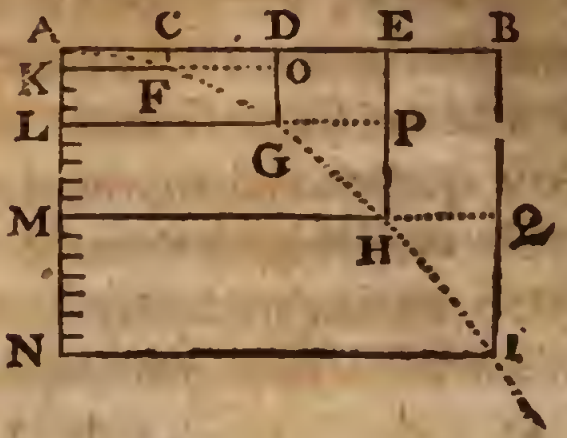
gal, mais uniformement acceleré, parcourant des espaces au long de ces paralleles qui sont entr'eux en raison sous doublée des tems qu'il employe à les parcourir.

Explication de ce qui a été supposé dans la Théorie.

Comme dans cette figure, qui est celle dont nous dans sommes servis dans la troisiéme partie : pour faire voir que le mobile pouſſé du point A suivant la direction horizontale A B, décrivoit dans sa projection la ligne parabolique AFGHI, nous avons premiérement supposé que la ligne A B êtoit droite, & que le mouvement imprimé par la force externe au mobile, le déterminoit de telle sorte au long de la droite A B, que dans tout le tems de son mouvement il parcouroit les espaces égaux comme A C, C D, DE &c. en tems égaux, pendant lesquels le même mobile porté par sa pésanteur parcouroit au long des droites perpendiculaires & paralleles comme CF, DG, les espaces CF, DG, de telle sorte que l'espace DG fait à CF, comme le quarré du tems A D est au quar-

quarré du tems AD; & que de la compoſition de ces deux mouvemens qui, changeant ſeulement la direction du mobile, ne s'aportent au reſte aucun empêchement l'un à l'autre, réſultoit la ligne de projection parabolique AFGHI.

LIV. I. CHAP. I. Explication de ce qui a été ſuppoſé dans la Théorie.



CHAPITRE II.

PREMIERE OBJECTION.

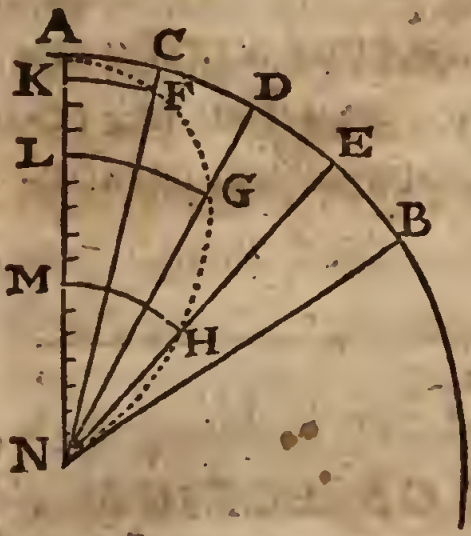
La ligne horizontale n'eſt point droite, & les perpendiculaires ne ſont point paralleles.

CHAP. II. *I. OBJECT.* La ligne horizontale n'eſt point droite & les perpendiculaires ne ſont point paralleles.

OR comme il eſt faux de dire que l'horizontale AB ſoit ligne droite & que les perpendiculaires CF, DG ſoient paralleles; car AB, étant ſuppoſée également diſtante du centre de la Terre, fait un arc

LIV. I. CHAP. II. *I. OBJECT.* La ligne horizontale n'eſt point droite & les perpendiculaires ne ſont point paralleles.

de cercle ; & C F, D G étant perpendiculaires, concourent néceſſairement au centre ;) il paroit de la fauſſeté de ces ſuppoſitions : & l'on peut voir que quand même il ſeroit véritable que le mouvement du dehors imprimé ſuivant la direction horizontale fut égal & uniforme, & que celui de la péſanteur ſuivant la direction perpendiculaire, ſuivit préciſément les loix du mouvement uniformement acceléré, la ligne de projection ne peut jamais être parabolique. Car ſuppoſant le centre de la terre au point N où concourent les perpendiculaires A N, C N, D N ; ſi nous concevons que le mobile partant du point A, ſoit porté par l'impreſſion extérieure d'un mouvement égal au long des arcs égaux A C, C D, D E, & par celle de ſa péſanteur d'un mouvement



vement uniformément accéléré au long des perpendiculaires A N, C N, D N : il eſt conſtant que ſi dans le tems qu'il arriveroit en C par le mouvement égal, il ſe trouvoit en F par l'accéléré : il ſe trouveroit en G par le même accéléré, lors-que par l'égal il devroit être en D, parce que l'eſpace D G ou A L eſt quadruple de C F ou A K, comme l'arc A D eſt double de AC : ainſi il ſeroit en H au troiſiéme tems AE, parce que E H ou A M contient neuf fois l'eſpace A K ou CF, comme l'arc AE contient trois fois l'arc AC. Maintenant, ayant pris une ligne comme AL moienne Géometrique entre AN & AK, ſi nous faiſons que comme A K eſt à A L, ainſi l'arc AC ſoit à un autre AB ; il eſt conſtant que le mobile ſe trouveroit au centre de la terre N, lors-que par le mouvement égal il auroit dû parcourir l'arc AB. Où il paroît que la courbe de la projection AFGHN eſt une eſpéce de Spirale fort éloignée de la parabolique, qui de ſoi ne porteroit

LIV. I. CHAP. II. *I. OBJECT.* I

La ligne horizontale n'eſt point droite & les perpendiculaires ne ſont point paralleles.

LIV. I. CHAP. II. *I. OBJECT.* La ligne horizontale n'eſt point droite & les perpendiculaires ne ſont point paralleles.

jamais le mobile au centre. Car reprenant la figure de l'hypothéſe, ſi l'on prend le point N, pour le centre de la terre, il paroit que par la nature de la ligne parabolique, le mobile n'y arriveroit jamais, & qu'au contraire il en ſeroit éloigné de toute la longueur de l'ordonnée NI, lors-qu'il ſeroit tombé par ſon propre poids de la longueur du demi-diametre AN ou BI; d'où en-ſuite il s'en éloigneroit davantage à l'infini. Ce qui eſt abſurde.

CHAPITRE III.

II. OBJECTION.

La force imprimée au mobile n'eſt point perpetuelle, égale & uniforme.

CHAP. III. La force imprimée au mobile n'eſt point perpetuelle, égale & uniforme.

IL n'eſt pas moins faux de dire que la force imprimée par la cauſe externe au mobile, ſoit perpetuelle égale & uniforme, enſorte que dans tout le tems de ſon mouvement elle lui faſſe parcourir des eſpaces égaux en tems égaux: car bien que cela pût-être en quelque façon véritable au cas que le mobile fut porté dans un milieu

lieu qui n'eût point de réſiſtance; celle de l'air, dans lequel nos boulets & nos bombes ſont portés par la violence que le feu du mortier ou du Canon leur imprime, ne peut aucunement ſouffrir cette uniformité de mouvement.

LIV. I. CHAP. III. *II. OBJECT.* La force imprimée au mobile n'eſt point perpetuelle, égale & uniforme.

Deplus ſi nous nous imaginons qu'un mobile ne peut point ſe mouvoir dans l'air, qu'il ne s'y faſſe faire place, en chaſſant à droite & à gauche les parties de l'air qu'il rencontre dans ſon paſſage: & que ces parties ayant de la péſanteur ne changent point de ſituation ſans être pouſſées par quelque force externe; nous n'aurons point de peine à comprendre que cette force ne leur peut être imprimée que par la violence du mouvement du mobile qui les rencontre. Et comme un corps qui ſe meut pert autant de ſa propre vîteſſe qu'il en communique à un autre qu'il fait mouvoir; il paroît que le mobile porté dans l'air ne ſauroit en détourner les parties pour ſe faire un paſſage; ſans leur communiquer quel-

LIV. I. CHAP. III. *II. OBJECT.* La force imprimée au mobile n'eſt point perpetuelle, égale & uniforme.

que choſe de la vîteſſe de ſon mouvement, laquelle par ce moïen diminuë à meſure qu'il ſe meut, c'eſt-à-dire à meſure qu'il rencontre plus de parties de l'air qui s'oppoſent à ſon paſſage.

C'eſt ce qui fait cette ſi grande inégalité de vîteſſe & de durée du mouvement des mobiles, ſuivant la diverſité des milieux dans leſquels ils ſont portés, & celle de leur matiére, de leur péſanteur, de leur figure & de l'impreſſion qu'ils ont reçûë. Entre ceux la même qui ſe meuvent dans un même milieu comme dans l'air, & qui ſont de même matiére & de même figure, les plus petits perdent bien plûtôt la force de leur mouvement que les plus grans, parce qu'ayant plus de ſurface à proportion de leur grandeur, ils rencontrent plus de parties de l'air qui leur réſiſtent.

Pour ne point ſortir de nôtre ſujet, l'on peut dire qu'un même mobile pouſſe avec plus de violence les parties de l'air qu'il rencontre lors-qu'il a

plus

plus de vîteſſe que lors-qu'il en a moins ; & vrai-ſemblablement cette impulſion a quelque choſe de proportioné à la vélocité de ſon mouvement: car le mobile ne ſe reſſent de la réſiſtance des parties du milieu qu'à proportion de la force qu'il employe à les pouſſer ; d'où il arrive que le déchet qu'il ſouffre dans la vîteſſe ſuit auſſi la meſure de la même vîteſſe, c'eſt-à-dire que plus elle eſt grande & plus elle ſouffre de diminution par la réſiſtance de l'air.

LIV. I. CHAP. III. *II. OBJECT.* La force imprimée au mobile n'eſt point perpetuelle, égale & uniforme.

Comme ſi nous entendons qu'un mobile porté ſuivant la direction horizontale A B, doive parcourir dans un milieu ſans réſiſtance par le mouvement imprimé du dehors les eſpaces égaux, AC, CD, DE, EB en tems égaux ; pendant leſquels il doive deſcendre par le mouvement accéléré de ſa péſanteur au long des perpendiculaires CF, DG, EH, BI, pour décrire par ſa projection la ligne parabolique A F G H I : il eſt conſtant que dans un milieu réſiſtant comme dans

LIV. I. CHAP. III. *II. OBJECT.* La force imprimée au mobile n'eſt pas perpetuelle égale & uniforme.

l'air, le mouvement imprimé ſuivant la direction de la ligne AB ne lui fera point paſſer des eſpaces égaux en tems égaux ; mais qu'au contraire ces eſpaces diminueront dautant plus qu'il ſera porté avec plus de vîteſſe. De maniére que ſi la réſiſtance de l'air eſt capable de diminuer le chemin A C de la longueur par exemple C *c*, enſorte que le mobile au premier tems meſuré par AC, au lieu de ſe trouver en

C ſur l'horizontale, n'arrive qu'à la diſtance A *c* ; ſa vîteſſe au point *c* en ſera d'autant diminuée, & elle ſera d'autant moindre que celle qu'il avoit en A que la ligne A *c* eſt moindre que AC ; d'où il arrive que s'il ſe mouvoit

du

du point *c* sans trouver de résistance, il parcouroit dans le second tems, mesuré par C D, l'espace *c o* égal à A *c*. Mais à cause de l'opposition des parties de l'air, il n'arrive qu'à celui de *c d*, si le premier déchet *c* C est au deuxiéme *d o*, comme la premiére vîtesse en A est à la seconde en *c*, ou comme A C est à A *c*. Ainsi prenant *d p* égale à *c d*, le mobile au troisiéme tems D E arriveroit sans résistance en *p*; mais dans l'air il ne vient qu'en *e*, ensorte que le déchet *e p* soit au déchet *d o* comme la vîtesse en *d* est à la vîtesse en *c*, ou comme *d e* est à *c d*. Enfin si l'on fait *e q* égale à *d e*, l'on peut voir que le mobile avec sa vîtesse en *e* parviendroit au quatriéme tems E B en *q* sans résistance, & que dans l'air il ne vient qu'au point *b*, laissant l'espace du déchet *b q* qui a même proportion au déchet *e p*, que la vîtesse en *e* est à la vîtesse en *d*, ou comme *b e* est à *d e*.

LIV. I. CHAP. III.

II. OBJECT. La force imprimée au mobile n'est point perpetuelle, égale & uniforme.

De sorte que si nous supposons que dans le premier tems A C le mobile soit arrivé par le mouvement de l'impul-

LIV. I. CHAP. III.

II. OBJECT. La force imprimée au mobile n'eſt pas perpetuelle égale & uniforme.

ſion externe ſuivant la ligne horizontale A B au point *c*, & par celui de ſa péſanteur à la longueur AK ou *cf* ſur la perpendiculaire ; qu'en deux tems AD, il ſoit en *d* ſur l'horizontale, & en L ou *g* ſur la perpendiculaire ; qu'en trois tems A E, il ſoit parvenu horizontalement en *e*, & en M ou *h* ſur la perpendiculaire ; & qu'enfin en quatre tems AB il ſoit arrivé en *b* ſur l'horizontale par le mouvement imprimé, & en N ou *i* par l'accéléré de ſa péſanteur : l'on peut voir que par la compoſition de ces deux mouvemens, il aura décrit par ſa projection la ligne courbe A *fghi*, qui eſt fort éloignée de la parabolique de l'hypothéſe AFGHI.

CHA-

CHAPITRE IV.

LIV. I. CHAP. IV.

III. OBJECTION.

III. OBJECT.

La réſiſtance de l'air altére les proportions du mouvement cauſé par la péſanteur.

La réſiſtance de l'air altere les proportion du mouvement cauſé par la péſanteur.

L'On peut raiſonnablement conjecturer que la même réſiſtance des parties de l'air, n'apporte pas moins de changement au mouvement de la péſanteur qui ſe fait ſur les perpendiculaires, dont il altére conſidérablement les proportions. Il ſeroit autrement mal-aiſé d'expliquer pluſieurs expériences que l'on a faites: comme de dire pour quelle raiſon une flêche tirée perpendiculairement met moins de tems à monter qu'à deſcendre, & fait en tombant ſur une matiére molaſſe moins d'impreſſion à ſa chûte de quelque hauteur que ce puiſſe être, que lors-qu'elle eſt tirée de près ſur la même matiére? D'où vient qu'une balle de piſtolet tirée ſur le pavé de haut en bas à plomb de la hauteur de plus de trente toiſes, ſe trouve moins écachée & moins froiſ-

LIV. I. CHAP. IV. *III. OBJECT.* La réſiſtance de l'air altére les proportions du mouvement cauſé par la péſanteur.

ſée, que lors-qu'elle eſt tirée ſur le même pavé de la hauteur ſeulement de huit ou dix piés; & diverſes autres de cette nature, dont on donne des raiſons aſſez probables par la réſiſtance de l'air.

Car ſi nous entendons que la flêche portée dans un milieu ſans réſiſtance avec la force qui lui a été imprimée par le décochement de l'arc, monte à une hauteur déterminée; nous pourrons dire que tombant en-ſuite dans le même milieu, elle acquerra par le mouvement accéléré de ſa péſanteur une force pareille à celle qui lui avoit été premiérement imprimée, c'eſt-à-dire capable de la faire remonter à la même hauteur; que les eſpaces qu'elle parcourra en montant ſeront réciproquement les mêmes que ceux qu'elle paſſera en tems égaux en deſcendant; & que le tems qu'elle mettra à deſcendre ſera préciſément égal à celui qu'elle a employé à monter.

Mais ſi la flêche portée dans l'air perd autant de ſa force imprimée qu'il

faut

faut qu'elle en communique aux parties de l'air qu'elle doit détourner pour passer, il est constant qu'en montant elle n'arrivera qu'à une hauteur qui sera moindre que la premiére; & que descendant en-suite de cette hauteur, le mouvement de sa pésanteur ne pourra par conséquent lui faire aquérir qu'une force qui sera moindre que celle de l'arc, quand même elle descendroit dans un milieu sans résistance. D'où vient que celle qu'il aquiert dans l'air à la fin de sa chûte doit être notablement plus petite & faire beaucoup moins d'impression sur une matiére molasse, que lors-qu'elle est tirée de près avec la même impression de l'arc.

LIV. I. CHAP. IV. *III. OBJECT.* La résistance de l'air altére les proportions du mouvement causé par la pésanteur.

Maintenant les forces & les vîtesses étant proportionelles, si la flêche dans l'air a moins de force en descendant qu'elle n'en avoit par l'impression de l'arc en montant; il paroît qu'elle descend avec moins de vîtesse: & comme elle passe des espaces égaux en l'un & en l'autre, elle doit néces-

LIV. I. CHAP. IV.

III. OBJECT.

La réſiſtance de l'air altére les proportions du mouvement cauſé par la péſanteur.

ſairement emploïer plus de tems à parcourir celui de la deſcente qu'elle n'en aura mis à paſſer celui de la montée qu'elle aura parcouru avec plus de vîteſſe.

C'eſt auſſi de cette maniére que l'on peut expliquer la différence qui ſe trouve entre deux coups de piſtolet, dont l'un eſt tiré en bas à plomb d'une grande hauteur comme de trente toiſes, & l'autre à la diſtance ſéulement de huit ou dix piés. Car s'ils paſſoient tous deux dans un milieu ſans réſiſtance, il y a apparence que la force qui a été également imprimée par le feu à l'un & à l'autre, dureroit toûjours ſans altération & paſſeroit des eſpaces égaux dans des tems égaux, & que de plus arrivant à cette force externe un nouvel accroiſſement de vîteſſe imprimée par la péſanteur à chaque moment de la chûte; il eſt conſtant que la force & la vîteſſe d'une balle de piſtolet tirée d'une grande hauteur ſeroit beaucoup plus grande que celle de la balle tirée de près: car

l'une

l'une & l'autre ayant toûjours la même impreſſion du feu, la premiére auroit encore au par deſſus de la ſeconde, la force & la vîteſſe qu'elle auroit aquiſe dans tout le tems qu'elle auroit mis à paſſer un plus grand eſpace en tombant.

LIV. I. CHAP. IV. *III. OBIECT.* La réſiſtance de l'air altére les proportions du mouvement cauſé par la péſanteur.

Ce qui n'arrive pas dans l'air dont les parties, devant être chaſſées pour donner paſſage à la balle, dérobent à chaque moment une portion ſi conſidérable de ſa vîteſſe, tant de celle qui lui eſt imprimée par le feu que de celle qui lui vient de ſa péſanteur, que le compoſé de l'une & de l'autre ſe trouve à la fin moindre que celle qu'il avoit reçû du feu dans le commencement de ſa chûte, c'eſt-à-dire que celle de la balle tirée d'une petite diſtance.

C'eſt ce qui fait préſumer que cette balle de piſtolet tombant dans l'air de quelque hauteur que ce puiſſe être, ne pourroit jamais parvenir, par la ſeule impreſſion de ſa péſanteur, à un dégré de vîteſſe & de force pareil à celui

LIV. I. CHAP. IV.

III. OBIECT.

La réſiſtance de l'air altére les proportions du mouvement cauſé par la péſanteur.

lui que le feu du piſtolet lui imprime; y ayant peu d'apparence que la réſiſtance de l'air lui permette jamais d'acquérir d'elle-même une force, qui lui étant une fois imprimée d'ailleurs, lui eſt ſi facilement & en ſi peu de tems ôtée par la même réſiſtance.

Au contraire on peut dire vrai-ſemblablement que chaque corps ſelon ſon poids, ſa matiére, & ſa figure, a dans chaque milieu un certain dégré de vîteſſe déterminé à laquelle il peut arriver en tombant; après quoi ſe trouvant pour ainſi dire, en équilibre avec la réſiſtance du milieu, il ceſſe de recevoir accroiſſement de vîteſſe, & ſon mouvement devient peut-être alors égal & uniforme; au moins tant qu'il trouve de l'uniformité dans les parties du milieu: qui par leur conſtipation peuvent à la fin devenir aſſez fortes pour, non ſeulement diminuer, mais même pour faire entiérement ceſſer le mouvement du corps tombant.

Et c'eſt en ce ſens que l'on peut en quelque maniére appeller ſurnaturelle, la vîteſſe qu'une force externe im-

prime au corps, lors-qu'elle eſt plus grande que celle qu'il peut naturellement aquérir en tombant; c'eſt-à-dire lors-qu'elle ſurpaſſe ce dég. déterminé, au délà duquel l'action de ſa péſanteur ne lui donne plus d'acroiſſement de vîteſſe. Ainſi cette force & cette vélocité que le feu du piſtolet confere à la balle, lui eſt en quelque façon ſurnaturelle, puis-quelle eſt plus grande que celle que la réſiſtance de l'air lui peut permettre d'aquérir dans ſa chûte à quelque hauteur que ce ſoit.

LIV. I. CHAP. IV. *III. OBIECT.* La réſiſtance de l'air altére les proportions du mouvement cauſé par la péſanteur.

CHAPITRE V.

IV. OBIECTION.

Deux mouvemens différens n'entrent point en compoſition l'un avec l'autre ſans alteration.

CHAP. V. Deux mouvemens différens n'entrent point en compoſition l'un avec l'autre ſans altération.

OUtre ces difficultez qui détruiſent les hypothéſes ſur leſquelles la doctrine de la projection eſt fondée, l'on peut encore ajoûter qu'il eſt mal-aiſé de comprendre que deux mouvemens ſi différens comme ſont l'égal & uniforme, & celui qui eſt uniformement accéléré, puiſſent cn-

LIV. I. CHAP. V.

IV. OBJECT.

Deux mouvemens différens n'entrent point en composition l'un avec l'autre sans altération.

entrer en composition l'un avec l'autre sans donner ni recevoir aucune altération ; c'est-à-dire que chacun d'eux agisse, dans la composition, en la même maniére qu'ils agiroient s'ils étoient séparez, & que l'égal conserve son égalité dans sa direction & l'accéleré ses dégrez d'accélération proportionée selon la ligne perpendiculaire.

Ce qui est même assez contraire à l'expérience : car dans cette hypothése un corps pésant feroit toûjours autant de chemin en tombant par le mouvement accéléré sur les perpendiculaires, soit qu'il fut emporté d'un mouvement imprimé du dehors avec quelque dégré de vîtesse que ce puisse être, soit qu'il ne se ressentit d'aucune autre impression que de celle de sa pésanteur ; & partant un mobile mettroit justement à arriver à terre d'une certaine hauteur en tombant seulement de son propre poids, qu'il en mettroit étant emporté d'une impression horizontale par laquelle il

pût

pût faire un tres grand chemin. C'eſt-à-dire que comme un boulet de Canon ne met, par exemple, que la moitié d'une ſeconde de tems à tomber de ſon propre poids de la hauteur de trois piés; il devroit arriver à terre dans le même tems partant d'une piéce élevée de trois piés & pointée horizontalement, qui ſeroit capable de le chaſſer à longueur de huit cens toiſes: ce qui eſt abſurde. Car toutes les expériences font connoître que ces portées horizontales tirées d'une certaine hauteur, emploïent toûjours plus de tems avant que d'arriver à terre, qu'il n'en faudroit au boulet pour tomber cependant d'une hauteur quatre fois, & même en certain cas dix fois plus grande.

LIV. I. CHAP. V. *IV. OBJECT.* Deux mouvemens différens n'entrent point en compoſition l'un avec l'autre ſans altération.

Ceci ſe reconnoit encore dans les jets d'eau, & le Pere Merſene dit à ce ſujet dans ſes hydrauliques, que le Dragon de Ruel, (qui eſt un jet qui ſe tourne de toutes parts,) élevé de quatre piés ſur l'horizon, jettoit l'eau ſuivant la direction horizontale

à

LIV. I. CHAP. V. *IV.* OBJECT.

à trente piés de distance en deux secondes de tems; pendant lequel l'eau seroit descenduë par le seul mouvement de sa pésanteur; de la hauteur perpendiculaire de plus de quarante huit piés. Car comme les espaces parcourus du mouvement accéléré sont entr'eux comme les quarrez des tems, s'il est vrai, comme on le voit par l'expérience, qu'un mobile tombe de la hauteur de trois piés perpendiculaires en une demi seconde de tems: en deux secondes c'est-à-dire en un tems quadruple du premier, il doit tomber d'une hauteur seize fois plus grande c'est-à-dire de celle de quarante huit piés.

Deux mouvemens différens n'entrent point en composition l'un avec l'autre sans altération.

Les arquebuses rayées tirées de but en blanc portent juste à la longueur de cent toises dans le tems d'une seconde, dont la balle devroit néanmoins tomber à terre à la moitié du chemin, si l'effet de sa pésanteur n'étoit pas suspendu par la force de l'impulsion de la poudre.

CHA-

LIV. I. CHAP. VI. *V. OBIECT.*

CHAPITRE VI.

V. OBIECTION.

Les espaces parcourus par le mobile tombant ne sont peut-être pas dans la proportion des quarrés des tems de la chûte.

Les espaces parcourus par le mobile tombant ne sont peut-être pas dans la proportion des quarrés des tems de la chûte.

LA figure parabolique que l'on donne à la ligne de la projection se trouveroit fort altérée, & toutes les conséquences que l'on en tire; si les espaces qu'un mobile parcourt par le mouvement accéléré de sa pésanteur, étoient entr'eux comme les sinus verses, ou s'ils suivoient quelque autre proportion différente de celle des quarrez de tems, comme il est supposé pour produire la ligne parabolique. Et comme il n'a pas jusqu'ici paru de démonstration de cette hypothése, il y a lieu d'en douter; d'autant plus que ces différentes opinions ont été avancées & sont encore soûtenuës par des hommes de grande réputation.

CHA-

LIV. I. CHAP. VII. *VI. OBIECT.*

CHAPITRE VII.

VI. OBIECTION.

Cette Théorie eſt ſouvent contraire à l'expérience.

Cette Théorie eſt ſouvent contraire à l'expérience.

ENfin ce qui peut le plus embaraſſer dans ce ſyſtéme, c'eſt qu'en pluſieurs cas il eſt fort contraire à l'expérience. Car ſans s'arrêter à celles qui peuvent avoir donné lieu aux régles d'Ufano, de Galée, & des autres dont il a été parlé dans la premiére partie; il eſt certain qu'un mouſquet qui chaſſera par exemple à la longueur de trois cens ſoixante toiſes à toute volée, portera cent toiſes de but en blanc, c'eſt-à-dire du quart de ſa plus grande portée: au lieu que ſuivant les tables de cette hypothéſe il ne devroit point chaſſer du tout étant tiré horizontalement; & qu'à l'élévation d'un dégré il ne devroit porter guéres plus loin qu'à la trentiéme partie de la même portée, & à la quinziéme élevé de deux dégrez; & qu'enfin pour le faire chaſſer à celle de cent toiſes, lors-qu'à 45 dégrez il porte à trois

cens

cens ſoixante to., il faudroit le tirer ſous la direction de huit dégrez. De ſorte qu'un ſoldat qui croiroit tirer ſon mouſquet à la hauteur de ſon œil, le tiendroit êlevé au pardeſſus à la hauteur de huit dégrez ſans le connoître. Ce qui eſt abſurde. LIV. VII. CHAP. VII. *VI. OBIECT.* Cette Théorie eſt ſouvent contraire à l'expérience.

LI-

LIV. II. Réponces aux objections propoſées contre la Théorie.

LIVRE DEUXIEME

Réponces aux objections propoſées contre la Théorie.

VOilà la plus grande & la plus importante partie des raiſons que l'on apporte contre les ſuppoſitions ſur qui nous avons fondé la doctrine des projections que nous avons expliquée ; auxquelles nous allons répondre à peu près dans le même ordre qu'elles ont été propoſées.

CHAPITRE PREMIER.

Réponce à la premiére Objection.

CHAP. I. Réponce à la premiére objection.

L'On ne peut rien nier dans la premiére ; étant tres-véritable (à le prendre à la rigueur,) que les lignes horizontales, c'eſt-à-dire également diſtantes du centre de la terre en toutes leurs parties, ſont des arcs de cercle & ne peuvent jamais être lignes droites ; & que les perpendiculaires, c'eſt-

c'eſt-à-dire celles qui tendent au même centre, ne ſauroient jamais être paralleles. Et qu'ainſi la ligne de projection d'un corps péſant, ſuppoſé même que le mouvement imprimé fut égal & uniforme & celui de la péſanteur uniformement accéléré, ne peut être ligne parabolique, mais bien une eſpéce de ſpirale. LIV. II. CHAP. I. Réponce à la premiere objection.

Il n'y a rien, dis-je, de plus certain que ce raiſonnement pris dans la ſévérité des démonſtrations Géometriques; mais ſi l'on conſidére la diſtance qu'il y a entre le centre de la terre & le lieu où nous faiſons nos projections, & le peu d'étenduë de ces mêmes portées en comparaiſon de ſa ſurface: l'on ne pourra pas trouver mauvais que nous faſſions les mêmes hypothéſes qu'Archimede a faites ſur un ſujet de pareille nature, lors-que dans ſon livre *des Equiponderans* & dans celui *de la Quadrature de la parabole*, il a ſuppoſé que le joug de la balance poſée horizontalement fut une ligne droite, & que les cordes, auxquelles

LIV. II. CHAP. I. Réponce à la premiére objection.

les poids pendans aux bouts de la balance ſont attachez, fuſſent paralleles entr'elles; quoi qu'en effet le joug horizontal ſoit portion de cercle & les cordes perpendiculaires, ſoient lignes qui ſe rencontrent au centre de terre.

Cependant comme les conſéquences qu'Archimede à tirées de ſes ſuppoſitions, qui ſont d'une vérité inconteſtable dans la Théorie, raportées à la Pratique des plus grandes meſures qui ſoient parmi nous; reçoivent ſi peu d'altération, (pour ne pas dire point du tout, au moins qui ſoit ſenſible:) perſonne n'a fait difficulté de les admettre; & c'eſt ſur ce fondement que nous avons la plûpart de nos plus belles conoiſſances de Mécanique.

A ſon exemple nous pouvons bien ſuppoſer la même choſe. Et comme on ne peut nier que les projections qui ſeroient faites horizontalement dans une diſtance *infiniment* éloignée du centre de la terre, (dans laquelle

la

la ligne de direction horizontale du mouvement imprimé du dehors seroit une ligne droite, & les perpendiculaires du mouvement de la pésanteur du mobile seroient des lignes paralleles,) ne soient lignes paraboliques: l'on ne peut aussi raisonablement disputer que les projections qui se font parmi nous, mêmes les plus grandes & des plus grandes hauteurs, ne soient de la même nature; s'il n'y a point de différence, ou si celle qui s'y rencontre est telle qu'il soit impossible de s'en appercevoir.

LIV. II. CHAP. I. Réponce à la premiére objection.

Or il est vrai que posant qu'il fut possible qu'une piéce d'Artillerie, pointée horizontalement sur une montagne de cent toises de haut au dessus du niveau d'une Campagne, chassât à la longueur d'une de nos lieuës ordinaires de 2500 toises, qui est la plus grande distance que l'on puisse s'imaginer pour la portée d'une piéce pointée horizontalement: les perpendiculaires tirées des extrémitez de cette longueur, ne se raprochent

LIV. II. CHAP. I.

Réponce à la premiére objection.

chent pas de la grandeur de six pouces dans toute cette étenduë d'une lieuë & dans la hauteur de cent toises.

Ainsi je laisse à juger si trouvant par le calcul des tables faites sur la nature de la ligne parabolique, qu'une portée dût être de 2500 toises; il arrivoit que cette portée par l'expérience n'arrivât qu'à la longueur de 2499 toises 5 piés & 6 pouces & demi; l'on en devroit plûtôt imputer la faute à l'inclination des perpendiculaires qu'à toute autre raison: vû même qu'il est moralement impossible de s'assûrer jusqu'à ce point de l'exactitude de la mesure actuelle dans une si grande étenduë

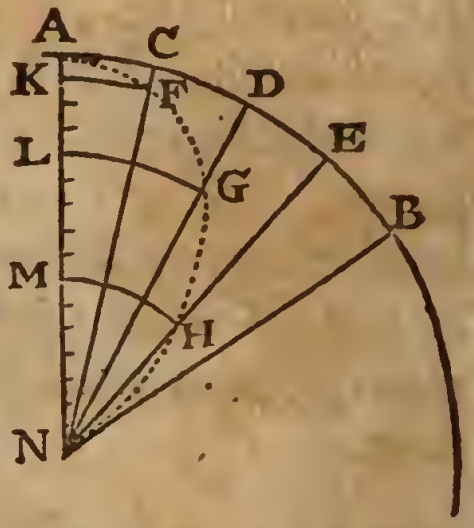
Ce que je dis de six pouces dans cette supposition qui ne vient peut-être jamais en pratique, ne monte pas à six lignes aux projections de cent toises de longueur sur vint toises de hauteur, & vient absolument à rien dans nos portées ordinaires.

C'est-à-dire que bien que la ligne de la projection d'un mobile soit véritable-

tablement une helice ou ſpirale du ſecond genre dans toute ſon étenduë, à le prendre depuis le point du départ juſqu'à celui du centre de la terre, (au cas que le chemin lui fut ouvert;) il eſt auſſi tres vrai que la portion de cette helice, qui eſt coupée dans ſon commencement par la ſurface de la terre que nous habitons, eſt tellement ſemblable à la ligne parabolique, que l'on peut hardiment prendre l'une pour l'autre, ſans craindre de faire erreur qui puiſſe jamais devenir ſenſible dans nos pratiques.

LIV. II. CHAP. I. Réponce à la premiére objection.

Comme dans la figure qui a été raportée ci-devant. Quoi que toute la ligne AFGHN de la projection d'un mobile depuis le point du départ A êlevé, par exemple, de la hauteur A K ſur l'horizon K F, juſqu'au centre de la terre, N, ſoit



LI. V. II. CHAP. I.

Réponce à la seconde objection.

une helice ou spirale ; sa portion néanmoins A F coupée dans son commencement par la surface de la terre KF, sur laquelle la projection est terminée, est tellement semblable à la ligne parabolique que, même supposé que la hauteur A K fut de cent toises, & l'horizontale AC d'une lieuë ou de 2500 toises ; la portée KF qui, dans l'hypothése que A F soit parabolique, est aussi de 2500 to., n'en est pas éloignée de six pouces dans l'helice, dans laquelle elle est de 2499 to. 5 piés 6 $\frac{1}{2}$ pouces. La même KF ne sera point différente de l'horizontale AC de six lignes, si AC est supposée de cent toises & A K de vint to. ; car KF sera de 999 to. 5 piés 11 pouces 6 $\frac{5}{5}$ lignes. Ce qui s'évanoüit entiérement aux projections ordinaires dont les portées ne sont pas si grandes, non plus que les hauteurs au-dessus du niveau.

CHA-

LIV. II. CHAP. II. Réponce à la seconde objection.

CHAPITRE II.

Réponce à la seconde objection.

IL ne seroit pas plus raisonnable de contester la seconde des raisons, que l'on apporte contre notre hypothése ; pour expliquer les altérations que la résistance de l'air peut apporter au chemin que doit faire un mobile poussé d'une force externe, dont nous avons supposé les espaces égaux qui sont parcourus dans des tems égaux. Car il est vrai qu'un mobile ne sauroit détourner les parties de l'air qu'il rencontre dans son passage, sans leur imprimer du mouvement & sans diminuer par conséquent la vîtesse de celui qui lui a été imprimé du dehors.

Il est donc tres véritable que, (raisonant à toute rigueur,) les espaces qu'ils parcourent dans des tems égaux, avec une vîtesse qui diminuë continuellement, ne peuvent point être égaux : & que, supposé même que le mouvement de la pésanteur qui se fait par les perpendiculaires,

LIV. II. CHAP. II.

Réponce à la seconde objection.

suivit toûjours les loix du mouvement uniformement accéléré ; la ligne néanmoins de la projection, qui nait de la composition de ces deux mouvemens, ne sauroit être ligne parabolique. Reste donc à considérer de combien les projections qui se font parmi nous, où la résistance de l'air s'oppose au passage du mobile & en altére le mouvement, sont différentes de celles qui se feroient avec la même direction & les mêmes dégrez de vîtesse dans un milieu sans résistance.

Il est difficile, (pour ne pas dire impossible,) de parler avec science & certitude de tous les effets de la résistance en général, à cause de son irrégularité presqu'infinie ; agissant en mille maniéres différentes sur les mobiles, non seulement suivant les différences de leur pésanteur, de leur matiére, de leur figure, de leur direction, de la vîtesse & de la durée de leur mouvement, & des espaces qu'ils parcourent, ainsi que nous avons dit cidevant ; mais même suivant la différence

rence des parties du milieu qui la cauſent, leur rareté ou denſité, leur dureté ou molleſſe, leur ténacité, leur poids, leur configuration, leur reſſort, leur ſituation, leur repos ou leur agitation, & la facilité ou la difficulté qu'elles ont à recevoir l'impreſſion des cauſes externes & à la conſerver long-tems ou la perdre auſſi-tôt qu'elles l'ont reçûë.

LIV. II. CHAP. II. Réponce à la ſeconde objection.

Toutes ces différences, qui ſont cauſe, comme j'ai dit, que l'on ne peut pas faire une ſcience complete ſur ce ſujet, n'empêchent pas néanmoins que l'on ne ſache que les corps péſans, de figure ronde, & dont la vîteſſe n'eſt pas exceſſive, ſont ceux qui ſe reſſentent le moins de cette réſiſtance, lors-qu'ils ſont portés dans un milieu rare comme eſt celui dans lequel nous faiſons nos projections ordinaires, c'eſt-à-dire dans l'air. Et qu'ainſi ces projections & particuliérement celles des Bombes, à qui le feu du mortier n'imprime point de vîteſſe déméſurée, qui ſont rondes, d'un aſſez grand poids & qui

LIV. II. CHAP. II. Réponce à la seconde objection.

ne sont pas portées dans des distances excessives, sont du nombre de celles qui se trouvent le moins altérées, & si on les examine de près, on trouvera que la ligne qu'elles tracent dans l'air par leur passage est tellement semblable à la parabolique, que l'on peut dire hardiment que l'altération qu'elles reçoivent de la résistance du milieu est absolument insensible.

Car, (à le bien prendre,) la petitesse & le peu de durée des mouvemens que nous pouvons imprimer par artifice aux mobiles & que nous pratiquons ordinairement parmi nous, sont que l'on ne se peut presque point appercevoir qu'ils sont retardez ou arrêtés par les empêchemens du dehors; entre lesquels celui de la résistance du milieu dans lequel se fait le mouvement est le plus considérable.

La force & l'énergie de la résistance de l'air se fait principalement connoître sur les mobiles en deux rencontres; l'une en ce qu'elle altére plûtôt & plus considérablement le mou-

ve-

vement de ceux qui ont peu de poids, que de ceux qui sont plus pésans. L'autre est à l'égard des mobiles semblables, égaux & de même pésanteur, mais qui sont portez avec des vîtesses différentes, sur qui la résistance de l'air fait d'autant plus d'impression que leur mouvement se fait avec plus de vélocité. Voici néanmoins deux observations de Galilée, qui font voir que même dans ces deux cas, ce que la résistance de l'air peut changer aux mouvemens que nous pouvons imprimer par nos artifices aux mobiles qui se meuvent dans les distances & avec les vîtesses qui sont ordinaires parmi nous, est tres-peu de chose.

LIV. II. CHAP. II. Réponce à la seconde objection.

La premiére est de deux corps de même figure & de même grandeur, mais de différentes pésanteurs comme sont deux balles de même grosseur dont l'une soit de bois & l'autre de fer où de plomb, qui sera par conséquent, dix ou douze fois plus pésante que l'autre; lesquelles il faut laisser tomber en même tems d'une même hau-

LIV. II. CHAP. II.

teur, comme de celle de cinquante toises, qui est un espace assez grand pour donner lieu à la résistance de l'air de faire remarquer la différence de son action sur des pésanteurs tellement éloignées l'une de l'autre. Car s'il est vrai qu'elle agisse peu sur le plomb, & beaucoup sur le bois, le plomb doit en tombant laisser le bois beaucoup en arriére, & être à terre un tems considérable avant l'autre. Ce qui n'arrive pourtant point, car lors-que le plomb touche à terre, le bois n'en est pas éloigné de la hâuteur de dix ou douze pouces, c'est-à-dire de plus de la trois centiéme partie de toute la hauteur de la chûte, bien loin d'en être éloigné de la dixiéme, comme il arriveroit si les vîtesses & les espaces êtoient, comme dit Aristote, proportionez aux pésanteurs des mobiles qui tombent.

Réponce à la seconde objection.

Cependant la vîtesse que ces deux mobiles aquierent par le mouvement uniformement accéléré tombant de la hauteur de cinquante toises, & qui est

est à peu près la même en l'un & en l'autre, est assez grande pour faire parcourir à chacun d'eux un espace de cent toises d'un mouvement égal & uniforme dans un tems égal à celui de leur chûte, c'est-à-dire dans le tems d'environ cinq secondes. Elle est même assez grande pour être comparée à celle des mouvemens que nous pouvons imprimer par artifice aux mobiles, puis-que celle-là même que le feu donne à la balle d'une arquebuse qui lui fait parcourir près des mêmes cent toises en une seconde, n'est pas cinq fois plus grande que celle-ci. Ce qui fait voir que puis-que, dans une si grande vîtesse, dans un si grande espace & dans une si grande différence de pésanteur, il y a si peu de différence d'étenduë de portée dans un même tems ; l'on ne doit pas présumer que la résistance de l'air apporte de grans changemens dans les mouvemens de nos projections ordinaires.

LIV. II. CHAP. II. Réponce à la seconde objection.

L'autre est pour faire voir que l'empêchement qu'un mobile reçoit de

LIV. II. CHAP. II.

Réponce à la seconde objection.

la réſiſtance de l'air, lors-qu'il ſe meut avec beaucoup de vîteſſe, n'eſt guéres plus grand que celui qu'il reſſent quand il eſt mû plus lentement. Suſpendez, dit-il, deux balles de plomb égales & de même figure à deux filets de même longueur comme de ſix ou ſept piés, dont les bouts ſoient attachez au plancher; puis éloignez en même tems les deux balles de leur état perpendiculaire où elles ſe trouvent quand elles ſont en repos, mais en maniére que l'une s'en éloigne de 80 dégrez ou même plus, & l'autre ſeulement de 4 ou 5 dégrez: enſorte que les laiſſant dans la liberté de leur mouvement, la premiére décrive de tres-grans arcs comme de 160: de 150: de 140: dégrez & ainſi de ſuite en diminuant peu à peu; l'autre au contraire ne paſſe que de petits arcs comme de 8: de 6: de 4: dégrez en les diminuant auſſi petit à petit.

Vous remarquerez, dit-il, premiérement que la vîteſſe de l'un eſt ſeize ou dixhuit fois plus grande que cel-

celle de l'autre ; & que si la résistance de l'air retardoit beaucoup plus le mobile lors-que sa vîtesse est grande que lors-qu'il se meut plus lentement, elle devroit se faire ressentir davantage sur la balle qui passe de si grans arcs, & rendre par conséquent ses vibrations (c'est-à-dire ses allées & ses retours) plus rares & moins fréquentes que ne sont les vibrations de la balle qui passe des petits arcs. Ce qui pourtant, n'arrive point : car l'expérience nous fait connoître que ces vibrations des balles pendantes à des filets de même longueur se font si justement dans les mêmes tems, soit que l'une passe des arcs cent fois, pour ainsi dire, plus grans que l'autre, que si deux personnes se donnent le soin de les conter chacune à part, elles se trouveront toûjours ensemble dans les mêmes nombres, sans trouver aucune différence non seulement après les avoir contées par centaines, mais même dans celles qui sont répétées mille & mille fois.

LIV. II. CHAP. II. Réponce à la seconde objection.

Ce

LIV. II. CHAP. II. Réponce à la seconde objection.

Ce n'est pas que l'on n'y puisse à la fin trouver du changement : car nous savons par l'expérience des horloges à pendules, que leurs vibrations sont un peu plus fréquentes & quelles vont tant soit peu plus vîte lors-que le ressort est à sa fin & qu'il ne peut donner que tres-peu de mouvement à la pendule, que lors qu'étant dans sa force il lui fait décrire des grans arcs ; mais cela ne se connoît qu'avec beaucoup de tems. Et l'on peut de ces expériences tirer une conséquence assûrée, que l'effet de la résistance de l'air sur les mouvemens que nous pratiquons ordinairement parmi nous, est peu de chose.

J'ajoûterai à ces raisonnemens que posé même qu'il fut vrai, que l'air pût apporter une altération considérable au mouvement des projections, & qu'il y eut beaucoup de différence entre l'étenduë d'un jet fait dans un milieu sans résistance & celle d'un autre jet fait dans l'air avec la même impression de vîtesse: l'on ne pourroit

pas

pas pour cela tirer aucune conſéquence contraire aux pratiques que nous avons enſeignées dans la ſeconde partie de ce diſcours. Ce que l'on feroit avec juſtice ſi la réſiſtance de l'air n'agiſſoit pas uniformement & de la même maniére ſur tous les mobiles égaux, ſemblables & de même poids, & pouſſez d'une même vîteſſe ſous quelqu'angle de direction que ce puiſſe être: ou ſi dans les régles que nous avons propoſées, nous avions comparé les portées qui ſe font dans l'air avec celles qui ſe feroient dans un milieu ſans réſiſtance.

LIV. II. CHAP. II. Réponce à la ſeconde objection.

Mais il n'y a rien de ſemblable dans nos ſuppoſitions; & toutes nos régles & les Tables mêmes qui ſont conſtruites pour cét effet, ne conſidérent que les étenduës des projections des mobiles qui ſe font dans un même milieu c'eſt-à-dire dans l'air, avec la même impreſſion de force; ſans relation à ce qui leur arriveroit dans quelque autre milieu que ce puiſſe être. Car nous avons toûjours ſuppoſé que l'on

LIV. II. CHAP. II.

Réponce à la seconde objection.

l'on fit une épreuve de la piéce ou du mortier dont on veut se servir sous la direction d'un angle connû, & que l'on mesurât l'étenduë de la portée avec toute la justesse & la précision possible, ensorte que l'on pût s'appuyer assûrément sur la certitude de cette expérience ; appellant cette portée *premiére & fondamentale*; à laquelle il faut rapporter tous les autres jets que l'on auroit à faire avec la même piéce ou mortier, chargé de la même maniére, & sous la direction de tout autre angle proposé.

Ainsi l'on peut dire avec beaucoup d'apparence que ces mobiles se ressentant également de la résistance du milieu, conservent entr'eux de fort près la même proportion pour la figure, la durée & l'étenduë de la ligne qu'ils décrivent dans leur passage, qu'ils auroient s'ils ne trouvoient aucun obstacle dans leur chemin. Ce qui est si conforme à l'expérience que dans les jets d'eau même qui par le peu de pésanteur & par la fluidité de la matiére,

se

LIV. II. CHAP. II. Réponce à la seconde objection.

se ressentent beaucoup de l'effort de la résistance de l'air, l'on remarque que l'étenduë de ceux qui se font sous l'angle de 45 dégrez, est double de la hauteur des perpendiculaires, ou s'approche de si près de ces mesures que dans les jets de six piés de haut la différence ne sera pas de quatre lignes.

Ce n'est pas que l'on ne puisse appercevoir de cette différence dans les autres jets dont les portées devroient, suivant les régles, être égales, quoi que le chemin qui se fait dans l'un soit plus grand que celui qu'il parcourt dans l'autre; je veux dire dans les portées des projections qui se font sous des angles également éloignez au-dessus ou au-dessous du demi-droit. Car il est vrai que celles qui s'approchent le plus de la perpendiculaire & dont les élévations sont au-dessus, ayant plus de chemin à faire que celles qui s'approchent plus de l'horizontale & dont les élévations sont au-dessous, se ressentent plus de la résistance de l'air, & sont par conséquent tant soit peu plus courtes que les autres.

LIV. II. CHAP. II.

Réponce à la seconde objection.

A quoi l'on doit peut-être rapporter les expériences que Louïs Collado Ingénieur du Roi d'Espagne dont nous avons parlé dans la prémiére partie de ce discours, raconte des portées d'un fauconeau de trois livres de balle tirées suivant les différens points de l'Equerre; parmi lesquelles, quoi que tres-défectueuses, l'on ne laisse pas de remarquer qu'au septiéme point la balle chût, comme il dit, plusieurs pas en deçà de la portée du sixiéme; au huitiéme elle tomba entre les portées du troisiéme & du quatriéme point, & au neuviéme entre celles du second & du troisiéme; qui selon les régles devoient tomber le septiéme sur le cinquiéme, le huitiéme sur le quatriéme, & le neuviéme sur la portée du troisiéme point.

CHA-

LIV. II. CHAP. III. Réponce à la troisiéme objection.

CHAPITRE IIII.

Réponce à la troisieme objection.

JE me servirai de toutes ces raisons pour répondre à la troisiéme objection que j'ai rapportée ci-devant, par laquelle on prétend que dans la projection d'un mobile, la même résistance de l'air change beaucoup les proportions du mouvement uniformement accéléré que la pésanteur lui imprime. Car quoi qu'il soit vrai que chaque corps, suivant son poids, sa figure & sa grandeur, doive avoir dans chaque milieu un dégré borné de vîtesse, qu'il est capable d'aquérir en tombant d'une hauteur déterminée; qu'au de-là de cette hauteur il ne peut plus recevoir d'accroissement de vélocité; & que toute autre vîtesse plus grande, imprimée par quelque cause externe au mobile, lui est en quelque façon surnaturelle: l'on ne peut néanmoins nier que les corps solides, ronds & pésans comme sont nos bom-

LIV. II. CHAP. III.

Réponce à la troiſiéme objection.

bombes & nos boulets de Canon, ne ſoient ceux d'entr'eux dont le dernier terme de l'accroiſſement de vîteſſe eſt le plus éloigné du commencement de leur chûte, & ſur qui l'effet de la réſiſtance de l'air doit moins paroître dans les petites hauteurs comme ſont celles de nos projections.

Ainſi, quoi qu'il arrive, comme on dit & comme il y a beaucoup d'apparence, qu'un de ces mobiles en tombant perde à la fin, par la réſiſtance de l'air, la vertu que ſa péſanteur lui donne d'augmenter inceſſamment ſa vîteſſe: comme cela ne lui doit arriver qu'après un grand tems & après être tombé d'une hauteur extraordinaire, il ſeroit mal-aiſé de s'appercevoir ſitôt de ce changement, qui ne ſauroit être grand dans les hauteurs où nous faiſons ordinairement nos projections.

Ce qui ſe confirme par les expériences dont le Pere Merſene parle dans ſa Baliſtique & qui ſont raportées dans cette objection; car après avoir

avoir dit, qu'une flêche qui monte en trois secondes de tems à la hauteur de 50 toises, met en-suite cinq secondes à descendre; & que montant en cinq secondes à une plus grande hauteur, lors-que la force de l'arc est plus grande, elle employe sept secondes dans sa descente; il assûre qu'il a reconnu par des épreuves répétées plus de cent fois que les bombes qui peuvent s'élever à la hauteur perpendiculaire de plus de cent toises, mettent précisément autant de tems à monter qu'à descendre.

LIV. II. CHAP. III. Réponce à la troisiéme objection.

D'où l'on peut conjecturer que ce qu'il rapporte des flêches, (s'il est vrai qu'il ait pû remarquer si justement la hauteur de leur jet perpendiculaire & le tems de leur montée & de leur descente,) peut provenir, non seulement de la résistance de l'air dont l'effet sur les flêches a été suffisamment expliqué dans la troisiéme objection, mais même parce que la pointe de la flêche ayant plus de poids, se porte toûjours en avant la pré-

LIV. II. CHAP. III.

Réponce à la troisiéme objection.

premiére tant qu'elle est en mouvement; desorte que lors-qu'en montant la pointe en haut, elle est parvenuë à la hauteur perpendiculaire où la force imprimée la peut faire monter, il lui faut du tems pour se renverser & pour faire que la pointe se tourne du côté qu'elle doit se mouvoir en descendant, c'est-à-dire vers le bas. Et quoi que dans ce moment la flêche, à bien parler, ne descende pas encore, ne faisant que changer la situation de ses parties: ce tems néanmoins étant pris pour celui de la descente, que l'on a accoûtumé de conter du moment qu'elle cesse de monter, le fait paroître plus grand que celui de la montée; quoi qu'en effet ils ne soient pas fort différens l'un de l'autre, non plus que dans le mouvement des Bombes & des autres mobiles ronds, qui étant également pésans en toutes leurs parties, n'ont point de changement à faire entr'elles, & mettent par conséquent autant de tems à monter qu'à

descendre. D'où l'on peut enfin nécessairement inférer que le changement que la résistance de l'air apporte à leur mouvement, n'est point sensible. LIV. II. CHAP. III. Réponce à la troisiéme objection.

L'on voit par l'une des observations de Galilée que, dans les mobiles de même grandeur & de même figure & qui tombent ensemble de même hauteur, la différence du poids ne fait pas beaucoup de différence de mouvement, puis qu'une balle de bois tombant de la hauteur de trente toises arrive presque aussi-tôt à terre qu'une de plomb, quoi que celle-ci soit dix ou douze fois plus pésante que l'autre. Ce que nous reconoissons encore mieux par les jets perpendiculaires des liqueurs comme de l'eau & du vif argent, qui partant d'une même hauteur de source remontent presqu'à la même hauteur du jet, comme nous l'expliquerons mieux ci-après, quoi que l'eau soit plus de treize fois moins pésante que le vif argent. D'où nous pouvons conclure que l'effet de la résistance

LIV. II. CHAP. III. Réponce à la troisiéme objection.

de l'air quelque considérable qu'il puisse devenir sur les corps qui tombent de fort haut, n'est pas fort sensible dans les hauteurs où nous pouvons porter les mobiles à qui nous donnons le mouvement par nos artifices.

Au reste, si l'on suppose, comme il est vrai-semblable, que la résistance du milieu agit également sur des mobiles égaux, semblables & de même poids, pourvû qu'ils soient portez d'une même vîtesse; & que la différence de ses effets dépend principalement de la différence du tems que le mobile employe à se mouvoir, ensorte qu'elle se fasse plus ou moins ressentir selon que le corps mû fait plus ou moins de chemin en quelque direction que ce puisse étre: l'on peut dire avec beaucoup d'apparence que nos bombes & nos boulets de Canon, (que nous supposons toûjours égaux, semblables, de même poids, & portez d'une même vîtesse, qui lui est imprimée par le feu d'une même piéce ou d'un même mortier chargé de la même pou-

poudre & de la même maniére,) conſervant dans l'air les mêmes proportions, pour la différence des portées ſuivant les différentes inclinations de direction, qu'ils auroient dans un milieu ſans réſiſtance : & que l'on peut par conſéquent ſe ſervir des régles & des tables que nous avons rapportées, quoi qu'à le prendre à la rigueur, elles ſuppoſent que le mobile ne reſſente aucune altération par les empêchemens externes dans ſon mouvement.

LIV. II. CHAP. III. Réponce à la troiſiéme objection.

Pour regarder la choſe de plus près, il faut conſidérer que la réſiſtance de l'air agiſſant ſur la projection d'un mobile en deux maniéres ſavoir, en retardant l'effet du mouvement uniformement accéléré que la péſanteur lui imprime ſuivant les perpendiculaires, & en retardant par celui du mouvement égal qui lui a été donné la force de dehors ſelon la ligne de ſa direction : par la premiére cette réſiſtance agrandit l'étenduë de la portée du jet, & par l'autre au contraire elle la diminuë ; ainſi l'on peut raiſon-

LIV. II. CHAP. III.

Réponce à la troisiéme objection.

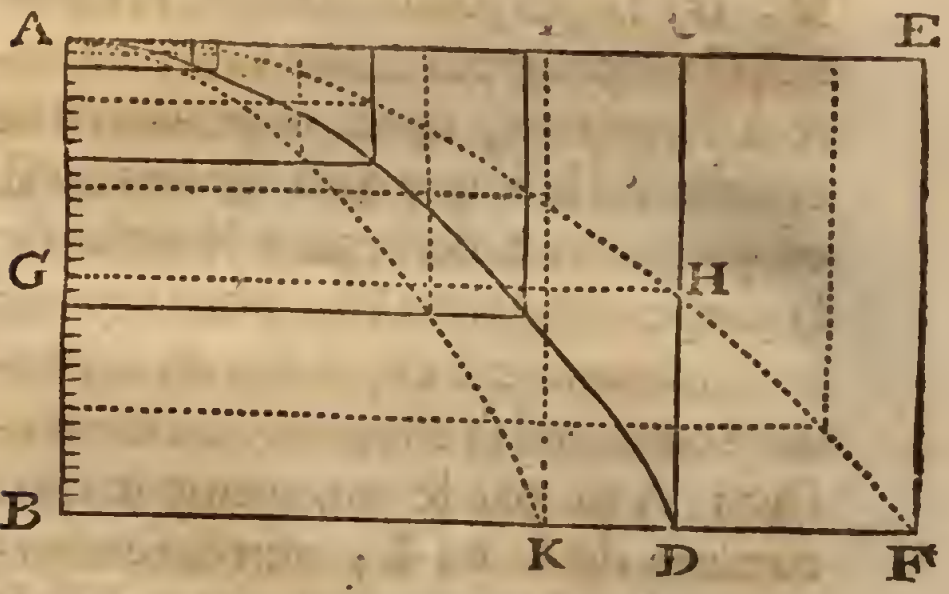
nablement conjecturer que ces deux empêchemens se détruisent réciproquement l'un l'autre, & que le dernier ôtant de l'étenduë ce que le premier lui ajoûte, elle demeure par une espéce de compensation dans sa légitime grandeur, & telle à peu près qu'elle seroit dans un milieu sans résistance.

Comme si le mobile partant du point A suivant la direction A C parcouroit dans un milieu sans résistance toute la ligne A C d'un mouvement égal pendant le tems qu'il descendroit par le mouvement uniformement accélére de toute la hauteur perpendiculaire A B ; il est constant que par la composition des deux mouvemens, il se trouveroit au point D où la perpendiculaire C D égale à A B rencontre la ligne horizontale B D, après avoir décrit dans son passage la ligne parabolique A D. Posons maintenant que la résistance de l'air se fasse seulement sentir sur le mouvement égal du mobile sans toucher à l'uniformement accéléré ; en sorte

que

que dans le même tems qu'il descend du point A en B, il ne parcourre sur la ligne de la direction AC que la longueur AI moindre que A C : il est encore évident que par la composition des deux mouvemens, le mobile se trouveroit en K où la perpendiculaire I K égale à AB rencontre la même horizontale B D ; & que l'étenduë de la projection BK étant en

LIV. II. CHAP. III. Réponce à la troisiéme objection.



ce cas diminuée par la résistance de l'air, seroit moindre que l'étendüe B D de la projection dans un milieu sans résistance. Mais si laissant le mouvement égal suivant la direction A C sans le troubler, nous

LIV. II. CHAP. III.

Réponce à la troisiéme objection.

entendons que la réſiſtance de l'air ſe faſſe ſeulement ſentir ſur le mouvement uniformement accéléré de la péſanteur ; enſorte que dans le tems que le mobile partant du point A arrive par le mouvement égal au point C, il ne ſoit cependant deſcendu que de la longueur perpendiculaire A G : il paroît que le mobile par la compoſition de ces deux mouvemens ſeroit en H, où la perpendiculaire CH égale à AG rencontre la droite GH parallele à l'horizon, après avoir décrit la courbe AH; & que dans le tems qu'il employeroit à deſcendre le reſte de la perpendiculaire GB, pour arriver à l'horizontale B D, il auroit cependant continué ſa route ſuivant la direction A C par le mouvement égal comme de C en E ; afin de ſe trouver en F où la perpendiculaire EF égale à A B rencontre l'horizontale B D continuée ; & par ce moïen l'étenduë de la projection B F ſe trouveroit agrandie par la réſiſtance de l'air & plus longue que l'étendüe B D.

qui

qui se feroit dans un milieu sans résistance.

LIV. II. CHAP. III. Réponce à la troisiéme objection.

Puis donc que la résistance de l'air lors-qu'elle agit seulement sur le mouvement uniformement accéléré, agrandit l'étendüe du jet, comme au contraire elle la diminüe lors-qu'elle retarde seulement l'effet du mouvement égal, & qu'il y a grande apparence que cette résistance agit uniformement sur un même mobile. L'on peut, ce me semble, dire avec quelque fondement de raison que ces deux effets, qui agissant ensemble seroient considérables sur l'étendüe du mobile s'ils se faisoient sentir de même part, deviennent par leur contrarieté insensibles sur la même étendüe; & que l'un lui rendant ce qui lui est ôté par l'autre, elle demeure par cette compensation dans une espéce d'équilibre & à peu près au même état qu'elle seroit si elle n'étoit aucunement altérée.

LIV. II. CHAP. IV. Réponce à la quatriéme objection.

CHAPITRE IV.

Réponce à la quatriéme objection.

LA difficulté qui vient de la compoſition des deux mouvemens dont il eſt parlé dans la quatriéme objection eſt plus grande. Car bien que l'on puiſſe aſſez bien comprendre ce qui arrive ſur ce ſujet lors-que les mouvemens ſont purement mathématiques, c'eſt-à-dire lors-que l'on les ſuppoſe parfaitement réglez & incapables d'aucune altération : il n'en eſt pas de même de ceux qui ſe font parmi nous, leſquels dépendant de mille cauſes phyſiques qui nous ſont pour la plûpart inconües, ſont par conſéquent ſujets à pluſieurs changemens dont il n'eſt pas facile de rendre raiſon.

Ainſi Gallilée pour répondre à la même objection qu'il ſe fait lui-même, excepte premiérement des régles de ſa Théorie, les effets prodigieux du mouvement que le feu de la poudre imprime aux balles d'Artillerie, dont la vîteſſe eſt, dit-il, ſurnaturelle,

relle, parce que le mobile en tombant de quelque hauteur que ce puisse être, ne pourroit jamais naturellement en aquérir une pareille. Il avoüe même qu'il y a quelque apparence que la ligne que décrit la balle d'un mousquet ou d'un Canon, est au moins dans son commencement plus droite qu'il ne faut pour être parabolique, & qu'elle ne seroit effectivement si l'impression de sa vîtesse n'étoit pas si violente.

LIV. II. CHAP. IV. Réponce à la quatriéme objection.

Dans un autre endroit, faisant réflexion sur la table des amplitudes des paraboles, que nous avons raportée ci devant, & dans laquelle il met un o sous les angles de o & de 90 dég. c'est-à-dire pour l'étenduë du jet horizontal aussi-bien que du perpendiculaire; il fait dire à *Sagredo*, (qui est un de ceux qui parlent dans ses Dialogues,) qu'il n'a point de peine à comprendre ce qu'il dit pour le jet perpendiculaire parce qu'il n'y a point de force quelle qu'elle soit, qui puisse, en portant le mobile suivant cette direction à l'infini

LIV. II. CHAP. IV.

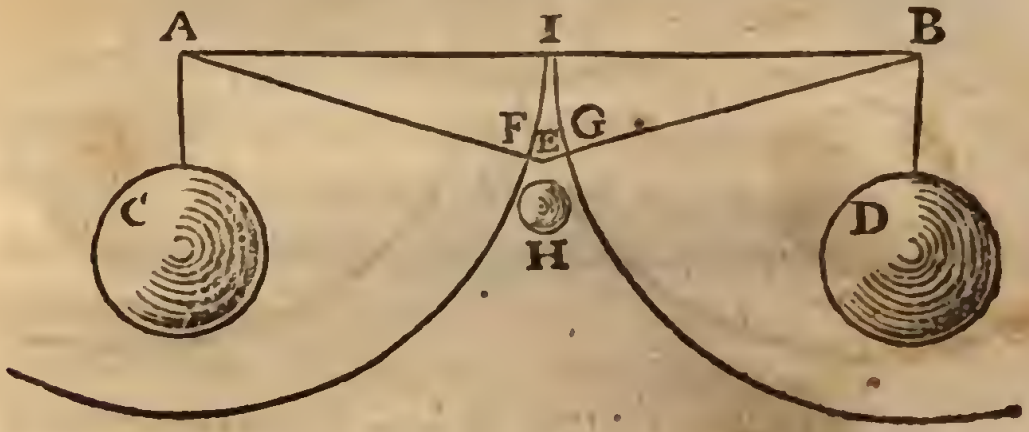
Réponce à la quatriéme objection.

donner au jet aucune autre étenduë que la perpendiculaire : mais qu'il ne peut pas si bien concevoir, qu'une force quelque grande qu'elle puisse être, ne puisse point porter un mobile horizontalement en ligne droite à une distance si petite que l'on puisse s'imaginer ; & qu'un boulet de Canon commence à descendre au premier moment qu'il sort de la bouche de la piéce pointée, comme on dit, de point en blanc, & quitte la ligne de direction sans pouvoir aucunement marcher en ligne droite.

J'assurerois même que cela est, dit-il, absolument impossible, si je n'en étois retenu par un autre accident de la nature, qui n'est pas moins bigearre ni moins surprenant que celui-ci ; dont il y a néanmoins une démonstration Géometrique : c'est qu'il n'y a point de force quelle qu'elle soit, qui soit capable d'étendre une corde posée horizontalement en ligne droite. Comme si l'on attache aux extrémitez de la corde A B, deux poids C, D quel-

quelque grans qu'ils ſoient ; je dis qu'ils ne pourront jamais étendre la corde horizontalement de telle ſorte qu'elle faſſe une ligne droite A B. Car ſi l'on entend que le poids de la corde, agiſſant en I ſoit égal au poids H ; il eſt conſtant, par

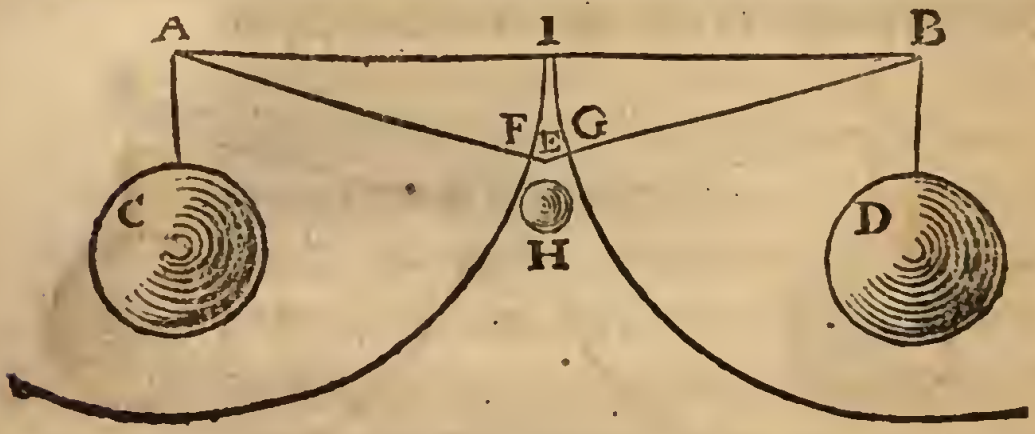
LIV. II. CHAP. IV. Réponce à la quatriéme objection.



les régles de la Mécanique, que le poids H deſcendra & fera monter les deux poids C & D toutes les fois que le chemin IE que le poids H fera en deſcendant aura plus grande raiſon au chemin E F que les poids C, D feront au même tems en montant, que les mêmes poids C, D enſemble n'ont au poids de la corde H. Et comme la raiſon des poids, C, D enſemble au poids H, ne ſauroit jamais

LIV. II. CHAP. IV. Réponce à la quatriéme objection.

être si grande que l'on ne puisse faire un angle comme E A I dont la tangente comme I E n'ait encore une plus grande raison à la partie de la sécante E F ; c'est-à-dire le chemin du poids de la corde H en descendant, au



chemin des poids C, D en montant : il paroît que ces poids ne sauroient jamais empêcher que le poids de la corde ne descende, ni jamais par conséquent l'étendre en ligne droite.

Galilée prend, en-suite de ce raisonnement, occasion de dire que ces deux cas sont si semblables, que ce que l'on démontre de l'un peut être entendu de l'autre sans difficulté : car les deux poids sont à l'égard de la corde qu'ils-tirent, comme la vîtesse de l'im-

LIV. II. CHAP. IV. Réponce à la quatriéme objection.

l'impreſſion eſt à l'égard du boulet qu'elle emporte horizontalement. Et comme ces poids, quelques péſans qu'ils ſoient, ne peuvent jamais empêcher que le poids de la corde n'agiſſe & ne la détourne de la ligne droite, où les deux poids la veulent étendre: ainſi cette impreſſion, quelque violente qu'elle puiſſe être, ne ſauroit ôter au boulet l'action de ſa péſanteur, par laquelle il ſe détourne de la ligne droite, où l'autre impreſſion le veut porter.

En effet de toutes les raiſons qui ſont à nôtre connoiſſance, il ny en a aucune qui détruiſe cette propriété de la nature: il faut pour la combatre avoir recours aux expériences comme on a fait dans la quatriéme objection. Surquoi je dirai premiérement au ſujet de celles que l'on rapporte des boulets de Canon qui tirez horizontalement mettent, comme on dit, beaucoup plus de tems à arriver à terre, qu'ils ne feroient s'ils tomboient ſeulement de leur poids de la hauteur de la bouche

LIV. II. CHAP. IV.

Réponce à la quatriéme objection.

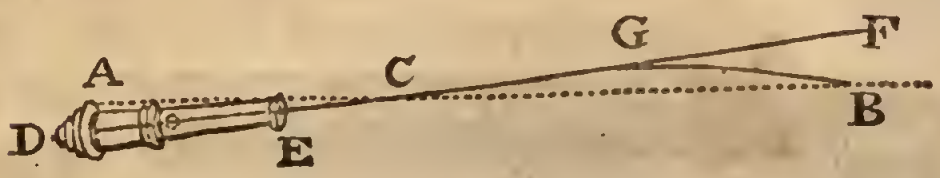
la piéce ; que ces expériences ſont extrémement ſuſpectes particuliérement en deux choſes, dont l'une eſt pour ce qui regarde la juſteſſe de la direction horizontale de la piéce, & l'autre eſt au ſujet de la conduite de la balle qui ne ſuit pas toûjours préciſément cette direction.

La plûpart des Canoniers s'imaginent que leur Canon eſt pointé juſtement de but en blanc, lors-qu'ayant remarqué quelque endroit oppoſé dans le niveau de leur piéce, ils la pointent vers cét endroit en mirant au long du métail, & font enſorte que la ligne de leur vûë paſſant de la culaſſe au bourlet, découvre le but où ils viſent : en quoi ils ſe trompent de beaucoup ; car le niveau de l'ame porte plus haut que cette mire, & fait par conſéquent monter le boulet au deſſus de la ligne horizontale.

Comme ſi la piéce A E eſt pointée vers un point dans le niveau de la piéce comme B, enſorte que la ligne de la mire qui paſſe de la culaſſe A au haut

haut du bourlet E découvre le but B; il ne faut pas attendre que la balle marche au long de la droite horizontale AB, s'il eſt vrai qu'il ſuive la direction de l'ame D E, parce qu'elle n'eſt point parallele à la droite du raz de métail AC à cauſe que le métail eſt plus foible à la volée; ce qui fait

LIV. II. CHAP. IV. Réponce à la quatriéme objection.

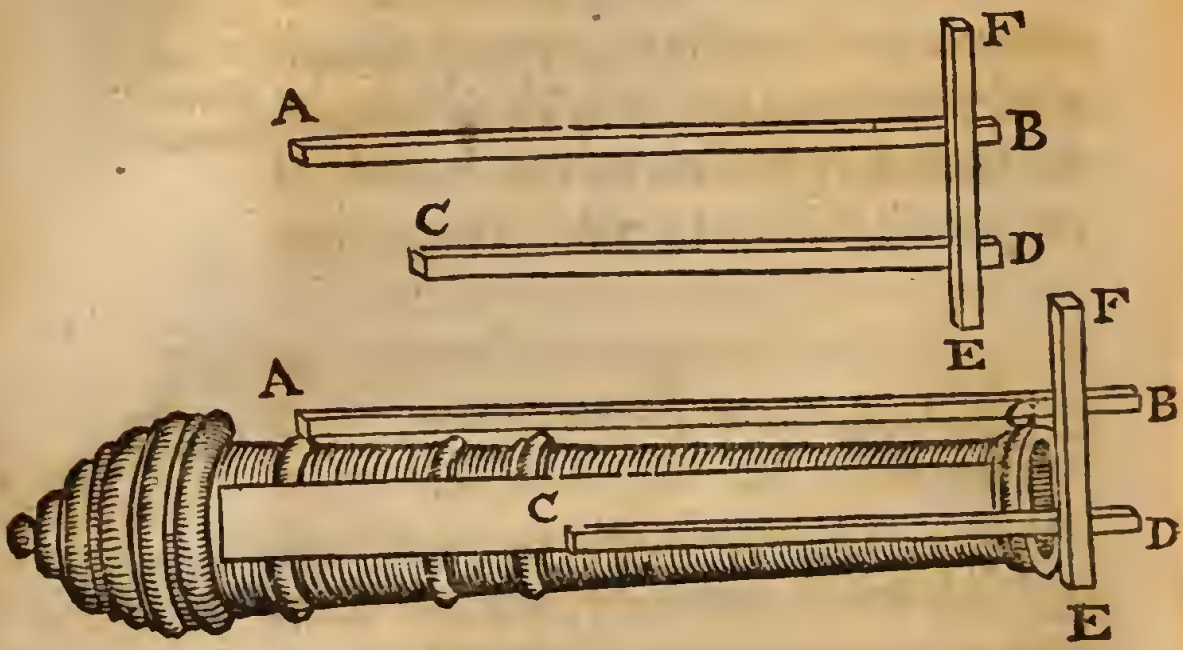


qu'elle porte le boulet vers F & le contraint de décrire la courbe E G B pour arriver au point B.

Je ſai bien que ceux qui veulent pointer juſte ſelon la direction de l'ame de la piéce, ſe ſervent d'une eſpéce d'Equerre faite de trois régles bien droites A B, C D, F E diſpoſées deſorte que C D & FE étant attachées à angles droits, la régle A B ſe hauſſant & baiſſant au long de la régle F E, demeure toûjours parallele à C D. Car mettant C D dans l'ame de la piéce & hauſ-

LIV. II. CHAP. IV.

hauſſant ou baiſſant A B juſqu'à ce que le point A ſoit ſur la mire de la culaſſe, la direction du point A par B



ſera la même que celle de l'ame ; deſorte que ſi l'on met quelque choſe de ſtable ſur le bourlet en G qui répond à la hauteur du point B, l'on aura la ligne de mire AB parallele à celle de l'ame de la piéce.

Mais je ſai auſſi que lors-que la piéce eſt pointée de cette maniére, il n'arrive jamais qu'elle porte droit au but propoſé dans la diſtance de ſa portée ordinaire de niveau, & qu'il arri-

arrive au contraire que le boulet frappe beaucoup plus bas.

LIV. II. CHAP. V. Réfléxion sur le sujet de l'Artillerie.

CHAPITRE V.

Réfléxions sur le sujet de l'Artillerie.

VOici quelques réfléxions que j'ai faites sur le sujet de l'Artillerie, par lesquelles on verra que la conduite de la balle n'est pas toûjours la même que celle de la direction de la piéce. Je dis donc qu'il y a beaucoup d'apparence que le feu prenant à la poudre de la charge ne l'embraze pas subitement toute entiére & toute à la fois pour donner au boulet, par une seule & unique impulsion, cette force & cette impétuosité de vîtesse avec laquelle il se meut. Au contraire il est bien plus probable que la véhemence de cette impression lui est plûtôt & plus sûrement communiquée par une infinité de percussions que les petits grains de la poudre allumez successivement lui font ressentir, soit en le poussant directement à mesure qu'ils

LIV. II. CHAP. V.

Réflexion sur le sujet de l'Artillerie.

qu'ils s'enflament auprès de lui, soit qu'en frappant contre les côtez de l'ame & se réflêchissant une infinité de fois dans toute son étenduë, ils viennent aussi se faire sentir au boulet autant de fois qu'ils le rencontrent. Car il n'y a point d'épaisseur de métail qui fut capable de résister à un si grand effort, s'il se faisoit sentir tout à la fois, & en un même endroit: & les Canons au premier coup se mettoient en piéces. Outre que leur longueur seroit inutile pour leur portée: car le boulet ayant une fois reçû toute sa force imprimée, seroit toûjours porté à la même distance, soit qu'il sortît d'un Canon ou plus long ou plus court. Ce qui est contraire à l'expérience.

Ceci peut servir de régle pour la proportion que la longueur du Canon doit avoir avec son diametre, laquelle doit être disposée de telle maniére que la poudre de la charge y puisse être préciséement allumée tout entiére au moment qu'il vient à en sortir: car si le Canon est trop court, une bonne

Réflexion sur le sujet de l'Artillerie.

ne partie de la poudre sort avec le boulet sans faire effet, ainsi qu'il arrive souvent & principalement aux piéces qui sont échauffées: & si la piéce est plus longue qu'il ne faut, en sorte que la poudre soit toute enflamée avant que le boulet soit arrivé à la bouche; la force peut être considérablement diminuée par le frottement qu'il fait tout le long du haut de l'ame avant que de sortir.

Comme les Canons qui ont de la longueur ont plus de portée que ceux qui sont courts, à cause que le boulet, avant que de sortir, y donne tems à une plus grande quantité de poudre de s'allumer: l'on peut augmenter de beaucoup la force des Canons courts, en creusant des petits canaux tournez en forme de spirale au dedans de leur ame, & poussant avec violence sur la poudre une balle de plomb un peu plus grosse que le diametre du Canon, afin qu'en sortant elle soit contrainte de suivre le contour des canaux de la spirale: car

par

LIV. II. CHAP. V.

Réflexion sur le sujet de l'Artillerie.

par ce moien la balle mettant autant de tems à sortir du Canon quoi que court, qu'elle mettroit à sortir d'un autre Canon qui seroit aussi long qu'un de ces canaux étendus ; elle fera qu'il s'y allumera autant de poudre qu'il s'y en allumeroit dans l'autre, & que la force y sera également augmentée.

L'on peut encore donner beaucoup de force aux Canons courts en creusant en rond le fonds de leur culasse en forme de campane ou de cloche : car comme l'action de la poudre qui prend feu, se fait en rond de sphére & tout alentour, il n'y a que cette partie qui regarde la bouche de la piéce qui pousse le boulet en avant, & celle qui regarde la culasse tombe dans le creux de la campagne qui, étant à peu près fait de figure parabolique, la rassemble & la refléchit tout entiére avec la même vélocité vers le boulet ; desorte qu'il ne se pert rien de l'action de la poudre, qui par ce moïen se trouve employée tout entiére

sur

sur le boulet. Au lieu qu'aux autres Canons le boulet ne ressent que cette partie de l'action de la poudre qui se porte directement en avant, la plûpart du reste se perdant sans effet sur le derriére & vers la culasse. LIV. II. CHAP. V.

CHAPITRE VI.

Suite de la réponce à la quatriéme objection.

MAis pour retourner à nôtre sujet, l'on peut inférer de ce raisonnement que le boulet au sortir de la piéce ne va jamais droit au but vers lequel elle est pointée, & qu'il se détourne notablement de la ligne de la direction en montant dès le moment qu'il sort de la bouche ; car les grains qui sont les plus proches de la culasse s'allumant les premiers poussent par leur mouvement précipité non seulement le boulet, mais même les autres grains de la poudre, qui par leur propre pésanteur suivent le boulet, au long du fonds de l'ame, où s'alumant l'un après l'autre, ils frappent quasi CHAP. VI. Suite de la réponce à la quatriéme objection.

LIV. II. CHAP. VI. Suite de la réponce à la quatriéme objection.

quâsi tous le boulet vers le deſſous, qui n'êtant pas de calibre, à cauſe du jeu qu'il doit néceſſairement avoir dans la piéce, eſt êlevé inſenſiblement vers le bord ſupérieur de la bouche, contre lequel il frotte tellement en ſortant qu'aux piéces qui ont beaucoup ſervi & dont le métail eſt un peu doux, l'on remarque un canal conſidérable que le boulet en ſortant y a à la fin creuſé par ce frotement.

Deſorte que le boulet, comme il paroît de tout ce diſcours, n'êtant jamais porté en ligne droite vers le but, quelque ſoin que l'on prenne de pointer la piéce horizontalement, il ne faut pas s'étonner s'il employe plus de tems à monter & à deſcendre dans toute l'étenduë de la courbe qu'il décrit, qu'il n'en mettroit à tomber ſeulement de ſon poids à la hauteur de la bouche de la piéce.

Je joindrai ici la même expérience que le Pere Merſene raporte dans ſa baliſtique, pour montrer que la nature fait toûjours obſerver ſes régles

dans

dans ſes jets en la maniére que nous les avons expliquées. C'eſt celle que Mr Petit a faite autrefois au Havre de Grace avec une piéce de 33 livres de balle, êlevée huit toiſes ſur le niveau de la campagne qui, pointé ſous la direction de l'angle de 22 dégrez, a chaſſé à la longueur de 1900 toiſes dans le tems de 20 ou 21 ſecondes. Car par le calcul on peut faire voir ſur cette hypothéſe que la balle s'eſt êlevée à la hauteur de près de deux cens toiſes au-deſſus du niveau de la batterie, & qu'il lui a falu dix ſecondes pour monter à cette hauteur & près d'onze ſecondes pour en deſcendre. Où il paroit que la péſanteur de la balle, dans toute l'étenduë de cette portée, a fait le même effet pour le mouvement uniformement accéléré, qu'elle auroit fait quand elle n'auroit point eû d'autre impreſſion, parcourant en deſcendant environ douze piés en une ſeconde & le reſte à proportion.

LIV. II. CHAP. VI. Suite de la réponce à la quatriéme objection.

Je ne crois pas que l'on doive faire beau-

LIV. II. CHAP. VI.

Suite de la réponce à la quatriéme objection.

beaucoup de cas de l'expérience du jet du Dragon de Ruel raportée par le Pere Merſene ; pour le peu d'exactitude avec laquelle elle a été faite : mais ſur celles des arquebuſes rayées, on peut dire que quand il ſeroit même véritable, ce que dit le même auteur, qu'une balle porte juſte de but en blanc à la longueur de cent toiſes en une ſeconde de tems ; il ne ſeroit pas mal-aiſé de répondre que pour peu que l'on donnât de latitude à ce qu'il appelle de but en blanc, ſon expérience ſe trouveroit entiérement conforme à nos hypothéſes. Il ne faut que ſuppoſer que la direction de l'arquebuſe ait été ſeulement d'un demi dégré ou de 35 minutes au plus, au-deſſus de la ligne horizontale, dont il eſt impoſſible de reconnoître la différence à la vûë, ou que la balle par l'impreſſion du feu de la poudre ait été portée ſuivant cette direction : car par ce moïen l'on peut voir par le calcul qu'elle ſe ſera élevée dans le milieu de ſa courſe à la hauteur perpendicu-

diculaire de trois piés ; ce qui suffit pour emploïer une demi-seconde de tems pour arriver en montant à cette hauteur & autant pour en descendre, conformement aux loix naturelles du mouvement uniformement accéléré.

LIV. II. CHAP. VI. Suite de la réponce à la quatriéme objection.

Que si l'on dit, comme il y a grande apparence, que la vîtesse de la balle sortant d'une arquebuse rayée est beaucoup plus grande, puis qu'à la longueur de plus de cent cinquante pas elle est presque égale à celle du son qui fait douze cens toises de chemin en sept secondes, c'est à-dire peu moins de cent toises en une demi seconde de tems : il faudra beaucoup moins de déviation de la direction horizontale ; & il suffira que la balle dans le milieu de sa course s'êleve seulement à la hauteur perpendiculaire de neuf pouces pour faire quadrer le mouvement de sa pésanteur aux loix de la nature que nous avons expliquées. Auquel cas il est moralement impossible que l'on puisse connoître la différence d'un

LIV. II. CHAP. VI.

Suite de la réponce à la quatriéme objection.

jet de cette nature & de celui qui seroit purement horizontal.

Quoi que tout ce que je viens d'expliquer fasse assez connoître, que ce que l'on dit contre nôtre hypothése au sujet de la composition des deux mouvemens, dont l'un est égal & l'autre est uniformement accéléré, n'est pas capable de la détruire; je ne voudrois pas néanmoins m'opiniâtrer à soûtenir aveuglement, que par ce mélange il n'arrive jamais aucune mutation ni à l'un ni à l'autre. Car bien qu'il fût véritable que la pésanteur ne soit jamais oisive & qu'elle agisse toûjours également sur un corps, soit qu'il soit en repos, soit qu'il soit emporté de quelque rapidité que ce puisse être; il ne s'ensuit pas pour cela que les espaces qu'elle lui fait parcourir sur les perpendiculaires soient toûjours les mêmes dans les mêmes tems, quoi que peut-être ils soient toûjours dans les mêmes proportions.

Nous voïons dans nôtre air & dans le mouvement ordinaire des corps qui

qui ſont autour de nous, qu'un poids tombant parcourt environ trois piés huit lignes & demie au commencement de ſa chûte dans le tems d'une demi ſeconde, & environ douze piés deux pouces dix lignes dans celui d'une ſeconde entiére, & ainſi du reſte en faiſant les eſpaces proportionels aux quarrez de tems. Mais qui peut nous aſſûrer que dans un air beaucoup plus êlevé ou plus abaiſſé vers le centre de la terre, plus péſant ou plus léger, ou même agité d'une autre maniére que le nôtre, un corps en tombant ne parcoure pas un eſpace plus grand ou moindre que celui de trois piés huit lignes & demi, dans la premiére demi ſeconde du tems de ſa chûte, & que les autres eſpaces dans la ſuite de leur mouvement ſoient entr'eux en proportion des quarrez des tems.

LIV. M. CHAP. VI. Suite de la reponce à la quatriéme objection.

Et ſi l'air, comme nous le voyons par les expériences admirables du Barometre, ne péſe jamais plus que lorsqu'il eſt le plus pur, le plus ſerain

LIV. II. CHAP. VI. Suite de la réponce à la quatriéme objection.

& le moins agité ; comme au contraire il ne paroît jamais plus léger que lors-qu'il eſt battu des vents ou chargé de nuages épais, leſquels y font apparemment des mutations, qui pour nous être inconuës, ne laiſſent pas de ſuſpendre en quelque maniére l'effet de ſa péſanteur naturelle : pourquoi ne pourrons nous pas, par la même raiſon, préſumer que la violente rapidité de l'impreſſion que le feu de la poudre communique à un boulet de Canon, ne puiſſe au ſortir de la piéce interrompre l'effet ordinaire de ſa péſanteur ; & faire que les eſpaces qu'il parcourt ſur les perpendiculaires dans le commencement de ſon mouvement, ne ſoient pas ſi grans qu'ils ſeroient, ſi le boulet n'avoit point d'autre impreſſion que celle de ſa gravité, quoi que ces eſpaces fuſſent toûjours dans la proportion des tems du mouvement ?

Quoi qu'il en ſoit néanmoins, cette différence ne ſauroit tout au plus faire autre effet ſur la ligne de projection

des

des mobiles, que de les rendre peut-être un peu plus droites au commencement de leur courſe qu'il ne faudroit pour être exactement paraboliques, ainſi que Galilée l'a fort bien remarqué : ſans que pour cét effet les proportions de leurs étenduës ſuivant la différence de leurs directions, & ſuivant les nombres qui leur ſont aſſignez dans les tables que nous avons propoſées ci-devant, ſe trouvent aucunement altérées.

LIV. II. CHAP. VI. Suite de la réponce à la quatriéme objection.

CHAPITRE VII.

Réponce à la cinquiéme objection.

L'On ne ſauroit apporter trop de rigueur à l'examen des propoſitions de cette partie de Mathématique que l'on appelle pure, c'eſt-à-dire de celle qui conſidére la quantité abſolument détachée de la matiére. Et c'eſt en ce ſens qu'il faut prendre cette belle maxime d'Ariſtote qui dit, *qu'il eſt également impertinent d'exiger des démonſtrations dans les raiſonnemens de*

CHAP. VII. Réponce à la cinquiéme objection.

LIV. II. CHAP. VII.

l'Orateur & de se rendre aux raisons probables & vrai-semblables du Mathématicien.

Réponce à la cinquiéme objection.

Mais on ne doit pas avoir tant de sévérité pour celles qui sont tirées de la Mathématique que l'on appelle Mixte, dont le sujet est la quantité compliquée & attacheé à la matiére ; parce qu'étant pour la plûpart fondées sur des principes de physique, dans la considération desquels l'esprit humain se confond environné de ténébres épaisses : il ne faut pas s'étonner s'il ne les débroüille que sur des conjectures, & s'il ne les appuïe que de raisons tirées de ses expériences.

Il croit beaucoup faire en ces matiéres, si les principes qu'il établit n'ont rien d'absurde, s'ils sont conformes aux maniéres ordinaires d'agir de la nature, c'est-à-dire s'ils sont simples, aisez & débarassez, s'ils servent à expliquer tout ce qui se fait sur ce sujet, & si l'on ne peut pas tirer de leur position, aucune conséquence impertinente ou impossible.

En

En effet l'on n'a rien à reprocher en un ſiſtéme de phyſique, lors-que toutes ces conditions ſe rencontrent dans ſes hypothéſes; & c'eſt en-ſuite à la Mathématique à en tirer les conſéquences néceſſaires, dont les démonſtrations ne doivent pas être moins rigoureuſement examinées que celles de la Mathématique pure; parce que le même art qui ſert à la Géometrie à former ſes concluſions ſur les premiers principes que la Métaphyſique lui fournit, ſert auſſi à la Mécanique à prouver ſes propoſitions par les principes poſez ſur les hypothéſes phyſiques.

LIV. II. CHAP. VII. Réponce à la cinquiéme objection.

C'eſt donc ſur ce pié qu'il faut examiner les diverſes définitions que l'on donne à l'accélération du mouvement des corps qui tombent, & voir ſi étant uniforme elle ſe fait de telle ſorte que le mobile aquiert à tous les momens égaux de ſa chûte des dégrez égaux de vîteſſe ſuivant le ſentiment de Galilée que nous avons poſé pour fondement de toute cette doctrine, ou ſi

LIV. II. CHAP. VII. Réponce à la cinquiéme objection.

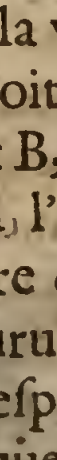
cét accroiſſement de vélocité ſe fait à proportion des eſpaces que le mobile parcourt en tombant, ainſi que d'autres l'ont crû.

CHAPITRE VIII.

Raiſons de Galilée pour montrer que la vîteſſe du Corps qui tombe ne s'acroit pas, à proportion des eſpaces.

Raiſons de Galilée pour faire voir que la vîteſſe du rombe ne s'accroit pas à proportion des eſpaces.

GAlilée aſſûre d'abord que cette derniére opinion enferme une abſurdité, & que pour être véritable il faudroit que le mouvement de la chûte des corps ſe fit en un inſtant. Car poſant, comme il dit, que le mobile parçourre en tombant l'eſpace A B; s'il eſt vrai qu'étant diviſé comme en C: la vîteſſe aquiſe au point C ſoit à la vîteſſe aquiſe au point B, comme l'eſpace A C eſt à l'eſpace A B; l'on pourra dire que l'eſpace A B ſera parcouru dans le même tems que l'eſpace A C; car toutes les fois que les eſpaces ſont entr'eux comme les vîteſſes du mo-



mobile qui les parcourt, les espaces sont parcourus dans les mêmes tems. Or il ne se peut faire, que la toute AB soit passée dans le même tems que sa partie A C, ailleurs que dans le mouvement qui se fait en un instant ; il est donc faux de dire que les vîtesses s'augmentent à proportion des espaces parcourus.

LIV. II. CHAP. VII.

Raisons de Galilée pour faire voir que la vîtesse du corps qui tombe ne s'accroit pas à proportion des espaces.

Mais ce raisonnement quoi que vrai, comme on dit, dans la matiére est paralogistique dans sa forme. Car cette proposition, par laquelle il dit que les espaces sont parcourus en même tems lors-qu'ils sont entr'eux en même proportion que les vîtesses, est claire d'elle-même dans le mouvement égal & uniforme : mais elle peut être absolument niée dans le mouvement accéléré ; nonobstant mêmes toutes les raisons dont Gassendi se sert pour la confirmer, lesquelles quoi que véritables & ingénieuses, n'ôtent pas entiérement l'obscurité de cette position.

LIV. II. CHAP. IX.

CHAPITRE IX.

Raisons de Gassendi au même sujet.

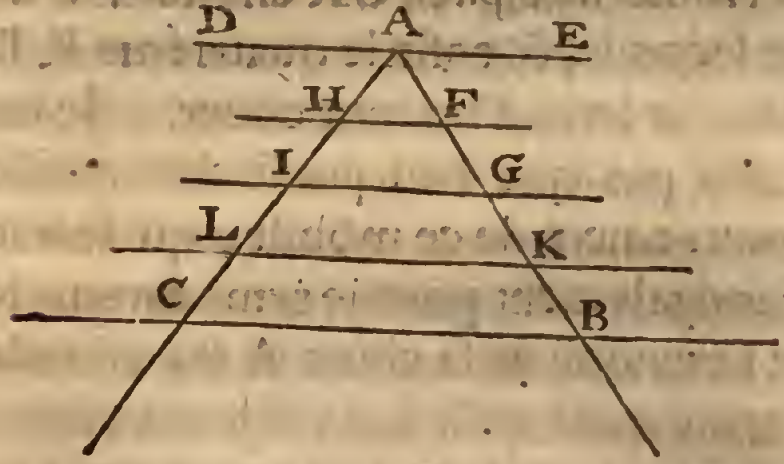
Raisons de Gassendi au meme sujet.

IL est bien plus sûr pour détruire cette opinion de se servir des raisonnemens que le même Gassendi rapporte dans ses Epîtres contre le Pere le Cazre Jesuite & contre un certain Michel Varron, qui est apparament le premier qui l'a produite sur la fin du siécle passé, & de montrer qu'il s'ensuit plusieurs absurdités si l'on dit que les vîtesses s'augmentent à proportion des espaces.

Car l'on peut premiérement faire voir sur cette hypothése que le mouvement peut être continuellement accéléré sans qu'il soit aucunement uniforme, ce qui est peu conforme aux loix de la nature. Il ne faut que prendre deux lignes AB & AC se rencontrant en A à tel angle que l'on veut comme BAC, & une troisiéme DE, qui faisant avec les deux autres les angles CAD, BAE égaux, soit entenduë descendre au long des mêmes

mes A B, A C demeurant toûjours parallele à elle-même : car si la droite A B étant divisée en parties égales comme aux points F, G, K, l'on prend ces mêmes parties pour la mesure des espaces parcourus par la chûte d'un

LIV. II. CHAP. IX. Raisons de Gassendi au même sujet.



mobile ; les lignes F H, G I, c'est-à-dire les portions de la droite D E comprises entre les deux A B, A C, pourront être prises pour mesures des vîtesses aquises, ensorte que F H soit la vîtesse aquise lors-que le mobile a parcouru l'espace A F, G I, celle qu'il a après avoir passé l'espace A G, & ainsi des autres ; & par ce moïen les vîtesses s'augmenteront suivant la proportion des espaces. Maintenant

LIV. II. CHAP. IX.

Raisons de Gassendi au meme sujet.

si nous posons que l'espace AF ait été parcouru par exemple dans le tems d'une minute d'heure, au bout de laquelle le mobile sans interruption de mouvement employe une heure entiére à passer le second espace FG, & le troisiéme espace GK en moins d'une seconde, & enfin le quatriéme KB dans le tems d'un jour entier. Je ne crois pas que l'on puisse dire que le mouvement de ce mobile, qui se fait si inégalement pour le tems dans toute l'étenduë de sa chûte AB, est uniforme quoi qu'il soit toûjours continu; & cependant il est conforme à la définition, la vîtesse en quelque endroit que l'on la prenne étant à la vîtesse comme l'espace passé est à l'espace; car la droite KL qui mesure la vîtesse aquise en K, est toûjours à la droite BC qui mesure celle que le mobile a aquise en B, comme l'espace AK est à l'espace AB; & la vîtesse en I marquée par GI est à la vîtesse en F marquée par HF, comme l'espace AG est à l'espace AF, quelque di-

for-

formité qu'il y puisse avoir dans la suite de ce mouvement. LIV. II. CHAP. IX.

L'origine de tout le mal vient de ce que dans cette définition du mouvement uniformement accéléré, il n'est point parlé du tems, sans qui néanmoins on ne peut rien distinguer dans les vîtesses, dont à bien parler il fait le caractére essentiel : car lors-qu'elles sont seulement comparées aux espaces, il est naturel de dire que la vîtesse qui passe un grand espace est plus grande que celle qui n'en parcourt qu'un petit, quoi que cette derniére comparée au tems du mouvement puisse être infiniment plus grande que l'autre. Raisons de Gassendi au même sujet.

C'est ce qui donne lieu d'inférer comme une conséquence nécessaire de cette position que le mobile doit parcourir un espace infini en un moment : car prenant pour la mesure de la chûte d'un mobile un espace comme A B divisé en parties égales aux points C, D, E, F, &c. Si l'on entend que le mobile ait parcouru le

LIV. II. CHAP. IX. Raisons de Gassendi au même sujet.

premier espace A C dans un certain moment de tems; il est constant que la vîtesse en D étant double de la vîtesse en C comme l'espace A D est double de l'espace C D, il ne faudra pour passer l'espace C D que la moitié du tems qu'il a falu pour passer A C. Par la même raison la vîtesse en E étant double de la vîtesse en D comme l'espace C E est double de D E, l'espace D E sera passé dans la moitié du tems qu'il a falu pour passer C D, c'est-à-dire dans le quart de celui de A C. Ainsi E F se passera dans la moitié du tems de D E, c'est-à-dire dans la huitiéme partie du tems de A C, & F G dans la seiziéme partie du même premier tems A C: & ainsi du reste à l'infini en continuelle progression sous-double. Mais toutes ces fractions $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$: $\frac{1}{8}$: $\frac{1}{16}$: &c. ne com-

composent un moment entier égal au premier que dans l'infini : posant donc l'espace AC ayant été parcouru dans un moment, il s'ensuit que le mobile parcourra un espace infini dans le tems d'un second moment égal au premier.

LIV. II. CHAP. IX. Raisons de Gassendi au même sujet.

Si l'on dit que les vîtesses dans chaque espace ne doivent pas être comparées à celle de l'espace immédiatement précédent, mais bien à tous les espaces passez depuis le commencement de sa chûte, ensorte que celle du second espace soit double de celle du premier, celle du troisiéme triple, celle du quatriéme quadruple &c. Il sera toûjours vrai de dire si le premier espace est parcouru dans un certain tems, qu'il ne faudra que la moitié de ce tems pour passer le second espace où la vîtesse est double de celle du premier, & un tiers du même tems pour passer le troisiéme espace où la vîtesse est triple, & un quart pour le quatriéme comme la vîtesse est quadruple, un cinquiéme au cinquiéme, un

LIV. II. CHAP. IX.

Raisons de Gassendi au même sujet.

un sixiéme au sixiéme, & ainsi des autres. Desorte qu'ajoûtant ces fractions comme $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ qui font un peu plus d'un moment entier de tems égal au premier, pendant que le mobile passe le second, le troisiéme & le quatriéme espace. Et celles-ci $\frac{1}{5} : \frac{1}{6} : \frac{1}{7} : \frac{1}{8} : \frac{1}{9} : \frac{1}{10} : \frac{1}{11}$: qui font encore un peu plus d'un moment entier égal au premier, pendant quoi le mobile passe le cinquiéme, le sixieme, le septiéme, le huitiéme, le neuviéme, le dixiéme, & l'onziéme espace & ainsi des autres; nous pourrons dire que le mobile parcourant un de ces espaces au premier tems, il passera un peu plus de trois espaces suivans au second tems, & peu plus de sept espaces au troisiéme, & par la même raison plus de vint espaces au quatriéme, plus de cinquante deux au cinquiéme, plus de huitante quatre au sixiéme, & ainsi à l'infini suivant la progression de ces nombres 1 : 3 : 7 : 20 : 52 : 84 : qui est près de la triple & fort éloignée de celle qui se voit par l'expérience dans la chûte des corps. L'ex-

LIV. II. CHAP. IX. Raisons de Gassendi au même sujet.

L'expérience même que le Pere le Cazre rapporte pour confirmer son opinion, la détruit & sert principalement à établir celle de Galilée. Prenés, dit-il, une balance dont un des bassins soit posé sur une table & l'autre en l'air ; & laissez tomber dans celui-ci une bale de plomb : vous verrez que tombant de la hauteur d'un de ses diametres, elle élevera le double de son poids mis dans l'autre bassin, & le triple si elle tombe de la hauteur de deux de ses diametres, comme le quadruple si elle tombe de trois fois sa hauteur & ainsi des autres. D'où il s'ensuit que les percussions étant les mêmes que les vîtesses, & celles-là étant proportionées aux espaces parcourus par la chûte du mobile, les vîtesses seront aussi comme les espaces.

Mais cette expérience est fausse ; & une balle de plomb tombant de la hauteur d'un de ses diametres n'élevera pas seulement le double de son poids mais plus de six ou sept fois autant. Et ce qui est de plus remarquable,

LIV. II. CHAP. IX. Raisons de Gassendi au même sujet.

c'est qu'ayant déterminé ce que cette balle peut élever tombant d'une certaine hauteur : si l'on veut qu'elle en éleve le double, il faut la faire tomber du quadruple de la même hauteur ; & pour en élever le triple, la hauteur de sa chûte doit être neuf fois plus grande que celle de la premiére, & seize fois plus grande pour élever le quadruple du premier poids & ainsi du reste ; ensorte que les hauteurs soient toûjours en raison doublée de celle des poids. Ce qui sert à confirmer la définition de Galilée, ainsi que nous dirons ci-après.

CHAPITRE X.

Un mobile en tombant aquiert à chaque moment un nouveau degré de vîtesse.

CHAP. X. Un mobile en tombant aquiert à chaque moment un nouveau dégré de vîtesse.

NOus pourrions tirer mille autres conséquences absurdes de cette position, aussi-bien que de toutes les autres de la même nature : comme de celles qui veulent que le mobile parcoure des espaces dans les tems égaux

en

en raiſon double ou triple &c. ; dont la fauſſeté ſe connoit par l'expérience. Mais pour ne point nous arrêter plus long-tems inutilement ſur cette matiére, nous allons expliquer les raiſons qui ſervent à établir la définition de Galilée, & faire voir qu'elle a ſeule toutes les conditions qui nous ont cidevant paru néceſſaires à un principe de phyſique : c'eſt-à-dire qu'elle n'a rien d'abſurde ; qu'elle eſt conforme aux loix ordinaires de la nature, étant ſimple, uniforme, aiſée ; & que tout ce qui arrive au mouvement accéléré des corps qui tombent, peut-être facilement expliqué par ſon moïen, ſans que de ſa poſition l'on puiſſe tirer aucune conſéquence impoſſible ou impertinente.

LIV. II. CHAP. X.

Un mobile en tombant aquiert à chaque moment un nouveau dégré de viteſſe.

Galilée après avoir dit qu'il n'y a rien de plus uniforme, de plus facile ni de plus conforme aux maniéres ordinaires de la nature, que de dire au ſujet de l'accélération du mouvement des corps qui tombent, *qu'un mobile en tombant aquiert en tous les momens égaux*

LIV. II. CHAP. X.

Un mobile en tombant aquiert à chaque moment un nouveau dégré de vîteſſe.

égaux de ſa chûte, des dégrez égaux de vîteſſe; & après avoir ſuppoſé par forme de pétition (qui a depuis été démontrée par Torricelli,) *que le mobile en tombant ſur des plans diverſement inclinez aquiert un même dégré de vîteſſe par tout, où il y a même hauteur perpendiculaire*: il fait voir qu'il ſuit néceſſairement de ſa définition que les eſpaces, que le mobile parcourt, ſont entr'eux en raiſon doublée des tems qu'il employe à les parcourir; enſorte que l'eſpace qu'il parcourt en deux tems, eſt quadruple de celui qu'il a paſſé dans le premier tems, & celui qu'il parcourt en trois tems, eſt neuf fois plus grand que le même. D'où il arrive que ces eſpaces parcourus dans des tems égaux ſe ſuivent, à commencer du point de repos, en continuelle progreſſion des premiers nombres impairs 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : &c. Enſorte que ſi le mobile paſſe un eſpace au premier tems, il en parcourra trois au ſecond, cinq au troiſiéme, ſept au quatriéme, neuf au cin-

cinquiéme, & ainsi des autres : ainsi que nous l'avons expliqué ci-devant.

CHAPITRE XI.

Prouvé par diverses expériences.

CHAP. XI. Prouvé par diverses expériences.

ET comme par l'expérience que Galilée propose en-suite de ce raisonnement, il paroit que les mouvemens des corps qui tombent, observent exactement ces proportions ; il conclut hardiment, par une espéce de démonstration, que l'on appelle dans les écoles *à posteriori*, que sa définition est véritable

Voici son expérience. Dans une piéce de bois de la longueur de dixhuit ou vint piés & de la largeur de neuf ou dix pouces en un sens & de trois pouces en l'autre, j'ai, dit-il, fait creuser dans toute l'étenduë de la piéce un canal d'un pouce de l'argeur sur le côté le plus êtroit, que j'ai fait tirer le plus droit & le plus uni qu'il a été possible, colant même au dedans du parchemin tres-fin & bien lissé afin

LIV. II. CHAP. XI.

Prouvé par diverses expériences.

afin d'y pouvoir faire librement couler une balle de bronze parfaitement ronde & polie. Puis élevant cette piéce de bois plus ou moins pour lui donner diverses inclinations, j'ai remarqué le tems juste que la balle employoit à descendre tantôt dans toute la longueur, tantôt dans la moitié, dans le quart, dans d'autres de ses différentes parties : & des expériences répétées plus de cent fois en tous les cas, il s'est toûjours trouvé que les espaces parcourus en toutes sortes d'inclination, étoient entr'eux comme les quarrez des tems de leur passage ; & que les tems de la chûte suivant les diverses inclinations, étoient en raison sous-doublée & réciproque de leurs hauteurs perpendiculaires, ainsi que nous l'avons dit ci-devant ; sans qu'il y soit jamais arrivé la moindre chose au contraire.

Et pour être parfaitement assûré de la mesure du tems : ayant, dit-il, fait attacher en haut un grand vaisseau plein d'eau avec un tuyau tres-fin sou-

soudé au fond, par lequel il découloit un petit filet d'eau, l'on la recevoit avec grand soin dans un verre pendant le passage de la balle : puis la pésant dans la derniére justesse avec une balance tres-exquise, l'on connoissoit par la différence des poids de l'eau, la différence des tems que la balle employoit à parcourir ses différens espaces. Et cela avec tant de précision que les tems de la chûte dans toutes ces observations répétées infinies de fois, ne se sont jamais trouvez avec une différence qui fut sensible dans un même cas. LIV. II. Prouvé par diverses expériences.

Nous pouvons joindre à ceci les expériences qui se sont faites depuis Galilée par Gassendi, par le Pere Mersene & par d'autres; & particuliérement celle que l'on a faite au long d'un mur de quarante huit piés de haut marquées par des lignes bien connoissables à la hauteur premiérement de vint-un piés à commencer du pié de la muraille, puis à celle de quinze piés au-dessus, puis de neuf & en-

LIV. II. CHAP. XI.

Prouvé par diverses expériences.

enfin à celle de trois piés: & ayant premiérement considéré qu'un corps qui tombe passe un espace de trois pouces dans le tems d'une demi seconde qui se trouve souvent égal à un battement d'artere; l'on a vû par une expérience répétée plusieurs fois que laissant tomber une balle assez grosse de toute cette hauteur de quarante huit piés, si elle se trouvoit préciſément au droit de la premiére marque en descendant de la hauteur de trois piés au premier battement d'artere ou d'une pendule de neuf pouces de longueur, elle répondoit justement vis à vis de la seconde marque en descendant de la hauteur de neuf piés au second battement, & vis à vis de la troisiéme marque en descendant de la hauteur de quinze piés au troisiéme battement, & qu'enfin elle touchoit à terre après être descenduë de vint-un piés au quatriéme. D'où vient que si nous prenons les premiers 3 piés pour le premier espace parcouru dans le premier tems; le second espace de

9 piés sera triple du premier au second tems ; le troisiéme de 15 piés au troisiéme tems sera quintuple ; & enfin le quatriéme de 21 piés au quatriéme tems sera septuple ; & ainsi des autres dans la suite des premiers nombres impairs.

Prouvé par diverses expériences.

Ainsi appliquant par un bout, au bas du diametre perpendiculaire d'un grand cercle décrit sur une muraille, une régle bien droite creusée dans sa longueur, comme celle dont Galilée s'est servi dans son expérience, & haussant l'autre bout en toutes sortes d'inclination au long de la circonférence du cercle ; si on laisse tomber deux balles dans un même tems, l'une de l'extrémité supérieure du même diametre perpendiculaire, & l'autre dans le canal de la régle, du point où elle touche la circonférence en quelqu'angle d'élévation que ce puisse être ; elles se trouveront toutes deux ensemble précisément au même tems à terre.

Ceci se confirme par divers autres effets de la nature qu'il est mal-

LIV. II. CHAP. XI.

Prouvé par diverses expériences.

aisé de bien expliquer par autre voye que par cette supposition. Ce que nous avons dit, par exemple, de l'expérience du P. le Cazre, c'est-à-dire d'une balle de plomb qui, tombant d'une certaine hauteur dans le bassin d'une balance, & élevant un certain poids mis dans l'autre bassin, doit tomber d'une hauteur quadruple de la premiére si l'on veut qu'elle éleve le double du premier poids, & d'une hauteur 9 fois plus grande pour élever le triple, & 16 fois plus grande pour le quadruple, 25 fois pour le quintuple. Et ainsi des autres, en sorte que les hauteurs soient toûjours en raison doublée des poids.

Cela, dis-je, ne peut pas être facilement entendu, si l'on ne dit que la différence des poids élevez marque la différence des percussions de la balle tombant dans le bassin: & ces percussions n'étant différentes qu'à proportion des vîtesses aquises par la chûte du mobile, comme les différentes hauteurs ne sont que les espaces que le mo-

mobile parcourt pour les aquérir ; il s'enſuit que les eſpaces parcourus ſont entr'eux en raiſon doublée ou comme les quarrez des vîteſſes aquiſes, conformement à la définition de Galilée.

LIV. II. CHAP. XI. Prouvé par diverſes expériences.

Celle-ci eſt encore de la même nature. Prenez un tuyau debout dans lequel il y ait de l'eau qui demeure toujours à une certaine hauteur comme à celle d'un pié, & recevez celle qui en découle pendant un certain tems par un petit trou comme d'une ligne de diametre creuſée dans le fond du tuyau, (qui ſoit par exemple d'une demi livre d'eau dans le tems de 13 ſecondes.) Si vous voulez en avoir deux fois autant, c'eſt-à-dire une livre qui coule dans le même tems & par le même trou, il faudra que l'eau ſoit toûjours dans le même tuyau à la hauteur de 4 piés, à celle de 9 piés ſi l'on veut en avoir le triple ou une livre & demie, & de 16 piés pour le quadruple ou pour deux livres, & ainſi du reſte, enſorte que les hauteurs de

LIV. II. CHAP. XI.

Prouvé par diverses expériences.

l'eau dans le tuyau, soient toûjours comme les quarrez des poids de l'eau qui s'écoule dans un même tems.

Or comme la différence de la quantité de l'eau qui passe par un même trou en même tems, ne vient que de la différence vîtesse avec laquelle elle s'écoule; & comme cette différente de vîtesse ne provient que de la quantité de l'eau qui pése au dessus & qui se fait sentir à proportion de sa hauteur dans le tuyau: il paroît que ces mêmes hauteurs sont entr'elles en raison doublée des vîtesses qu'elles impriment à l'eau de dessous; lesquelles étant les mêmes que celles que l'eau auroit aquises en tombant des mêmes hauteurs, c'est-à-dire en parcourant les mêmes espaces; il s'ensuit toûjours que les espaces parcourus sont entr'eux en raison doublée des vîtesses.

Si le tuyau étant plein jusqu'au sommet vous laissez écouler toute l'eau par le même trou, vous verrez avec plus de facilité que les espaces que l'eau

l'eau parcourt en diminuant dans le tuyau dans des tems égaux se suivent en progression des nombres impairs. Comme si le tuyau étant de trois piés de haut ou de 36 pouces, vous remarquez que l'eau descende de la hauteur d onze pouces en trois battemens d'artere ou d'une pendule, elle descendra précisément de 9 pouces, puis de 7, puis de 5, de 3, & enfin de la derniére hauteur d'un pouce. Et toûjours dans le même tems de trois battemens; conformement à la nature du mouvement expliqué par Galilée.

LIV. II. CHAP. XI. Prouvé par diverses expériences.

Or pour montrer que l'eau qui pése dans le tuyau imprime à celle du fond, la même vîtesse qu'elle auroit aqüise si elle êtoit tombée de la hauteur où sa surface supérieure se trouve dans le même tuyau: il ne faut que faire ensorte que l'eau sortant par le fonds puisse rejaillir vers le haut à plomb; car on la verra remonter à la même hauteur de cette surface supérieure, (si l'air & les autres empéchemens de dehors ne lui ôtoient rien

LIV. II. CHAP. XI.

Prouvé par diverses expériences.

de sa vîtesse,) ainsi qu'elle feroit si c'étoit un corps solide & qui pût-être reflêchi, lequel en tombant de la même hauteur auroit aquis un dégré de vîtesse capable de le faire remonter au lieu d'où il seroit parti.

Attachez deux cordes de même longueur & grosseur sur une ligne horizontale à un mur comme à la hauteur de trois piés, les faisant soûtenir sur un appui parallele au mur à la même hauteur ; faites pendre à chacune à l'autre bout un poids égal, comme d'une livre, qui les tienne l'un & l'autre en situation horizontale mollement, mais également bandées & paralleles entr'elles. En-suite les tirant toutes deux ensemble horizontalement par leur milieu, laissez les aller en même tems, & vous verrez premiérement qu'elles feront diverses allées & venuës horizontales qui seront toutes dans des tems égaux soit dans le commencement ou dans la fin de leur mouvement. Cela posé: si vous voulez que les vibrations de l'une, comme

de

de la premiére, se fassent deux fois plus vîte que celles de la seconde, ensorte que celle-là en fasse deux dans le tems que celle-ci n'en fera qu'une; il ne faut que bander la premiére deux fois plus que la seconde en lui attachant un plus grand poids: & ce poids pour cét effet ne doit pas être seulement de deux livres, c'est-à-dire double du premier poids que nous avons supposé d'une livre, mais bien de quatre livres ou quadruple, & de 9 livres si l'on veut que les vibrations soient triples, de 16 livres si on les veut quadruples, & ainsi des autres; ensorte que les poids soient toûjours en raison des quarrez des vîtesses des vibrations.

LIV. II. CHAP. XI. Prouvé par diverses expériences.

Or comme cette différence de poids pour produire cette différence de vîtesse, fait le même effet qu'un même poids qui tomberoit de différentes hauteurs: il paroît que ces hauteurs étant proportionées au poids seroient toûjours entr'elles en raison doublée des vîtesses.

LIV. II. CHAP. XI.

Prouvé par diverses expériences.

Toutes ces expériences font voir cette admirable uniformité de la nature dans ses actions, qui se rencontrent par tout si conforme à la position de Galilée : à quoi nous allons encore ajoûter l'expérience des pendules. Attachez en haut des cordes de différentes longueurs avec des poids pendans au bout ; enforte néanmoins que les longueurs soient comme les nombres quarrez 1,4,9,16,&c. Comme si celle de la premiére est d'un pié, que la seconde soit de 4 piés, la troisiéme de 9 piés, la quatriéme de 16 piés, &c. puis éloignant les poids de leur position de repos, c'est-à-dire de la perpendiculaire, laissez les aller toutes en même tems ; & vous verrez que les vibrations ou allées & venuës de la plus petite ou de celle d'un pié, iront quatre fois plus vîte que celles de la plus grande de 16 piés, trois fois plus vîte que celles de 9 piés, & deux fois plus vîte que celle de 4 pies; c'est-à-dire que dans le tems que la pendule de 16 piés fera une de ses vibrations, celle

celle de 4 piés en fera deux, & celle d'un pié en fera quatre; & dans le tems d'une des vibrations de celle de 9 piés, celle d'un pié en fera trois; & cela dans une juſteſſe admirable, enſorte que les nombres des vibrations ſoient toûjours entr'eux en raiſon doublée des longueurs des cordes.

LIV. II. CHAP. XI. Prouvé par diverſes expériences.

Pour bien entendre ceci: ſuppoſant que la corde AF où pend le poids F ſoit quadruple de la corde A B où pend le poids B; l'arc F G ſera quadruple de AC & F H de B D; ainſi la droite I H qui eſt la hauteur perpendiculaire que le poids F parcourt en deſcendant de F en H, ſera quadruple de la droite ED qui eſt la hauteur perpendiculaire parcouruë par le poids B deſcendant de B en D. Maintenant comme on ſait par l'expérience que les vibrations de la pendule B ſont doubles de celle de la pendule F, le tems du paſſage de F en H ſera égal au tems du paſſage de B en C, c'eſt-à-dire double du tems du paſſage de

LIV. II. CHAP. XI. Prouvé par diverses expériences.

B en D : mais dans le tems du passage de F en H, le mobile F a parcouru l'espace perpendiculaire I H quadruple de l'espace perpendiculaire E D que le mobile B a parcouru dans le tems du passage de B en D ; il paroît donc que les espaces parcourus par les mobiles sont entr'eux en raison doublée des tems de leur passage.

Ces mêmes espaces sont aussi comme les quarrés des vîtesses des mêmes mobiles : car le poids F parcourant l'espace F H dans le même tems que le poids B parcourt l'espace B C ; & l'espace F H étant double de l'espace B C ; (car il est quadruple de B D :) il s'en-

s'enſuit que la vîteſſe du poids F eſt double de la vîteſſe du poids B, & qu'elle eſt par conſéquent à la vîteſſe du poids B en raiſon ſous doublée de l'eſpace perpendiculaire H I qu'il parcourt; à l'eſpace perpendiculaire E D parcouru par le poids B.

LIV. II. CHAP. XI. Prouvé par diverſes expériences.

L'on peut encore montrer par une autre expérience que la vîteſſe du poids F eſt ſeulement double de la vîteſſe du poids B, quoi que la longueur de la corde A F ſoit quadruple de la longueur A B : il ne faut que mettre une balle en H ſur une régle horizontale, enſorte que la balle qui pend en F la puiſſe fraper bien à plein en tombant de F en H ; & un autre au point D qui puiſſe recevoir l'impreſſion de la balle B tombant de B en D ; car faiſant l'expérience avec ſoin, & ſuppoſé que les balles ſoient égales par tout, on trouvera que la balle en H ſera chaſſée deux fois plus loin que la balle en D & trois fois plus loin ſi la corde A F étoit neuf fois plus longue, que A B, & quatre fois ſi elle êroit

LIV. II. CHAP. XI.

seize fois plus longue, & ainsi des autres.

CHAPITRE XII.

Raisonnemens de Balian au même sujet

CHAP. XII. Raisonnemens de Balian au même sujet.

JE ne veux pas oublier que Balian Sénateur de la République de Génes dans son livre du mouvement, qui a paru dans le même tems que celui de Galilée, se sert de l'expérience des pendules pour démontrer ce que Galilée tire en conséquence de sa définition; c'est-à-dire que les espaces parcourus par un mobile tombant sont entr'eux en raison doublée des tems qu'il employe à les parcourir.

Pour cét effet il suppose. 1. Que l'on peut prendre dans la circonférence d'un cercle un arc tellement petit qu'il ne sera point différent de sa tangente au moins sensiblement, & que ce que l'on dira de l'un pourra être entendu de l'autre sans erreur.

2. Que le mouvement des pendules dans leur commencement n'est

point différent du commencement de celui des corps qui tombent. LIV. II. CHAP. XIII.

3 Que les tems du paſſage de deux pendules par des arcs ſemblables & ſemblablement poſez, ſont entr'eux comme les tems de leurs vibrations entiéres, c'eſt-à-dire en raiſon ſous-doublée des longueurs de leurs cordes. Raiſonnement de Balian au même ſujet.

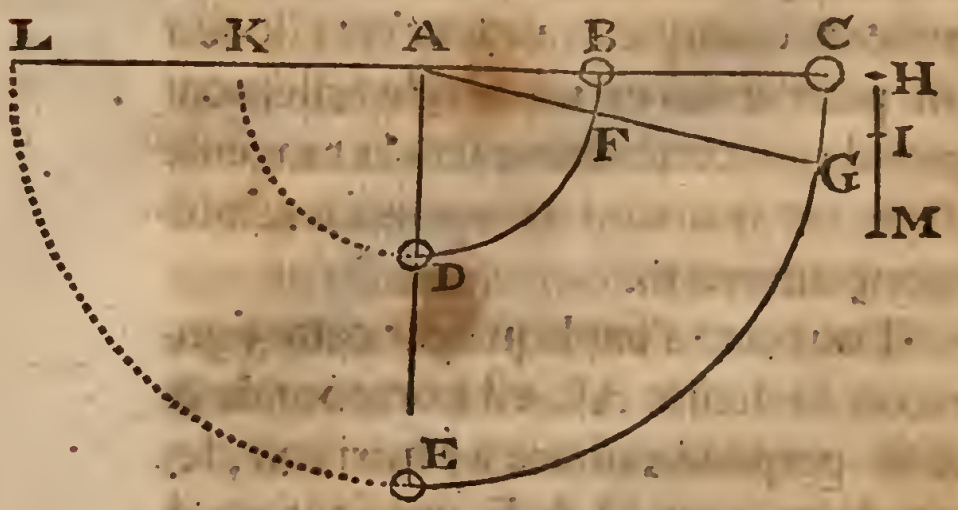
4. Et qu'enfin une ligne droite étant priſe de quelque grandeur qu'elle ſoit on peut trouver un cercle tellement grand, que cette droite ſera la tangente d'un arc qui n'en ſera point ſenſiblement différent.

Tout ceci s'explique par cette figure, où la droite AC eſt horizontale & AE perpendiculaire à l'horizon, les pendules ſont D & E pendant en A aux deux cordes AD, AE: il dit premiérement que dans le cercle BFD décrit par la pendule D élevée juſqu'à l'horizontale AB, l'on peut prendre un arc tellement petit à commencer du point B, qu'il ne différera point ſenſiblement de la ligne droite, qui

LIV. II. CHAP. XII.

au même point B seroit tangente du même arc : & comme cette tangente seroit perpendiculaire à l'horizon ; il s'ensuit en second lieu, que le mouvement du poids de la pendule B par ce petit arc ne sera point différent du mouvement du même poids B qui tomberoit librement par cette tangente. En troisiéme lieu si l'on me-

Raisonnement de Balian au même sujet.



ne du point A la droite A F G qui coupant la circonférence B D en F & C E en G, fasse les arcs B F, C G semblables & semblablement posez à l'égard du commencement de la chûte : il dit que le tems du passage de la pendule B par l'arc B F est au tems du passa-

passage de la pendule C par C G en même raison que le tems de la vibration entiére B D K est à celui de la vibration C E L c'est-à-dire, comme il se voit par l'expérience, en raison sous-doublée de celle de la ligne A D à A E. Soit enfin l'arc B F si petit qu'il ne différe point sensiblement de sa tangente qui soit H I; il est constant que si l'on fait que le rayon AB soit à un autre comme A C, ainsi que la droite H I est à un autre droite H M de quelque grandeur qu'elle puisse étre, l'arc CG dans la circonférence de ce grand cercle ne sera point différent sensiblement de la droite H M qui en sera la tangente, comme H I est la tangente de l'arc BF; & ce que l'on dira de l'arc CG pourra être entendu de la droite H M sans aucune erreur. Cela posé, il fait ce Théorême.

LIV. II. CHAP. XII. Raisonnement de Balian au même sujet.

Les espaces parcourus par un mobile tombant à commencer du point de repos, sont entr'eux comme les quarrez des tems que le mobile employe à les parcourir.

Soient,

LIV. II. CHAP. XII.

Raisonement de Balian au même sujet.

Soient, dit il, deux espaces HI & H M parcourus par un mobile tombant du point de repos H. Je dis que la droite H I est à H M comme le quarré du tems que le mobile employe à passer l'espace HI, est au quarré du tems de son passage par H M. Soit A B demi-diametre d'un cercle tellement grand que l'arc comme B F, dont la tangente au point B sur l'horizontale A C est égale à HI, soit si petit à l'égard de toute la circonférence, qu'il ne soit point différent sensiblement de la perpendiculaire HI; & comme HI est à H M, ainsi le rayon AB soit à un autre comme AC, dont la circonférence sera par conséquent si grande que l'arc C G coupé par la droite A F continuée, sera aussi tellement petit à l'égard de toute sa circonférence qu'il ne différera point sensiblement de sa tangente, laquelle sera égale à H M & perpendiculaire au point C. Il n'y aura donc point, par la seconde supposition, de différence entre le mouvement de la pendule B par l'arc B F & celui du poids tombant

bant librement du point B par la tangente perpendiculaire égale à HI, ni entre le mouvement de la pendule C par l'arc C G & celui du poids tombant de C par la tangente perpendiculaire & égale à HM; & le tems de l'un sera égal au tems de l'autre. Or comme les arcs B F, C G sont semblables & semblablement posés, le tems du passage de B par l'arc BF est par la troisiéme supposition, au tems du passage de C par l'arc CG, comme le tems de la vibration entiére B D K est au tems de la vibration CEL: & ces tems étant par l'expérience en raison sous doublée des longueurs des cordes A B, A C; il s'ensuit que le tems du mobile tombant par la perpendiculaire HI est au tems de son passage par la perpendiculaire HM, en raison sous doublée des longueurs AB, AC. Mais AB par la construction est à A C comme H I est à HM; donc HI est à H M comme le quarré du tems du mobile tombant par H I est au quarré du tems de son passage par H M.

LIV II. CHAP. XII. Raisonement de Balian au même sujet.

CHA-

LIV. II. CHAP. XIII.

CHAPITRE XIII.

Raisonnemens de Monsieur Hugens.

Raisonemens de Mr Hugens.

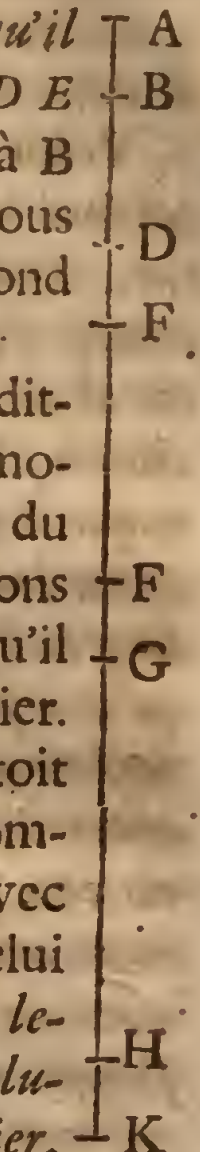
MOnsieur Hugens dans son livre des horloges à pendules a voulu démontrer ce que Galilée prend pour principe dans sa définition, disant dans sa premiére propositon de la chûte des poids, *qu'en tems égaux il s'accroit au corps qui tombe des parties égales de vîtesse.* Et pour le démontrer voici comme il argumente.

Posons qu'un mobile tombant du point A passe au premier tems l'espace A B, & qu'arrivant en B il y ait aquis un dégré de vîtesse qui lui fasse parcourir, au second tems d'un mouvement égal, un autre espace comme B D. Or nous savons que l'espace qui doit être parcouru au second tems, doit être plus grand que B D, parce que cét espace seroit parcouru cessant même toute action de la pésanteur: mais comme le mobile est porté d'un mouvement composé du mouvement égal par lequel il passeroit l'espace B

D

D & de celui des poids qui tombent *par lequel il eſt néceſſaire qu'il ſoit porté en bas par l'eſpace D E égal à AB*; ajoûtant donc à B D l'eſpace DE égal à AB, nous ſavons que le mobile au ſecond tems arrivera en E.

LIV. II. CHAP. XIII. Raiſonnemens de Mr Hugens.



Mais ſi nous cherchons, dit-il, quelle eſt la vîteſſe que le mobile doit avoir en E à la fin du ſecond tems, nous trouverons qu'elle eſt double de celle qu'il avoit en B à la fin du premier. Car nous avons dit qu'il étoit emporté d'un mouvement compoſé du mouvement égal avec la vîteſſe aquiſe en B & de celui qui lui vient de ſa péſanteur, *lequel au ſecond tems étant abſolument le même qu'au premier, doit dans le cours du ſecond tems conférer au mobile une vîteſſe égale à celle qu'il lui a imprimée dans la fin du premier tems.* Partant comme le mobile a conſervé entiérement la vîteſſe aquiſe à la fin du premier tems, il paroît

LIV. II. CHAP. XIII. Raisonnemens de Mr Hugens.

roît qu'il a dans la fin du second tems deux fois, c'est-à-dire le double de cette même vîtesse.

Voilà la démonstration dans les mêmes termes que j'ai traduits du latin, dans laquelle sa maniére de raisonner a quelque chose qui fait peine; car il ne paroît pas bien que nous sachions, comme il dit, *qu'il est nécessaire que le mobile au second tems soit porté par le mouvement de sa pésanteur au long de l'espace* DE *égal à l'espace* AB *qu'il a passé dans le premier tems*; à moins que l'on ne pose que le mouvement des graves est uniforme, & l'on ne voit pas clairement que *ce mouvement qui lui vient de sa pésanteur soit*, comme il dit, *absolument le même au second tems qu'au premier, ni qu'il doive conférer au mobile dans le cours du second tems une vitesse égale à celle qui lui a été imprimée à la fin du premier*, si l'on ne suppose le principe de Galilée, c'est-à-dire que le mobile en tombant aquiert dans les tems égaux de sa chûte des dégrez égaux de vîtesse.

Qui

Qui eſt pourtant ce qu'il faloit démontrer. LIV. II. CHAP. XIII.

Cette défectuoſité dont je viens de parler n'eſt que dans la forme du ſyllogiſme, & elle n'ôte rien à la vérité de l'hypothéſe, ſur laquelle il démontre fort bien, (ſuppoſé que la vîteſſe en E au ſecond tems, ſoit double de la vîteſſe en B, & celle que le mobile a aquiſe en G au troiſiéme tems triple de la même,) que les eſpaces B D, E F, G H étant parcourus d'un mouvement égal, l'eſpace E F paſſé avec la vîteſſe en E eſt double de l'eſpace B D paſſé avec la vîteſſe en B, & l'eſpace G H paſſé avec la vîteſſe en G triple du même eſpace B D, & ainſi du reſte. Raiſonnemens de Mr Hugens.

En-ſuite il fait voir que l'eſpace paſſé dans un certain tems par un mobile tombant du point de repos, eſt la moitié de celui qu'il paſſeroit d'un mouvement égal en même tems & avec la vîteſſe aquiſe au dernier moment de ſa chûte: c'eſt-à-dire que l'eſpace B D paſſé d'un mouvement égal

LIV. II. CHAP. XIII. Raisonnemens de Mr Hugens.

égal au second tems avec la vîtesse aquise en B, est double de l'espace A B passé dans le premier tems par le mobile tombant du point de repos A. Car comme les espaces parcourus dans les quatre premiers tems égaux sont A B, B E, E G, G K. qui ont entr'eux une certaine proportion; si nous prenons les doubles des mêmes tems, ensorte que nous ayons pour premier tems, les deux pendant lesquels le mobile a parcouru les deux espaces A B, B E & pour second les deux autres pendant lesquels les deux espaces E G, G K ont été passés. Il faut que les deux espaces A E, E K parcourus dans des tems égaux par le mobile tombant du point de repos A, soient entr'eux comme les espaces A B, B E qui sont aussi passés dans des tems égaux partant du même point de repos A; & en changeant que B E ou son égal D A soit à A B comme E K à A E, & en divisant D B à A B comme E K moins A E est à A E. Mais E K étant égal à cinq

cinq D B & deux A B, & A E égal à B D & deux A B; E K moins A E ſera égal à quatre D B; & partant D B eſt à A B ou quatre D B à quatre A B, comme quatre D B eſt à D B & deux A B; donc D B eſt égal à deux A B. LIV. II. CHAP. XIII. Raiſonnement de Mr Hugens.

D'où il s'enſuit que les eſpaces parcourus dans des tems égaux à commencer du point de repos, ſont entr'eux comme les quarrez des tems de leur chûte ou comme les quarrez des vîteſſes aquiſes. Car puis-que les eſpaces A B, B E, E G, G K paſſez dans des tems êgaux, ſe ſurpaſſent l'un l'autre d'un même excez qui eſt égal à B D; il paroît que B D étant double de A B, l'eſpace B E ſera triple du même; & E F êtant double de B D, E G ſera quintuple de A B; ainſi G H étant triple de B D, G K ſera ſeptuple du même A B & ainſi des autres dans la ſuite des premiers nombres impairs 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : &c. qui ſont les différences des premiers quarrez.

CHA-

LIV. II. CHAP. XIV.

CHAPITRE XIV.

Suite de la réponce à la cinquiéme objection.

Suite de la réponce à la cinquiéme objection.

L'On pourroit maintenant dire avec quelque raiſon que tout ce que nous venons d'expliquer pour établir nôtre hypothéſe ſur la nature du mouvement des corps qui tombent ſuivant le ſentiment de Galilée, peut également convenir à celle qui veut que l'accroiſſement de vîteſſe ſe faſſe ſuivant la progreſſion des ſinus verſes, ſuppoſé, comme il a été dit ci-devant, que ces deux opinions ſoient de telle nature qu'elles ne puiſſent être convaincuës de faux par les expériences que nous pouvons faire. Et qu'ainſi la difficulté en la cinquiéme objection reſte toûjours en ſon entier à cét égard, par laquelle il eſt dit que ſuivant cette derniére hypothéſe, la figure parabolique que l'on donne à la ligne de la projection des corps ſe trouveroit fort altérée & toutes les conſéquences que l'on en tire.

Mais il eſt tres facile d'y répondre, en niant ſeulement la conſéquence de

la

la propoſition: car quand il ſeroit même véritable que l'accroiſſement de vîteſſe dans le mouvement des corps qui tombent, ſe fit ſuivant la proportion des ſinus verſes; la figure paraboli-que que l'on donne à la ligne de la projection ne s'en trouveroit pas pour cela ſi fort altérée, que l'on n'en pût tirer les mêmes conſéquences; puiſque la courbe décrite par le mobile tombant ſuivant cette hypothéſe, ſeroit tellement conforme dans ſon commencement à nôtre ligne parabolique, que tout ce que nous avons dit, de celle-ci pourroit être hardiment prononcé de l'autre, ſans craindre de faire aucune erreur qui pût devenir ſenſible dans des projections vint fois plus grandes que celles qui ſe font ordinairement parmi nous. Outre que cette opinion des ſinus verſes, quelque ingénieuſe qu'elle ſoit, eſt ſuſpecte par ſes conſéquences: parce que ce qui ſuit de cette hypothéſe, (ſuppoſant le mouvement de la terre,) qu'un mobile en tombant arriveroit au centre en ſix heures de

LIV. II. CHAP. XIV. Suite de la réponce à la cinquiéme objection.

LIV. II. CHAP. XIV. Suite de la réponce à la cinquiéme objection.

tems, se trouve peu conforme aux suites de nos expériences par lesquelles nous savons qu'un corps qui tombe, parcourt peu plus de deux toises dans le tems d'une seconde. Car si nous faisons que comme le sinus verse d'une seconde est au sinus total, ainsi l'espace de deux toises parcourus pendant une seconde est à un quatriéme proportionel, c'est-à-dire au demi-diametre de la terre; nous trouverons plus de vint-quatre millions de toises pour la longueur de ce demi-diametre, que nous savons néanmoins n'en avoir pas plus de trois millions.

CHAPITRE XV.

Réponce à la sixiéme objection.

CHAP. XV. Réponce à la sixiéme objection.

NOus pouvons répondre à la sixiéme objection ce que dit Galilée & que nous avons expliqué ci-devant dans la réponce à la quatriéme objection; c'est-à-dire en exceptant des régles de nôtre Théorie les effets prodigieux que le feu de la poudre im-

imprime aux balles d'artillerie, dont la vîteſſe eſt, dit-il, ſurnaturelle; & avoüant comme lui, que la ligne que décrit la balle d'un mouſquet eſt, au moins dans ſon commencement, plus droite qu'il ne faut pour être parabolique, & qu'elle ne ſeroit en effet ſi l'impreſſion n'étoit pas ſi violente: ce qui peut être cauſe que la portée de but en blanc & celles qui ſe font avec peu d'élévation ſur l'horizontale, ſont plus grandes qu'elles ne ſont marquées dans les tables. Mais comme cela n'arrive pas aux autres projections, & principalement à celles des Bombes, qui ne ſont pas pouſſées avec tant de violence, & dont les tirs les plus ordinaires ſe font ſur des angles de plus grande élévation: nous n'avons pas de ſujet de nous plaindre de ces petites exceptions, qui ne nuiſent point du tout au deſſein principal de cét Ouvrage, lequel n'eſt fait que pour faciliter les pratiques de l'artillerie qui ſont communes & ordinaires parmi nous.

LIV. II. CHAP. XV. Réponce à la ſixiéme objection.

IV. II. CHAP. V. Réponse à la 1. objection.

Ce n'eſt pas que l'expérience rapportée dans cette objection ne ſoit ſuſpecte, c'eſt-à-dire celle d'un mouſquet qui, chaſſant à toute volée à la longueur de 360 toiſes, porté de but en blanc à celle de 100 toiſes; ce qui ne devroit arriver ſuivant les tables qu'à l'élévation de huit dégrez. Car dans toutes ces ſortes d'expériences, il y a un concours de tant de cauſes différentes qui peuvent altérer la préciſion des effets, que le plus ſouvent ce que l'on impute à l'une dépend de l'autre, & même de celle à laquelle on n'aura point fait de réfléxion.

Ainſi l'on peut dire dans celle-ci par exemple, que la plus grande portée que l'on détermine à 360 to., eſt ici beaucoup moindre qu'elle ne devroit être, parce qu'ayant plus de chemin à faire que les autres, elle trouve plus d'obſtacle par la réſiſtance du milieu: & que la violence de l'agitation de l'air, que celle de la balle lui imprime en paſſant, ſuſpend peut-être en quelque maniére l'effet de ſa péſanteur & lui

lui donne par ce moïen plus d'étenduë de portée dans les petites élévations.

LIV. II. CHAP. XV.

Réponce à la sixiéme objection.

Outre que ces tirs de but en blanc, quelque précaution que l'on prenne, s'élevent toûjours au dessus du niveau du but, tant parce que mirant au long du mousquet qui est plus fort de métail à la culasse qu'à la bouche, la direction de l'ame se trouve élevée de quelques dégrez, que par la raison que nous avons aportée ci-devant de l'action de la poudre qui, s'enflammant successivement sous la balle, la fait hausser considérablement. Desorte que si l'on assemble toutes ces causes & d'autres encore que nous ne conoissons pas: ne peut-on pas dire que pensant tirer horizontalement, il arrive souvent que la balle est portée notablement en haut, & même jusqu'à l'élévation de sept ou huit dégrez; dont il n'est pas si facile de reconoître la différence, & bien moins encore de distinguer la cause à laquelle on la doive imputer.

Ce qui fait que je crois que l'on peut assûrer avec beaucoup d'apparence

LIV. II. CHAP. XV.

Réponce à la sixiéme objection.

de raison que la nature agissant toûjours d'une maniére, les coups de mousquet dans leurs portées ne sortent point des régles qu'elle a établies pour tous les autres corps jettez ; & que lors-qu'il se trouve de la différence dans l'exécution, cela vient ordinairement du faux jugement que nous faisons de la direction de la balle & de l'estime de sa véritable portée.

LIVRE TROISIEME. LIV. III.

Confirmation de la même doctrine par les expériences.

CHAPITRE PREMIER.

Explication d'une expérience du Pere Merſene. CHAP. I. Explication d'une expérience du Pere Merſene par un jet d'eau.

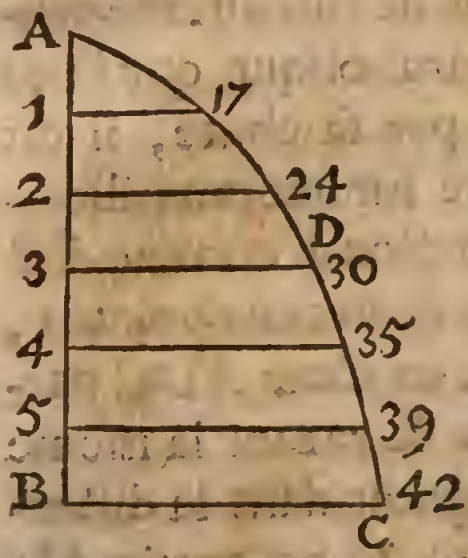
VOici l'expérience d'un jet d'eau tirée des Hydrauliques du P. Merſene, par laquelle voulant montrer que la réſiſtance de l'air altére beaucoup la ligne parabolique que l'eau devroit décrire par ſa chûte, il dit qu'ayant marqué ſur une muraille une ligne droite à plomb comme A B diviſée en parties égales aux points 1, 2, 3, 4, &c., le jet d'eau ADC partant du point A & razant la même muraille, s'éloignoit dans la diſtance de la premiére de ces parties à la longueur horizontale de dixſept pouces; à la ſeconde de vint-quatre pouces; à la troiſiéme de trente; à la quatriéme de trente cinq; à la cinquiéme

LIV. III. CHAP. I.

Explication d'une expérience du Pere Merſene par un jet d'eau.

de trente neuf : à la ſixiéme de quarante deux : dont les quarrez, dit-il, ne ſont pas entr'eux comme les parties de la droite A B qui leur répondent, ainſi qu'ils devroient être, ſi ces nombres étoient les ordonnées d'une ligne parabolique A D C dont l'axe eſt la droite A B & le ſommet au point A.

En-ſuite il s'embaraſſe dans des réfléxions de Géometrie, aſſez ſubtiles, mais qui ne font rien au ſujet, ſans



1	17	17		17	3½		
2	24	24	1	24	6		
3	30	29	6	30			
4	35	34		34	8		
5	39	38		38	9		
6	42	41	8	42	5		

s'appercevoir que ces nombres ne ſont pas tant éloignez qu'il dit de nôtre hypothéſe. Car ſi l'on ſuppoſe qu'à la premiére partie la premiére ordonnée ſoit, comme il dit, de dixſept pouces ; la ſeconde ſuivant nôtre Théo-

Théorie doit être de vint-quatre pouces & une ligne; la troiſiéme de vint-neuf pouces ſix lignes; la quatriéme de trente quatre pouces; la cinquiéme de trente huit, & la ſixiéme de quarante & un pouces huit lignes. Où l'on voit que les différences des nombres qu'il poſe & de ceux que demande la ligne parabolique ſont ſi petites, qu'il y a raiſon de douter de la juſteſſe de ſon calcul; outre qu'il y a peu d'apparence que les ordonnées ſe trouvent ſi juſtes en nombres entiers & même plus grans ſur la fin qu'ils ne devroient être, quand même il n'y auroit point de réſiſtance dans l'air, laquelle devroit bien plûtôt en diminuer l'étenduë que l'augmenter. Ce qui me fait croire que le jet d'eau s'élargiſſant, comme il dit, en forme d'ellipſe à meſure qu'il s'éloigne du point de ſa chûte, il a pris ponr la fin de ſes ordonnées l'étenduë des gouttes les plus éloignées au lieu de celle du milieu. Si l'on poſe que la troiſiéme des ordonnées ſoit juſtement de trente pouces,

LIV. III. CHAP. I. Explication d'une expérience du Pere Merſenne par un jet d'eau.

LIV. III. CHAP. I.

Explication d'une expérience du Pere Merſene par un jet d'eau.

les différences n'en ſeront pas ſi grandes ; comme l'on voit par les nombres de la table dont les premiers ſont ceux de l'expérience du Pere Merſene ; les ſeconds ſont ceux qui devroient être, ſuppoſé que la prémiere ordonnée fut de dixſept pouces ; & les derniers, ſuppoſé que la troiſiéme ordonnée fut de trente pouces. Et partout on voit que le jet d'eau ſuit aſſez exactement la ligne de nôtre hypothéſe, c'eſt-à-dire la parabolique.

CHAPITRE II.

Premiére expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par Monſieur Mariote.

CHAP. II.

Premiére expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par Mr Mariote.

MOnſieur Mariote après avoir fait diverſes expériences particuliéres des jets d'eau, en a fait voir une dans l'Académie Royale des Sciences qui convient préciſément à la Théorie de Galilée. Ayant fait élever un tonneau plein d'eau à la hauteur de ſept ou huit piés, percé dans le fond par un tuyau perpendiculaire

de

de six piés de long & d'environ deux pouces de diametre, avec un ajutoir ou robinet perpendiculaire & un autre incliné suivant l'angle de 45 dégrez : il a fait voir que l'eau, sortant par deux robinets en même tems, faisoit deux jets dont le perpendiculaire étoit toûjours moindre de quelques pouces que la hauteur de l'eau contenuë dans le tonneau ; & l'autre s'étendoit au loin, ensorte néanmoins que sa longueur horizontale étoit toûjours doublé de la hauteur du jet perpendiculaire ; l'un & l'autre diminuant avec une admirable uniformité à mesure que l'eau du tonneau se vuidoit, & conservant toûjours cette proportion double du grand jet à la hauteur du petit.

LIV. III. CHAP. II. Premiére expérience faite a l'Académie Royale des Sciences par Mr Mariote.

Les autres expériences qui se sont faites & répétées plusieurs fois dans la même Académie, & même à l'Observatoire en présence de Monseigneur le Dauphin, ne permettent pas que l'on puisse douter davantage de la vérité de nôtre supposition, à la-

LIV. III. CHAP. I.

quelle elles se sont trouvés conformes en tous les cas avec autant de précision & de justesse que l'on sauroit attendre des expériences humaines.

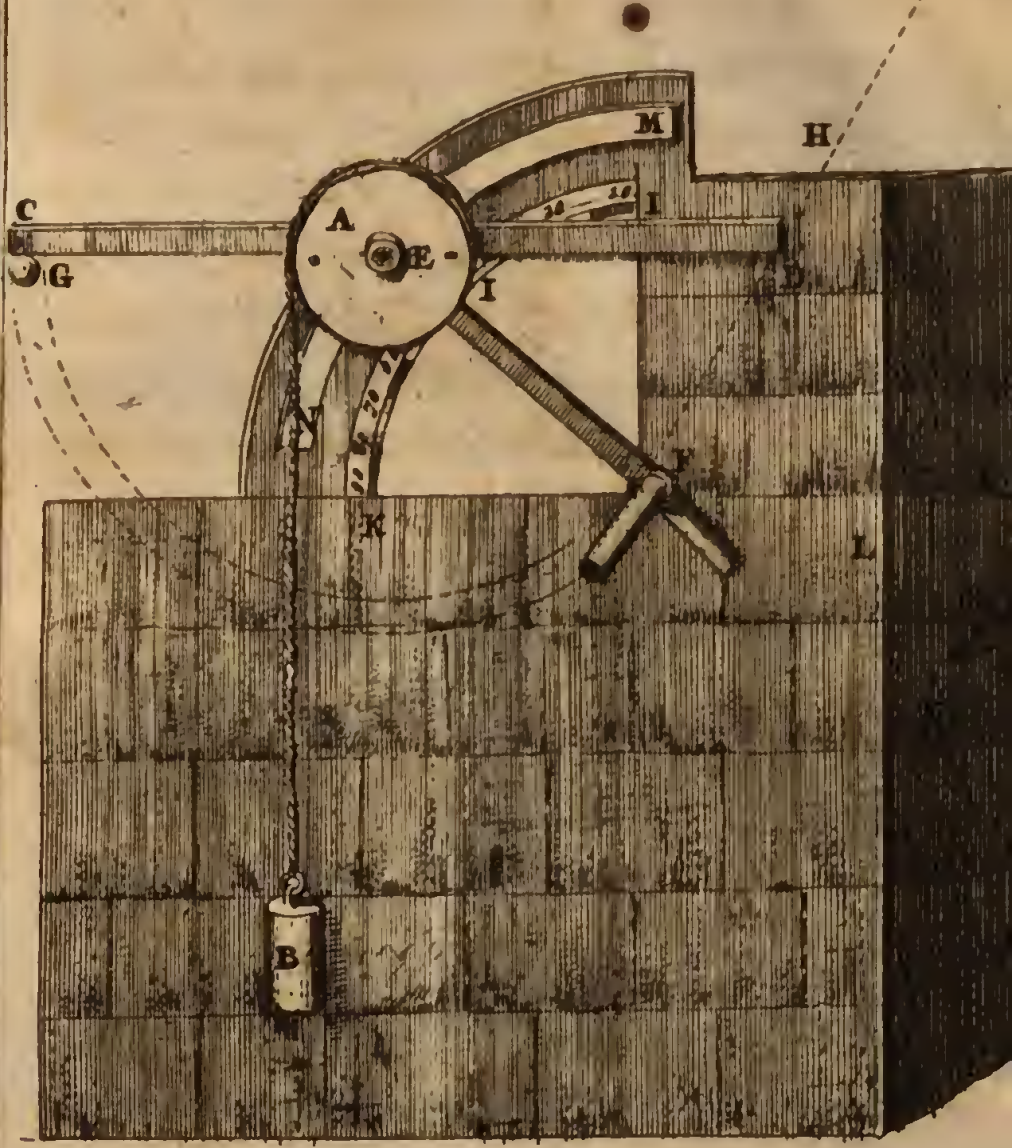
CHAPITRE III.

Seconde expérience faite à l'Académie Royale des Scences, par la machine de Monsieur Perrault.

CHAP. III. Seconde expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par la Machine de Mr. Perrault.

ET sans parler de celles que j'ai faites en mon particulier avec de l'eau, avec un arc, une arbaletre, un arc à jaler, un trébuchet fait à l'imitation des Baliſtes des Anciens; & même avec un piſtolet chargé toûjours également & de même poudre, (quoi qu'elles ayent toutes réüſſi aſſez juſte;) j'expliquerai ſeulement celles-ci qui ont été faites publiquement, dont la premiére eſt par le moyen de cette Machine de l'invention de Mr. Perrault.

C'eſt une roüe ou tambour A, autour duquel eſt roulée la corde qui porte le poid B, la barre C D paſſe der-



BIBLIOTECA NAZIONALE
NAPOLI

derriére le tambour & elle eſt attachée à ſon pivot E, enſorte que le pois B, faiſant par ſa chûte tourner le tambour donne auſſi le mouvement à la barre, qui décrivant l'arc de cercle C F & frappant contre un autre pivot ſolide & bien attaché au point F, fait partir la balle G, avec la vîteſſe que le mouvement du poids lui imprime ſuivant la direction de la droite F H qui touche l'arc C F au point F. Ce pivot au point F eſt poſé au centre du quart de cercle I K ſitué verticalement & diviſé en 90 dégrez à commencer du haut de la perpendiculaire I F; & le tambour A peut tourner dans le creux M N ſur le même centre F par le moïen de la barre ou rayon A F, afin de pouvoir donner tel dégré d'élévation que l'on veut au jet de la balle: car poſant la barre A F ſur le dégré propoſé du quart de cercle, & attachant le tambour en cette ſituation par le moïen d'une viz & d'un écrouë qui eſt derriére la rouë, en ſorte qu'il y ſoit ferme; l'angle

LIV. III. CHAP. III. Troiſiéme expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par le moyen du vif argent.

LI V. III. CHAP. III.

gle LFH de la direction de la balle est le même que l'angle IFA de l'inclination de la Machine. Par ce moïen amenant le bout D de la barre C D au-dessus du pivot F, le poids tombant lui fera faire un demi tour en toutes sortes de situation: & partant l'impression sera toûjours la même; & la différence des portées ne viendra que de la différence des angles de position. L'on pourroit lui faire faire un tour entier & augmenter par ce moyen la force de l'impression, en ôtant la queuë A D de la barre C D, & amenant le point C au-dessus du point F.

Seconde expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par la Machine de Mr Perrault.

Cette réfléxion m'ayant fait dire à Mr Perrault que sa machine, étant assez forte, pourroit avoir son utilité à jetter des Grenades & des petites Bombes dans les logemens des ennemis, lors-qu'on en est assez près; il m'a donné le dessein d'une autre machine qu'il a faite à l'imitation des Catapultes antiques, laquelle peut être de tres grand usage & dont je parlerai ci-après.

CHA-

LIV. III. CHAP. III. Troisiéme expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par le moyen du vif argent.

CHAPITRE IV.

Troisiéme expérience faite à l'Academie Royale des Sciences par le moien du vif argent.

LA difficulté que j'avois trouvée dans les expériences que j'ai faites avec de l'eau, qui s'épanoüit sur la fin du jet en forme d'ellipse, & se résout même en gouttes menuës lorsque le jet est un peu long; me fit penser qu'une liqueur sur qui l'air ne pourroit point agir avec tant de force, seroit plus propre à nous déterminer : & faisant réfléxion que le vif argent est quatorze fois plus pésant que l'eau; je proposai d'en faire l'expérience à Messieurs de l'Académie Royale des sciences, qui donnerent ordre à Mr Rômer de l'exécuter; ce qu'il a fait par le moyen de cette machine.

C'est un tuyau de bois de vint six pouces de hauteur & de huit ou neuf lignes de diametre, fermé par le bout inférieur au moïen d'un robinet attaché au tuyau avec une peau d'an-

LIV. III. CHAP. IV.

Troiſiéme expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par le moïen du vif argent.

d'anguille pour pouvoir ſûrement contenir le vif-argent & ſe mouvoir en toutes ſortes de poſition. L'œil du robinet n'eſt que d'une demi-ligne, & l'on peut lui donner tel angle d'élévation que l'on veut par le moïen d'un quart de cercle ſitué verticalement au long du tuyau. Tout cét appareil eſt poſé ſur un auget horizontal bien poli & diviſé dans ſa longueur, qui eſt de quatre à cinq piés, en pouces, lignes & demi lignes avec beaucoup de juſteſſe, afin de pouvoir juger préciſément de la longueur des portées par la chûte du vif argent dans cét auget : & pour plus de précaution, l'on a mis de bout une carte teinte en noir ſur le même auget dans toute ſa longueur, & de la hauteur du tuyau, ſur laquelle on a marqué, avec tout le ſoin poſſible, le cours entier des paraboles du vif argent en pluſieurs élévations différentes, pendant que dans ſon paſſage il razoit la carte de fort près.

Sur cette préparation le tuyau ayant été

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

LIV III. CHAP. IV.

Troisiéme expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par le moyen du vif argent.

été rempli à la hauteur de vint quatre pouces & deux dignes avec du vif argent bien épuré : l'on a premiérement remarqué que lors-que le robin eſt mis perpendiculairement vers le haut, le vif argent ne rejallit qu'à la hauteur de vint-deux pouces trois lignes ; quoi que ſuivant l'inclination de deux dég. & demi, il monte à celle de vint deux pouces huit lignes & demi. D'où l'on peut néceſſairement inférer, que le jet perpendiculaire A B ne monte pas à la hauteur qu'il devroit A D, tant à cauſe de la réſiſtance de l'air, ainſi que nous l'avons dit ci-devant, que parce que les goutes en B, tombant

LIV. III. CHAP. IV.

Troisiéme expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par le moyen du vif argent.

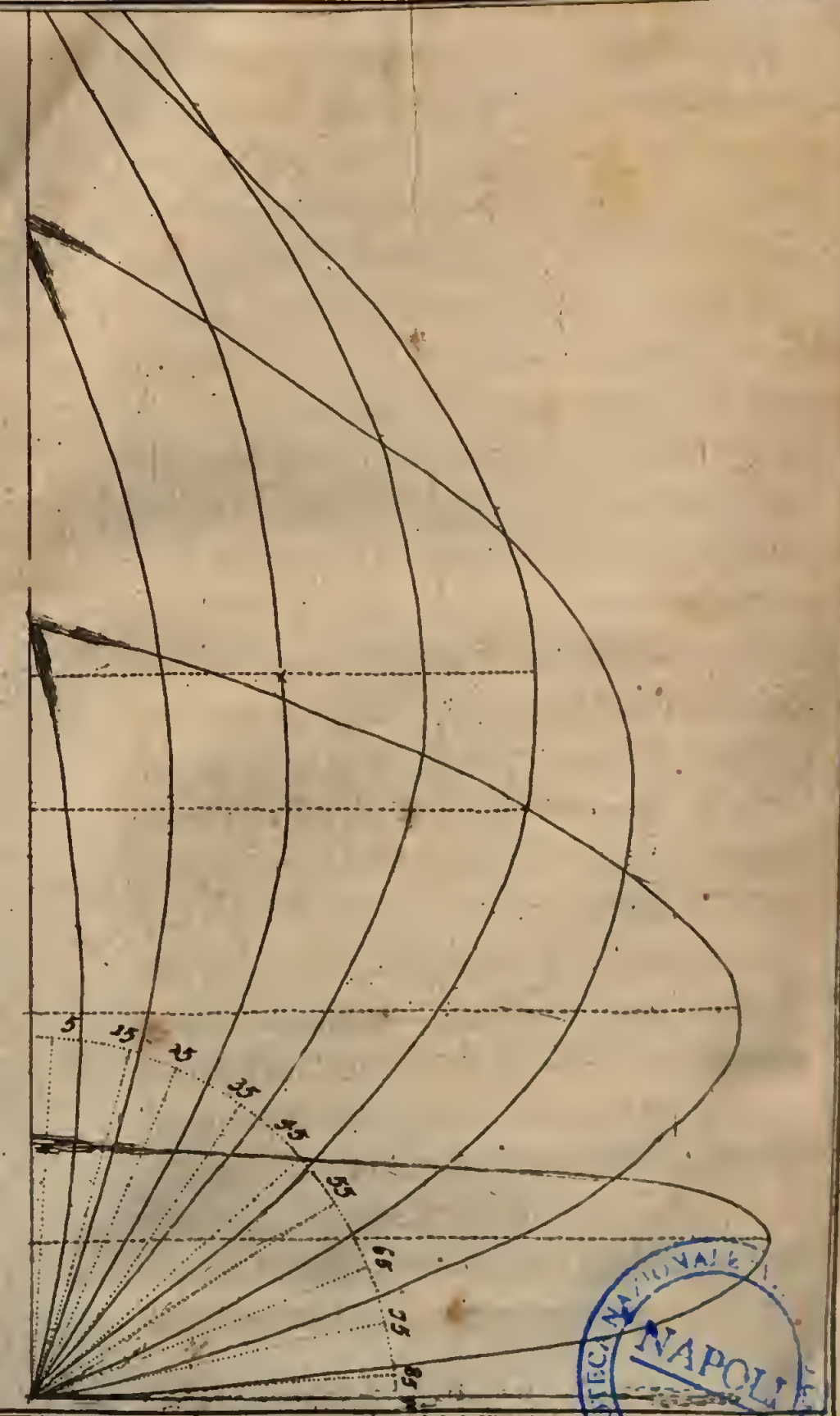
bant sur celles qui viennent après, les arrêtent & interrompent la force de leur impression. Ce qui n'arrive point au jet incliné A C E où les goutes en C ne retombent point vers A, & n'altérent rien à l'impression de celles qui les suivent. Ce qui fait que l'on peut sûrement prendre pour la véritable hauteur du jet perpendiculaire celle de vint-deux pouces neuf lignes.

Voici les longueurs & les hauteurs des portées du vif argent en diverses élévations, tirées de la Table noire sur laquelle les paraboles entiéres ont été décrites, & vérifiées par la répétition de plusieurs expériences tant à l'Académie Royale des Sciences qu'à l'Observatoire, & même en présence de MONSEIGNEUR LE DAUPHIN.

La hauteur du vif argent dans le tuyau au dessus de l'œil du robinet : 24 pouces 2 lignes.

Le diametre de l'œil peu moins de $\frac{1}{2}$ l.

La hauteur du jet perpendiculaire 22 p. 9 l.



BIBLIOTECA NAZIONALE
NAPOLI
VITTORIO EMANUELE III

LIV. III. CHAP. IV.

Troiſiéme expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par le moïen du vif argent.

TABLE

AMPLITUDES.			HAUTEURS.			
dég.	vrayes	ſelon le calc.	vrayes		ſelon le calc.	
0	Pouc.	lign.	Pouc.	lign.	Pouc. lig.	Pouc. lig.
5	7	10	7	10 1/2	0 2	0 2
15	22	7	22	9	1 8	1 6 1/2
25	34	7 1/2	34	10	4 2	4 1
35	42	4 1/2	42	9	7 6	7 6
45	45	3 1/2	45	6	11 5	11 4 1/2
55	42	9	42	9	15 3 1/2	15 3
65	34	10	34	10	18 8 1/2	18 8
75	23	0	22	9	21 2 1/2	21 2 1/2
85	7	10	7	10 1/2	22 6 1/2	22 7
90	0		0		22 9	22 9

La premiére colonne de cette Table marque les dégrez des différentes élévations ſur leſquels les expériences ont êté faites. La ſeconde marque en pouces & lignes, l'étenduë des jets du vif argent meſurez ſur la ligne horizontale. La troiſiéme marque les amplitudes des paraboles ſuivant

les

LIV. III. CHAP. IV.

Troiſiéme expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par le moyen du vif argent.

les mêmes élévations calculées ſur les tables de Galilée & de Torricelli. La quatriéme eſt celle des hauteurs perpendiculaires des mêmes jets du vif argent, meſurées ſur la carte noire; ſur laquelle ils ont été ſoigneuſement deſſinez dans tout leur cours. La cinquiéme marque les hauteurs des mêmes jets calculées ſur les Tables de Galilée & de Torricelli.

Où l'on voit en général que l'expérience eſt tellement conforme à la Théorie, que leur plus grande différence ne monte pas à la centiéme partie de l'étenduë du jet; ce qui doit être bien plûtôt attribué à quelqu'une des cauſes que nous avons expliquées cidevant, qu'à aucun défaut de l'hypothéſe. D'autant plus que les portées qui ſe font autour du ſixiéme point de l'équerre, c'eſt-à-dire aux environs de l'angle demi-droit, qui ſont les plus ordinaires pour les jets des Bombes, ſont les plus juſtes & les plus proches de celles que l'on trouve par le calcul.

LIV. III. CHAP. IV. Troiſiéme expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par le moïen du vif argent.

Il eſt à remarquer dans cette expérience que le filet du vif argent, mêmes aux jets les plus obliques & les plus inclinez à l'horizon, eſt plus gros quatre fois que n'eſt l'œil du robinet d'où il ſort; ce qui vient, peut être, de la diſpoſition des parties qui compoſent le vif argent, qui dans leur ſortie par l'œil du robinet ſe trouvent comprimées & reſſerrées par le poids du liquide qui eſt au-deſſus dans le tuyau & ſe remettent dans leur état ordinaire auſſi-tôt qu'elles ont la liberté de le faire dans l'air; d'où l'on pourroit inférer en quelque maniére, que ces parties font une eſpéce de reſſort entr'elles. Mais ce n'eſt pas ici le lieu de diſcourir à fond ſur cette matiére.

LIV. IV.

LIVRE QUATRIEME.

Réſolution des difficultez de la pratique du jet des Bombes.

Réſolution des difficultés de la pratique du jet des Bombes.

APrès avoir examiné les raiſons qui ſembloient devoir entiérement détruire la Théorie que nous avons ſuppoſée dans tout ce diſcours, il ne reſte plus maintenant qu'à réſoudre les difficultés que l'on peut propoſer contre la pratique, à laquelle on donne ordinairement ou trop ou trop peu.

CHAPITRE PREMIER

Premiére objection. La Théorie n'eſt point néceſſaire pour les pratiques de la guerre.

CHAP. I. Premiére objection. La Théorie n'eſt point néceſſaire pour les pratiques de la guerre.

CAr la plus grande partie de ceux qui font profeſſion de porter les armes, mêmes des Officiers & particulierément de ceux qui n'ont pas été cultivez par l'étude des lettres dans leur jeuneſſe, diſent hardiment qu'il ne faut que de la pratique pour la guer-

guerre; que c'eſt un mêtier qui ne s'apprend point dans les livres ni par les régles; que ceux qui n'ont que de la Théorie ſe trouvent bien empêchez à prendre leur parti dans l'action; & que cét appareil d'étude de Mathématique ne ſert le plus ſouvent qu'à donner de la préſomption. Que ſur le fait dont il s'agit, la haute capacité de ceux qui ſervent maintenant le Roi dans l'Artillerie, & même dans l'Art de jetter les Bombes, qui ſe trouve préſentement au plus haut point où l'on ſauroit humainement parvenir, marque ſuffiſamment qu'il eſt fort inutile de vouloir les charger de cette quantité de préceptes & d'opérations de Mathematique ſi difficiles à comprendre & à mettre en œuvre; puiſque par le bon ſens & par la ſeule pratique, ils exécutent ponctuellement ce qui leur peut être propoſé ſur cette matiére, ſans être aſſujetis à aucunes régles ni de meſures ni de calcul.

LIV. IV. CHAP. I: Premiére objection. La Théorie n'eſt point néceſſaire pour les pratiques de la guerre.

CHA-

LIV. IV. CHAP. II.

CHAPITRE II.

Seconde objection. Les inégalités de la matiére empêchent dans la pratique les effets des régles de la Théorie.

Seconde objection. Les inégalités de la matiére empêchent dans la pratique les effets des régles de la Théorie.

LEs autres au contraires assûrent, que bien que ces régles puissent avoir quelque justesse dans la Théorie, elles ne sauroient néanmoins réüssir dans la pratique, à cause des irrégularitez & des inégalitez qui se trouvent dans la matiere sur laquelle elles doivent être appliquées, & qui ne peut jamais être si heureusement maniée qu'elle ne corrompe presque toûjours les effets des opérations les mieux conçûës & les plus soigneusement exécutées.

En effet il est, disent ils, mal-aisé de comprendre que l'impression, que la Bombe ou le boulet reçoit par le feu du mortier ou du Canon dans chaque coup, soit toûjours la même, comme il faut néanmoins qu'elle soit nécessairement pour tirer quelque utilité de la doctrine du jet des Bombes;

& que cette force ne change point ſe ſervant de tant de ſortes de poudres ſi différentes en leur compoſition & en leurs effets. Qui ne ſait que la même poudre, c'eſt-à-dire celle qui eſt faite de la même compoſition, fait effort à proportion de ce qu'elle eſt plus groſſe ou plus menuë grénée, qu'elle eſt plus humide ou plus séche, plus nouvelle ou plus vieille? & qui peut aſſûrer que par le poids ou par la meſure, la charge ſoit toûjours la même; & qu'il y ait même quantité de poudre en tous les coups dans la piéce ou dans la chambre du mortier; y ayant plus de poudre dans un même poids quand elle eſt séche que quand elle eſt humide, & plus de poudre menuë grénée que de poudre à gros grains dans une même meſure.

LIV. IV. CHAP. II.

Seconde objection. Les inégalités de la matiére empêchent dans la pratique les effets des régles de la Théorie.

Quel changement n'arrive-t-il pas à l'étenduë des portées par la ſeule différence des maniéres de charger la piéce ou le mortier; comme lors-que la bombe eſt poſée (comme on dit) à nud ſur la poudre, ou lors-que la

LIV. IV. CHAP. II.

Seconde objection. Les inégalités de la matiére empêchent dans la pratique les effets des régles de la Théorie.

chambre eſt bouchée d'un tampon pouſſé à force ; ſi la poudre eſt fort ou peu battuë, ſi elle s'allume par tout également ou à repriſes ; ſi la piéce ou le mortier eſt échaufé ou s'il eſt froid ; ſi elle recule ou ſi elle ne ſort point de ſa placé ? & qui peut dire que l'on a pointé la piéce ou le mortier dans la préciſion qu'il doit étre, quelque ſoin que l'on y ait pris & quelque juſtes que puiſſent être les inſtrumens dont on ſe ſert ?

Qui peut répondre que l'ame de la piéce ou du mortier ſoit parfaitement droite, égale & bien arrondie au dedans ? Que la bombe y convienne préciſément, & qu'elle ſoit parfaitement ronde ? Que la ligne qui fait l'axe de la chambre du mortier étant continuée rencontre préciſément le centre de la bombe, afin que l'action de la poudre embrazée ſe faſſe uniformement autour de ſa circonférence, & ne lui donne pas plus d'impreſſion d'un côté que d'autre ? Que la bombe étant chargée ait un même cen-

centre de grandeur & de pésanteur ; Que le plan de la batterie soit égal, également fort, uni, & parfaitement de niveau ? Que le mortier soit si bien monté sur son affût que l'axe de ses tourillons traverse celui de l'âme & soit toûjours parallele à l'horizon ; & mille autres particularités de cette nature, dont la moindre est capable d'altérer la direction de la balle & de rendre par conséquent inutiles toutes les ingénieuses précautions de la Théorie ; & que sera-ce enfin si toutes ou la plûpart y concourent par leur irrégularité ?

LIV. IV. CHAP. II.

Seconde objection. Les inégalités de la matiére empêchent dans la pratique les effets des régles de la Théorie.

Voilà, ce me semble, ce que l'on peut apporter contre le dessein de ce livre au sujet de la pratique ; à quoi il faut essaïer de satisfaire, ainsi que nous avons fait aux difficultez proposées contre la Théorie.

LIV. IV. CHAP. III.

CHAPITRE III.

Réponce à la premiére objection.

Réponce à la premiére objection.

AInsi je dirai à ceux qui donnent tout à la pratique, qu'il eſt vrai qu'elle eſt tres-néceſſaire en tous les Arts, & particuliérement à la guerre; où l'on ne devient ordinairement habile que par un long uſage & par une ſuite d'obſervations faites avec grande application & jugement; & où ceux qui n'ont que de la Théorie ſe peuvent trouver empêchez à l'abord & juſqu'à ce qu'ils ſe ſoient reconûs, & qu'ils ayent appris à diſtinguer les tems & les lieux où les régles qu'ils ont appriſes, peuvent être employées utilement. Mais qu'il eſt auſſi tres-faux de dire que la Théorie leur ſoit inutile; puis-qu'il n'y a rien de plus certain que cette pratique judicieuſe & appliquée, dont je viens de parler, ne contribuë jamais mieux à perfectionner un homme de guer-

guerre, que lors-qu'elle eſt fondée ſur une étude ſolide de préceptes. Et ſans m'amuſer à rechercher de grans raiſonnemens pour appuyer cette penſée, ni à faire un grand dénombrement des fautes conſidérables où tombent tous les jours ceux qui ſont dépourvûs du ſecours des régles, lors-qu'ils ſe trouvent dans des rencontres extraordinaires: il ſuffit de dire que c'eſt le ſentiment du plus grand Roi du monde & du plus habile dans le métier, qui ne voudroit pas que l'on fit perdre le tems à MONSEIGNEUR LE DAUPHIN, en lui enſeignant ce qui ſe peut apprendre de Théorie ſur ce ſujet, & qui ne voudroit pas ſe donner la peine de le faire travailler en ſa préſence & corriger lui-même, en Pere & en bon Maître, les fautes qu'il fait ſur les deſſeins des places irréguliéres qu'il lui propoſe à fortifier, comme la choſe la plus importante & la plus difficile de la fortification; s'il n'étoit

LIV. IV. CHAP. III. Réponce à la premiére objection.

LIV. IV. CHAP. III.

bien persuadé que ces conoissances lui seront utiles à l'avenir.

Réponce à la premiére objection.

C'est à cét exemple que la plûpart des personnes de qualité travaillent présentement à cette partie des Mathématiques qui sert principalement à la guerre. Et c'est sur ce fondement que les principaux Ministres de sa Majesté se sont soigneusement appliqués à cette étude, pour se mettre en état de connoître par eux-mêmes, ce qu'il y a de bon dans les propositions qui leur sont faites ; & de bien juger & du babil des Charlatans, qui ont êté en si haute réputation par le passé, & du savoir solide des gens de mérite.

Ce que l'on apporte de la suffisance de ceux qui servent présentement le Roi dans les batteries, & particuliérement dans celles des Bombes, ne détruit rien de ce que je dis : car quoi qu'il soit constant qu'ils ayent mis cét Art dans un tres haut dégré de perfection par la

seule

LIV. IV. CHAP. III. Réponce à la premiére objection.

seule force de leur Génie & par leur grande application ; il est aussi tres-véritable qu'ils seroient bien plus facilement parvenus à cette haute capacité, s'ils avoient été aidez des connoissances de la Théorie. A le bien prendre, leur savoir se termine à la connoissance des cas particuliers, qu'ils n'ont reconus qu'à force de les avoir observés ; & qu'ils auroient bien plûtôt, plus universellement, & plus assûrément découverts dans les régles que cette doctrine leur auroit enseignées.

Je pourrois ajoûter, que comme les sujets de ce mérite sont extrémement rares, & se trouvent peu souvent à cause de la difficulté qu'ils ont d'aquérir cette suffisance par les seules observations de pratique ; l'on en devroit ce me semble estimer les régles de la Théorie d'autant plus, qu'elles facilitent les moïens de parvenir à la perfection & qu'elles peuvent par conséquent servir à former de bons Eleues dans cét Art.

LIV. IV. CHAP. IV.

CHAPITRE IV.

Réponce à la seconde objection.

Réponce à la seconde objection.

L'On ne peut pas dire à ceux qui propoſent les difficultez, que nous avons raportées ci-devant contre la pratique & qui ſont pour la plûpart fondées ſur la réſiſtance & l'inégalité de la matiére, qu'elles ne ſoient tout-à-fait raiſonnables, & qu'il n'y en ait peut-être une infinité d'autres que nous ne conoiſſons pas, à qui l'on pourroit imputer la cauſe de ces effets bigearres & ſurprenans que nous voyons ſi ſouvent arriver dans l'Artillerie : mais l'on peut au moins aſſûrer que ces obſtacles peuvent être ſuffiſamment ſurmontez par le ſoin & par la méditation laborieuſe de ceux qui s'appliquent tout-à-fait à ce mêtier, & qu'ils ne ſont pas capables d'empêcher que l'on ne faſſe cependant un bon uſage de nos préceptes.

Ceux qui ſervent préſentement aux

aux batteries des Bombes, où ils n'agiſſent que ſur les conoiſſances qu'ils ont aquiſes par l'expérience, rencontrent toutes les mêmes difficultez & trouvent par tout les mêmes obſtacles; qui cependant ne les empêchent pas de tirer juſte: c'eſt-à-dire qu'ils ſavent par la pratique le moïen de les connoître & d'y remédier, & d'y appliquer en-ſuite les régles qu'ils ſe ſont formées par le long uſage, par le moïen deſquelles ils font porter la bombe où ils veulent. Pourqnoi donc, à leur exemple, ne peut-on pas dire que ceux qui ſe ſervent des préceptes de cette doctrine, ont le même avantage de pouvoir par la pratique connoitre & corriger ces défauts; avant que d'y appliquer les régles de la Théorie.

LIV. IV. CHAP. IV. Réponce à la ſeconde objection.

En un mot on ne peut pas aſſûrer qu'en tous les Arts, la ſimple conoiſſance des préceptes ſuffiſe à leur perfection; il faut les ſavoir appliquer au ſujet: & c'eſt dans cette appli-

LIV. IV. CHAP. IV.

Réponce à la seconde objection.

cation que l'on trouve toûjours la résistance & l'opiniatreté de la matiére, qui fait naître mille obstacles & mille empêchemens, que l'on ne connoît & que l'on n'apprent à vaincre que par la pratique & par l'expérience.

Quelle utilité pourroit on par exemple tirer de la Théorie de la Musique, si l'on ne s'accoûtumoit par un long usage à bien entoner les notes, à se former l'oreille à la justesse des consonances, à bien juger du bon & du mauvais effet qu'elles font dans leur mélange, tant entr'elles que parmi les dissonances que l'on y peut insérer. La science des ordres d'Architecture & la parfaite conoissance de ses préceptes ne peut pas être de grand fruit à un Architecte, s'il ne sait par la pratique quel choix il doit faire des ornemens propres à l'édifice qu'il entreprent ? Quelle est la nature des matériaux qu'il y doit emploïer, & quel mêlange il en doit

doit faire pour leur donner de la fermeté ? Quelle eſt la qualité du terrain ſur lequel il veut bâtir, de quelle maniére & de quelles meſures il doit faire ſes fondemens pour les rendre ſolides ; & mille autres particularitez qui rendent les édifices imparfaits & défectueux quand elles ſont ignorées ou négligées.

LIV. IV. CHAP. IV. Réponce à la ſeconde objection.

Ces difficultez néanmoins ſe peuvent vaincre par le courage & par le travail de ceux qui s'y appliquent ſerieuſement : les ſurperbes Bâtimens anciens & modernes, & les concerts admirables qui nous raviſſent tous les jours, nous aprennent que l'on peut devenir excellent Muſicien & parfait Architecte. Enfin après ce que nous avons vû par le retour heureux de ceux qui voyageant, pour ainſi dire, juſqu'en l'autre monde, ont eû la rage des vents, de la mer & des ennemis à combatre, celle de la faim & de la ſoif, mille périls des rochers, des cou-

LIV. IV. CHAP. IV.

Réponce à la seconde objection.

rans, du feu ; & qui ont été obligez de mettre en pratique ce qu'il y a de plus fin dans l'astronomie & dans les mécaniques : nous pourrons assûrer qu'il n'y a rien d'impossible aux soins, au travail & à l'industrie de l'esprit de l'homme.

Il est vrai que c'est dans ces grandes occasions que l'on reconoît le mieux les avantages considérables que l'on tire de la science de la Théorie, qui dresse la pratique & perfectionne l'expérience ; qui toutes ensemble font heureusement prendre le bon parti dans les périls les plus préſens & les plus pressants.

C'est aussi pour cét effet que le Roi entretient libéralement sur les ports de mer de son Royaume, des personnes intelligentes qui enseignent aux gens de Marine ce qu'ils doivent savoir de Théorie pour la navigation : & qu'il n'a rien épargné dans l'établissement qu'il a fait de ces Académies Illustres pour servir

vir à l'avancement de ses sujets, je veux dire de celle des Sciences, de celle d'Architecture, & de celles de peinture & de Sculpture tant à Paris qu'en Italie ; étant persuadé que la gloire de faire refleurir les Arts & les Sciences dans ses Etats, n'étoit pas indigne de ces mêmes soins & de cette laborieuse application qui lui donnent tant de victoires.

LIV. IV. CHAP. IV. Réponce à la seconde objection.

CHAPITRE V.

Avantages à espérer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

L'Institution de la Compagnie des Bombardiers & les expériences qu'ils font pour le jet des bombes, fera sans doute que dans peu cét Art aura toute sa perfection : pourvû qu'ils ne se laissent pas prévenir de pensées de bien-séance, & qu'ils attendent à raisonner sur les proportions de leurs jets, lors-qu'ils auront un bon nombre d'épreuves ex-

CHAP. V. Avantages à espérer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

LIV. IV. CHAP. V.

Avantages à espérer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

actes & fidéles en toutes sortes d'élévation du mortier ; dans lesquelles ils doivent remarquer soigneusement les justes longeurs des portées suivant la différence des angles, ainsi qu'elles se trouvent dans leurs expériences, sans s'amuser à les vouloir corriger par avance sur des faux principes, comme il semble qu'ils ont fait par le passé sur ce qui se voit dans leurs Tables.

Sur tout il seroit bon qu'ils s'accoûtumassent à l'usage juste & précis des élévations. Que par une suite d'épreuves ils pûssent se faire des régles pour la différence de la poudre, & déterminer si les longeurs des jets faits avec des poudres différéntes sur une même élévation sont proportionelles aux différens points qu'elles font courir sur une même éprouvette. Qu'ils apriſſent à bien juger de la différence des mêmes portées suivant la differente quantité de la charge, & suivant la différente maniére de la charger avec tampon

ou

ou sans tampon, avec la poudre plus ou moins battuë, & selon que le mortier est plus ou moins échauffé. LIV. IV. CHAP. V.

Avantages à espérer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

Ces expériences étant bien faites & répétées plusieurs fois, pourroient donner de grandes lumiéres pour la sûreté de l'application des régles de la Théorie, & produire par ce moïen des effets merveilleux pour l'Art de jetter les Bombes; dont les difficultés, quoi qu'en assez grand nombre en apparence, ne sont pas néanmoins de grande conséquence. Après tout l'on ne veut pas, comme je pense, exiger d'un Bombardier que ses tirs suivent toûjours cette précision Mathématique qui se voit dans les mesures du calcul des Tables, & les faire passer pour défectueux & déréglez lors-qu'ils s'éloignent seulement de quelques piés, ou même d'une toise ou de deux, du lieu où l'on lui auroit ordonné de faire porter sa Bombe: & cela est néanmoins le plus grand détraquement que les difficul-

LIV. IV. CHAP. V.

ficultés qui naiſſent de la réſiſtance de la matiére, peuvent produire ſur l'étenduë des tirs d'un mortier, lors-que l'on y a apporté toutes les précautions néceſſaires.

Avantages à eſpérer de l'inſtitution de la Compagnie des Bombardiers.

Je dirai à ce propos que Moretti Ingénieur de la Republique de Veniſe dit dans ſon livre de l'Artillerie, que dans deux épreuves qu'il a faites avec beaucoup de ſoin du jet d'une Bombe de 100 livres péſant en raze campagne à l'élévation de 45 dég.; il a remarqué qu'à la premiére avec la charge de 5 ½ livres de poudre, & à la chambre du mortier fermée d'un tampon de bois pouſſé à force, la Bombe a porté à la longueur de 600 pas Géometriques; mais qu'à la ſeconde avec la même charge, la chambre étant fermée ſeulement d'un étoupillon de filaſſe, elle n'a porté qu'à la longueur de 480 pas, c'eſt-à-dire ⅕ moins que la portée de la premiére.

L'on pourroit tirer quelques conjectures avantageuſes des tables faites ſur les obſervations des Bombardiers du

du Roi dont nous avons parlé dans la premiére partie : lesquelles marquent qu'un mortier de douze poúces de diametre chargé de 2 livres de poudre chasse à toute volée, c'est-à-dire à l'élévation de 45 dég. à la longueur de 2160 piés ; à la même longueur chargée de de $2\frac{1}{2}$ livres sous l'angle de 36 dég., & à celle de 2700 piés sous l'angle de 45 dégrez avec la même charge ; à celle de 2664 piés chargé de 3 livres sous l'angle de 37 dégrez, & à celle de 3240 sous l'angle de 45 dégrez avec la même charge.

LIV. IV. CHAP. V. Avantages à espérer de l'institution de la Compagnie des Bombardiers.

Ainsi un mortier de 8 pouces de diametre chargé de $\frac{1}{2}$ livre de poudre chasse à la longueur de 1870 piés sous l'angle de 45 dégrez ; à celle de 1922 chargé de $\frac{3}{4}$ livres sous l'angle de 31 dégrez, & à celle de 2790 sous celui de 45 dégrez avec la même charge ; à celle de 2870 chargé de 1 livre de poudre sous l'angle de 35 dégrez, & enfin à celle de 3690 piés à toute volée avec la même charge.

Mais ces proportions sont suspectes,

LIV. IV. CHAP. V.

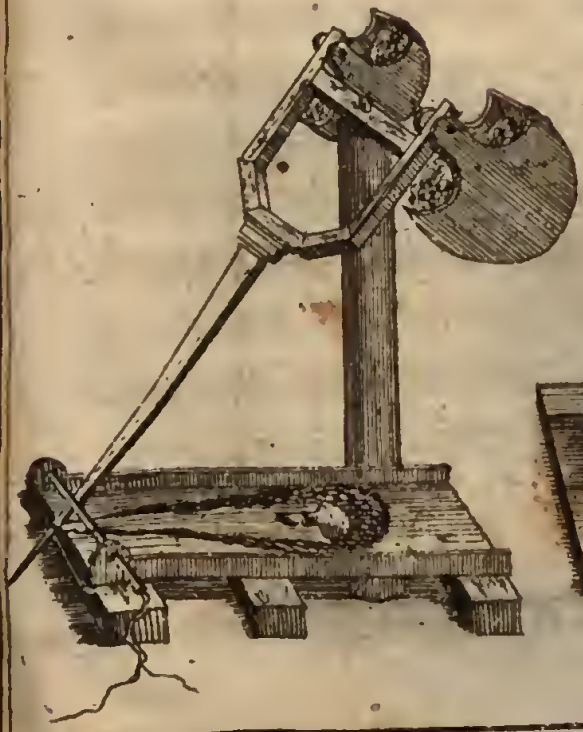
ctes, à cauſe de la fauſſe eſtime qu'ils ont faite par prévention, comme j'ai dit, de bien-ſéance pour les augmentations de leurs tirs à chaque dégré.

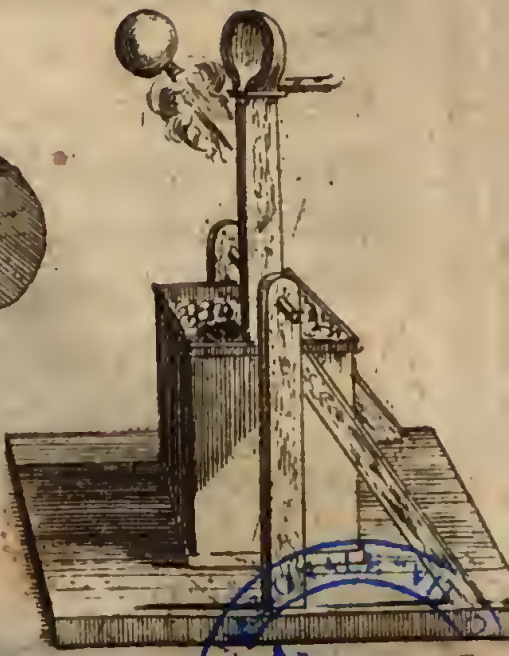
CHAPITRE VI.

Uſage des mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

CHAP. VI. Uſage des mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

AU reſte les mortiers ne ſervent pas ſeulement à jetter des Bombes de toutes ſortes de groſſeurs, ils font auſſi des grans effets avec les pierres, dont on a vû beaucoup d'exemples au ſiége de Candie; les Italiens les appellent *Batterie de j Saſſi.* L'on jette avec les mortiers des boulets rouges, des pots à feu, des barils ardans, des carcaſſes qui ſont des boites, faites de bandes de fer, de la groſſeur des Bombes, couvertes de groſſe toille goderonnée, & remplies de grénades & de compoſition à mettre le feu; il y en a pluſieurs deſcriptions dans le livre





BIBLIOTECA

LIV. IV. CHAP. VI. - Usage des mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

livre du grand Art de l'Artillerie de Cazimir Siemienowski dont nous avons parlé dans la premiére Partie.

Cét Auteur promet d'enseigner, dans sa seconde Partie, diverses inventions de jetter les Bombes sans mortier ; mais cette partie n'a point été imprimée. Il ne laisse pas de dire en passant que les frondes pourroient être fort utiles, au moins pour jetter les Grénades, si lon s'en rendoit l'usage familier. A quoi je puis ajoûter que dans les desseins des Machines antiques, il y a des grandes frondes attachées à des Trébuchez qu'ils appelloient *Fundibala* ; & qui servoient aux anciens à jetter dans les villes assiégées des pierres plus pésantes que nos Bombes ; ce qui me fait dire que l'usage n'en seroit peut-être pas à mépriser. En voici quelques desseins.

Celle-ci est de l'invention de Monsieur Perrault, dont nous avons parlé ci-devant.

Les deux poids A A font tourner les roües B & la barre C D quand on lâche

LIV. IV. CHAP. VI.

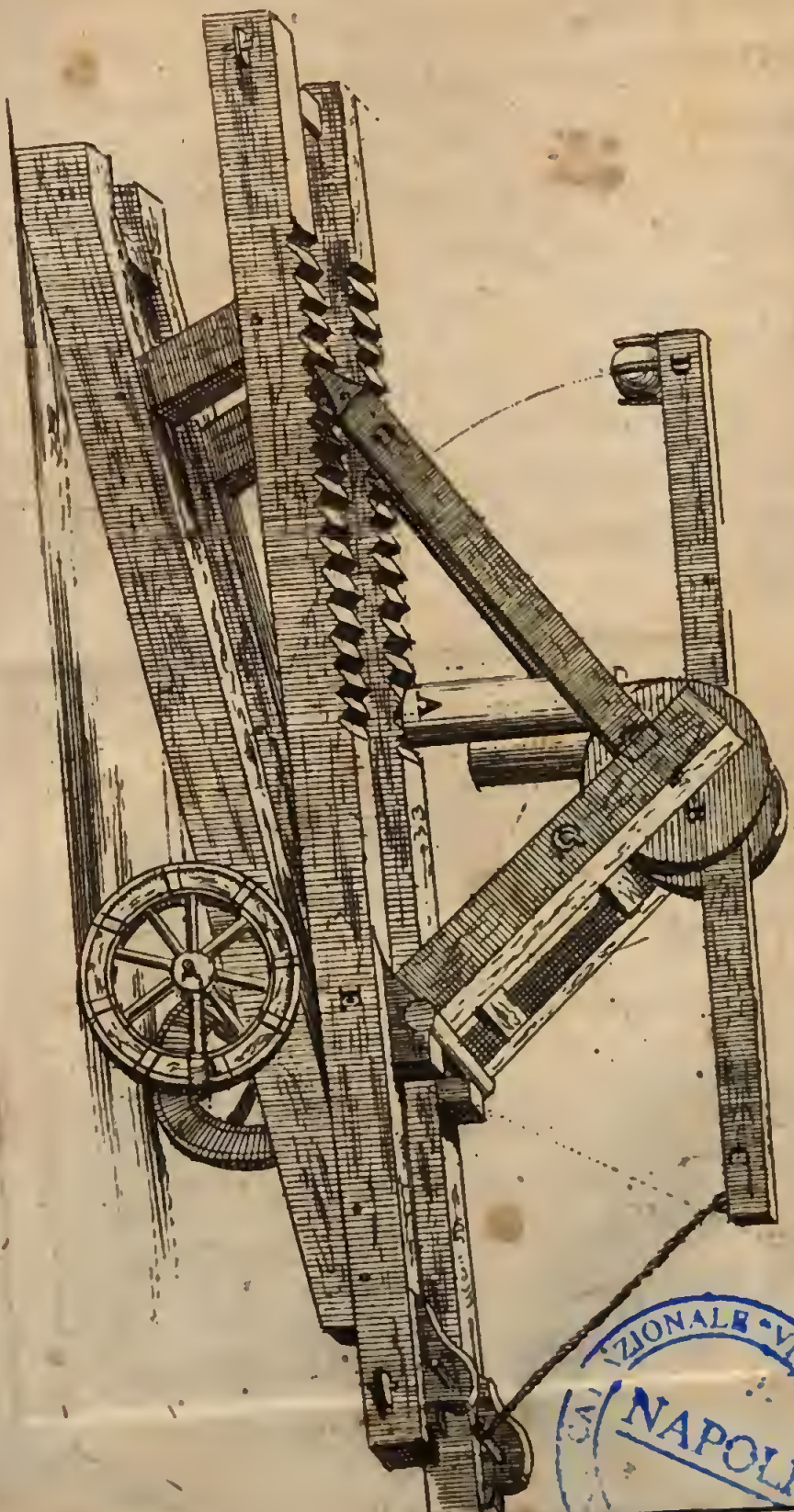
Usage des mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

lâche la corde qui la retient en C. Cette barre, après avoir fait le demi-tour D E, frappe contre la traverse posée en E, & donnant l'impression à la Bombe D, elle la fait partir avec violence suivant la direction de la droite E F qui touche le demi-cercle D E en E. La branche mobile G arrêtée près ou loin du point E sur les dents marquées en E G, donne telle élévation que l'on veut au jet de la Bombe en haussant ou baissant la machine.

Je finis par l'explication d'une maniére extraordinaire de jetter des pierres sans mortier.

Les Polonois assistez des troupes auxiliaires de l'Empereur sous la conduite du Comte de Souches, assiégeoient en l'année 1659 la ville de Torn en Prusse tenuë par les Suedois; dans laquelle ils jettoient tres-souvent des pierres d'une grosseur monstrueuse, des gros quartiers de meules de moulin & des Carreaux de plus de 800 pésant sans se servir de mortiers,

en



NAPOLI

LIV. IV. CHAP. VI. Usage des mortiers & de quelques autres machines pour le jet des Bombes.

en cette maniére. Dans le terrain rassis près de la contr'escarpe ils creusoient des trous justement de la grandeur & de la figure de la pierre qu' ils vouloient jetter, dont le fond plat & uni étoit tourné vers la ville avec tel angle d'inclination qu'ils jugeoient par l'estime qu'il faloit donner pour la direction de leur jet; & dans le milieu du même fond, ils creusoient un autre trou plus profond en forme de chambre, & de telle sorte que l'axe de ce dernier trou passant par le centre de gravité de la pierre se trouvât perpendiculaire à son lit & fut le même que la ligne de sa direction. Ils emplissoient le trou avec de la poudre si la terre étoit assez ferme, ou bien il y faisoient entrer un pétard d'une grandeur proportionée au poids de la pierre, qui posant sur le plan du madrier du pétard ou du tampon de la chambre, recevoit l'impression entiére du feu de la poudre que l'on allumoit par le moien d'un filet trempé dans l'eau de vie & de la composi-

tion

LIV. IV. CHAP. IV.

tion d'artifice, & s'élevant en l'air à une tres-grande hauteur, elle alloit retomber dans la ville aux endroits où elle étoit destinée, & où elle écrasoit tout ce qui se rencontroit à sa chûte.

FIN.

607574

Biblioteca Nazionale NAPOLI

TA-

. S,
ai-
—
ge 1
bes
p. 4
nes
ux
. 7
jet
10
par
13
CHAP. VI. *Autres découvertes de Tartag.* p. 16
LI-

L
C
I\

TABLE
DES
LIVRES ET DES CHAPITRES,

Contenus dans les quatre Parties de ce Traité de l'Art de jetter les Bombes, & de connoître l'êtenduë des coups de volée d'un Canon en toutes sortes d'Elévations.

PREMIERE PARTIE.

Opinions fausses du jet des Bombes avant Galilée.

LIVRE PREMIER.

De l'Origine & de l'usage des Bombes.

CHAPITR. I. *Rigine des Bombes.* page 1

CHAP. II. *Premier usage des Bombes en France par Maltus.* p. 4

CHAP. III. *Il y a des régles certaines pour le jet des Bombes inconnuës aux Bombardiers.* p. 7

CHAP. IV. *Sentiment de Tartaglia sur le jet des Bombes.* p. 10

CHAP. V. *Equerre des Canoniers inventée par Tartaglia.* p. 13

CHAP. VI. *Autres découvertes de Tartag.* p. 16

LI-

LIVRE SECOND.

Sentimens des Auteurs Modernes sur la nature du jet des Bombes.

CHAP. I. *SEntiment de Diégo Ufano sur les coups de volée.* p. 22

CHAP. II. *Découvertes du même Ufano.* p. 25

CHAP. III. *Pratique d'Ufano examinée.* p. 31

CHAP. IV. *Pratique de Louïs Collado examinée.* p. 38

CHAP. V. *Sentiment de Rivaut de Florence.* p. 42

CHAP. VI. *Origine des Arquebuſes à vent.* p. 43

CHAP. VII. *Pratique de Rivaut examinée.* p. 44

CHAP. VIII. *Le grand Art de l'Artillerie de Siemienowski.* p. 48

CHAP. IX. *Pratique de Daniel Elrich examinée.* p. 49

CHAP. X. *Sentiment de Galée.* p. 56

CHAP. XI. *Pratique de Galée examinée.* p. 59

CHAP. XII. *Pratique des Bombardiers du Roi examinée.* p. 67

SECON-

SECONDE PARTIE.

Pratiques de l'Art de jetter les Bombes.

LIVRE PREMIER,

Pour les jets dont l'étenduë eſt au niveau des batteries par le moyen des Sinus.

CHAP. I. *Pour trouver l'étenduë d'un coup ſur une élvation donnée.* p. 77
CHAP. II. *Trouver l'angle de l'Elévation pour une étenduë donnée.* p. 79
CHAP. III. *Table des Sinus ſervant au jet des Bombes.* p. 80
CHAP. IV. *Uſage de la Table pour trouver l'étenduë ſur une élévation donnée.* p. 82
CHAP. V. *Pour trouver l'élévation ſur une étenduë donnée.* p. 83
CHAP. VI. *Table des hauteurs des jets d'une même force.* p. 85
CHAP. VII. *Table des hauteurs & ſublimités des jets de même étenduë.* p. 89
CHAP. VIII. *Table de la force des jets de même étenduë.* p. 92

LIVRE SECOND.

Pratiques des jets dont l'étenduë eſt au niveau des batteries, par le moyen des Inſtrumens.

CHAP. I. *PAr l'Equerre des Canoniers rectifiée.* p. 96
CHAP. II. *Par le demi-cercle de Torricelli.* p. 102
CHAP. III. *Par un autre Inſtrument ſans le beſoin des Sinus.* p. 107

LIVRE TROISIEME.

Pratiques des jets dont l'étenduë n'eſt pas au niveau des Batteries.

CHAP. I. *POrtée de but en blanc d'une piéce élevée au-deſſus du plan horizontal.* p. 113
CHAP. II. *Portée ſur un plan incliné d'une piéce pointée ſous un angle donné.* p. 115
CHAP. III. *Trouver l'angle de l'Elévation de la piéce.* p. 120
CHAP. IV. *Premiére pratique par les Sinus.* p. 121
CHAP. V. *Seconde pratique par les Sinus.* p. 124

Troi-

CHAP. VI. *Troiſiéme pratique par les Sinus.* p. 127.
CHAP. VII. *Quatriéme pratiq. par les Sinus.* p. 128
CHAP. VIII. *Cinquiéme pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifiée.* p. 133

LIVRE QUATRIEME.

Pratique Univerſelle.

CHAP. I. *Conſtruction d'un Inſtrument pour toutes ſortes de jets.* p. 138
CHAP. II. *Son uſage pour les portées qui ſont au niveau des batteries.* p. 140
CHAP. III. *Pour les portées qui ne ſont pas au niveau des batteries.* p. 142
CHAP. IV. *Trouver l'élévation de la piéce quand l'inclination eſt au-deſſus du niveau des bateries.* p. 143
CHAP. V. *Trouver l'élévation de la piéce quand l'inclination eſt au-deſſous du niveau des batteries.* p. 146
CHAP. VI. *Trouver la diſtance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.* p. 147

LIVRE CINQUIEME.

Application du compas de proportion aux jets des Bombes.

CHAP. I. *Pour les portées qui ſont au niveau des batteries.* p. 150
CHAP. II. *Uſage du Compas de proportion pour les portées qui ne ſont pas au niveau des batteries.* p. 155
CHAP. III. *Trouver l'élévation de la piéce quand le plan eſt incliné ſur le niveau des batteries.* p. 156
CHAP. IV. *Trouver l'élévation de la piéce quand le plan eſt incliné ſous le niveau des batteries.* p. 158
CHAP. V. *Trouver la diſtance horizontale, ou la longueur du plan incliné, ou la perpendiculaire.* p. 160

LIVRE SIXIEME.

Autre Inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes.

CHAP. I. *Conſtruction d'un Inſtrument Univerſel pour le jet des Bombes.* p. 164

Uſage

CHAP. II. *Usage d'un Instrument Universel pour le jet des Bombes.* p. 166
CHAP. III. *Autre usage de cét Instrument Universel.* p. 170

TROISIEME PARTIE.

De la Théorie du jet des Bombes.

LIVRE PREMIER.

Doctrine de Galilée sur le mouvement.

CHAP. I. *Dialogues Mécaniques de Galilée du mouvement & de la résistance des solides.* p. 175
CHAP. II. *Deux espéces de mouvement.* p. 177
CHAP. III. *Premiére pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vîtesse du mouvement accéléré.* p. 179
CHAP. IV. *Suites admirables de la premiére pensée de Galilée.* p. 181
CHAP. V. *Seconde pensée de Galilée pour expliquer l'augmentation de vîtesse au mouvement accéléré.* p. 189
CHAP. VI. *Explication de la même pensée.* 191
CHAP. VII. *Propriétés du mouvement accéléré.* p. 194

CHAP. VIII. *Suites admirables des propriétés du mouvement.* p. 196

CHAP. IX. *Raisonnement sur les deux pensées de Galilée.* p. 200

LIVRE SECOND.

Théoric du mouvement de projection.

CHAP. I. *Spéces différentes du mouvement de projection.* p. 203

CHAP. II. *Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.* p. 204

CHAP. III. *Mouvement de projection horizontale.* p. 207

CHAP. IV. *Naissance & propriétés de la ligne Parabolique.* p. 208

CHAP. V. *La ligne de la projection horizontale est Parabolique.* p. 210

CHAP. VI. *Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.* p. 216

CHAP. VII. *Maniére de mesurer les différens dégrés de la force imprimée au mobile jetté.* p. 224.

CHAP. VIII. *Proportion des Amplitudes des Paraboles & des sinus du double des angles de leurs touchantes.* p. 231

CHAP. IX. *Suite de cette Proportion.* p. 233

LIVRE TROISIEME.

Démonſtration des pratiques de l'Art de jetter les Bombes. Et prémiérement pour les jets dont l'élévation eſt au niveau des batteries, & par le moyen des ſinus.

CHAP. I. *Pour trouver l'étenduë d'un coup ſur une élévation donnée.* p. 238
CHAP. II. *Pour trouver l'angle de l'élévation pour une étenduë donnée.* p. 241
CHAP. III. *Démonſtration de la Table des ſinus ſervans au jet des Bombes.* p. 244
CHAP. IV. *Démonſtration de la Table des jets pouſſés d'une même force.* p. 246
CHAP. V. *Démonſtration de la Table des hauteurs & ſublimités des jets de même étenduë, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes ſortes d'élévation.* p. 249

LIVRE QUATRIEME.

Démonſtration des pratiques pour les jets dont l'etenduë eſt au niveau des batteries & par le moyen des inſtrumens.

CHAP. I. *Demonſtration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.* p. 257
CHAP. II. *Démonſtration du demi-cercle de Torricelli.* p. 262
CHAP. III. *Démonſtration d'un autre Inſtrument ſans le beſoin des ſinus.* 265

LIVRE CINQUIEME.

Démonſtration des pratiques pour les jets dont l'êtenduë n'eſt pas au niveau des batteries.

CHAP. I. *Pour la portée ſur un plan incliné d'une piéce pointée ſous un angle donné.* p. 270
CHAP. II. *Pour la portée de but en blanc d'une piéce êlevée au-deſſus du plan horizontal.* p. 276
CHAP. III. *Sentiment du R. P. de Challes pour les portées ſur des plans inclinés.* p. 280. *Pro-*

CHAP. IV. *Problême proposé pour les portées sur des plans inclinés.* p. 283
CHAP. V. *Résolution du Problême par Monsr. Buot.* p. 285
CHAP. VI. *Résolution du Problême par Monsr. Rômer.* p. 287
CHAP. VII. *Résolution du Problême par Monsr. de la Hire.* p. 291

LIVRE SIXIEME.

Démonstration des Pratiques par les Sinus.

CHAP. I. *Demonstration de la premiére pratique par les sinus.* p. 295
CHAP. II. *Démonstration de la seconde pratique par les sinus.* p. 298
CHAP. III. *Démonstration de la troisiéme pratique par les sinus.* p. 302
CHAP. IV. *Démonstration de la quatriéme pratique par les sinus.* p. 305

LIVRE SEPTIEME.

Démonſtration des Pratiques par les Inſtrumens.

CHAP. I. *Demonſtration de la premiére pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.* p. 313

CHAP. II *Demonſtration des pratiques par un Inſtrument pour toutes ſortes de jets.* p. 317

CHAP. III. *Pour les jets qui ſont au niveau des batteries.* p. Idem

CHAP. IV. *Pour les jets qui ne ſont point au niveau des batteries.* p. 321

CHAP. V. *Démonſtration des pratiques par le Compas de proportion.* p. 328

CHAP. VI. *Pour les portées qui ſont au niveau des batteries.* p 330

CHAP. VII. *Pour les portées qui ne ſont pas au niveau des batteries.* p. 334

LIVRE HUITIEME.

Doctrine de M. Caſſini pour le jet des Bombes.

CHAP. I. *Lignes d'égalité, d'impulſion & de chûte reſpective.* p. 338

De

CHAP. II. *De la ligne d'égalité.* p. 341
CHAP. III. *Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective sont trois proportionelles.* p. 344
CHAP. IV *Sur une direction & sur une distance donnée; trouver la ligne d'égalité.* p. 345
CHAP. V. *La ligne d'égalité & la distance étant données: trouver la direction.* p. 346
CHAP. VI. *Démonstration de la construction & de l'usage de l'instrument Universel pour les jets des Bombes.* p. 350.
CHAP. VII. *Demonstration de ce qui s'est ajoûté à l'Instrument Universel pour en rendre l'usage plus facile.* p. 353

QUA-

QUATRIEME PARTIE.

Réſolution des difficultés qui ſe trouvent dans la Doctrine du jet des Bombes.

LIVRE PREMIER.

Solution des Objections faites contre la Théorie.

CHAP. I. *EXplication de ce qui a été ſuppoſé dans la Théorie.* p. 359

CHAP. II. Premiére Objection. *La ligne horizontale n'eſt point droite, & les perpendiculaires ne ſont point paralleles.* p. 361

CHAP. III. Seconde Objection. *La force imprimée au mobile n'eſt point perpetuelle, égale & uniforme.* p. 364

CHAP. IV. Troiſiéme Objection. *La réſiſtance de l'air altére la proportion du mouvement cauſé par la péſanteur.* p. 371

CHAP. V. Quatriéme Objection. *Deux mouvemens différens n'entrent point en compoſition l'un avec l'autre ſans altération.* p. 377

Cin-

CHAP. VI. Cinquiéme Objection. *Les espaces parcourus par le mobile tombant ne sont peut-être pas dans la proportion des quarrés des tems de la chûte.* p. 381.

CHAP. VII. Sixiéme Objection. *Cette Théorie est souvent contraire à l'expérience.* p. 382

LIVRE DEUXIEME.

Réponces aux Objections proposées concernant la Théorie.

CHAP. I. *Réponce à la premiére Objection.* p. 384

CHAP. II. *Réponce à la seconde Objection.* p. 391

CHAP. III. *Réponce à la troisiéme Objection.* p. 405

CHAP. IV. *Réponce à la quatriéme Objection.* p. 416

CHAP. V. *Réfléxions sur le sujet de l'Artillerie.* p. 425

CHAP. VI. *Suite de la réponce à la quatriéme Objection.* p. 429

CHAP. VII. *Réponce à la cinquiéme Objection.* p. 437

Raisons

CHAP. VIII *Raiſons de Galilée pour montrer que la vîteſſe du corps qui tombe ne s'acroît pas à proportion des eſpaces.* p. 440

CHAP. IX. *Raiſons de Gaſſendi au même ſujet.* p. 442

CHAP. X. *Un mobile en tombant acquiert à chaque moment un nouveau dégré de vîteſſe.* p. 450

CHAP. XI. *Prouvé par diverſes expériences.* p. 453

CHAP. XII. *Raiſonnemens de Balian au même ſujet.* p. 468

CHAP. XIII. *Raiſonnemens de M Hugens.* p. 474

CHAP. XIV. *Suite de la réponce à la cinquiéme Objection.* p. 480

CHAP. XV. *Réponce à la ſixiéme Objection.* p. 482

LIVRE TROISIEME.

Confirmation de la même Doctrine par les Expériences.

CHAP. I. *EXplication d'une Expérience du P. Mersene.* p. 487

CHAP. II. *Premiére Expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par M. Mariote.* p. 490

CHAP. III. *Seconde Expérience faite à l'Academie Royale des Sciences, par la machine de Monsieur Perrault.* p. 492

CHAP. IV. *Troisiéme Expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par le moyen du vif-argent.* p. 495

LIVRE QUATRIEME.

Résolution des difficultés de la pratique du jet des Bombes.

CHAP. I. PRemiére Objection. *La Théorie n'est point nécessaire pour les pratiques de la guerre.* p. 502

CHAP. II. Seconde Objection. *Les inégalités*

tés de la matiére empêchent dans la pratique les effets des régles de la Théorie. p. 504

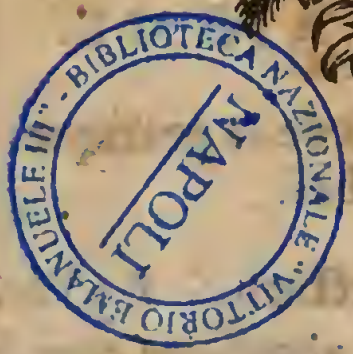
CHAP. III. *Réponce à la premiére Objection.* 508

CHAP. IV. *Réponce à la ſeconde Objection.* 512

CHAP. V. *Avantages à eſpérer de l'Inſtitution de la Compagnie des Bombardiers.* p. 517

CHAP. VI. *Uſage des Mortiers, & de quelques autres Machines pour le jet des Bombes.* p. 522

Fin de la Table.



FONDO PIZZOFALCONE

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio III

Palchetto

Num.° d' ordine 62

CHAP. VIII. *Suites admirables des propriétés du mouvement.* p. 196
CHAP. IX. *Raisonnement sur les deux pensées de Galilée.* p. 200

LIVRE SECOND.

Théorie du mouvement de projection.

CHAP. I. *Espéces différentes du mouvement de projection.* p. 203
CHAP. II. *Mouvement perpendiculaire en haut ou en bas.* p. 204
CHAP. III. *Mouvement de projection horizontale.* p. 207
CHAP. IV. *Naissance & propriétés de la ligne Parabolique.* p. 208
CHAP. V. *La ligne de la projection horizontale est Parabolique.* p. 210
CHAP. VI. *Les lignes des projections obliques sont aussi paraboliques.* p. 216
CHAP. VII. *Maniére de mesurer les différens dégres de la force imprimée au mobile jetté.* p. 224.
CHAP. VIII. *Proportion des Amplitudes des Paraboles & des sinus du double des angles de leurs touchantes.* p. 231
CHAP. IX. *Suite de cette Proportion.* p. 233

LIVRE TROISIEME.

Démonſtration des pratiques de l'Art de jetter les Bombes. Et prémiérement pour les jets dont l'élévation eſt au niveau des batteries, & par le moyen des ſinus.

CHAP. I. *Pour trouver l'étenduë d'un coup ſur une élévation donnée.* p. 238
CHAP. II. *Pour trouver l'angle de l'élévation pour une étenduë donnée.* p. 241
CHAP. III. *Démonſtration de la Table des ſinus ſervans au jet des Bombes.* p. 244
CHAP. IV. *Démonſtration de la Table des jets pouſſés d'une même force.* p. 246
CHAP. V. *Démonſtration de la Table des hauteurs & ſublimités des jets de même étenduë, & de celle de la force qu'il faut donner aux jets de même étenduë en toutes ſortes d'élévation.* p. 249

LIVRE QUATRIEME.

Démonſtration des pratiques pour les jets dont l'etenduë eſt au niveau des batteries & par le moyen des inſtrumens.

CHAP. I. *Demonſtration de l'Equerre des Canoniers rectifiée.* p. 257
CHAP. II. *Démonſtration du demi-cercle de Torricelli.* p. 262
CHAP. III. *Démonſtration d'un autre Inſtrument ſans le beſoin des ſinus.* 265

LIVRE CINQUIEME.

Démonſtration des pratiques pour les jets dont l'êtenduë n'eſt pas au niveau des batteries.

CHAP. I. *Pour la portée ſur un plan incliné d'une piéce pointée ſous un angle donné.* p. 270
CHAP. II. *Pour la portée de but en blanc d'une piéce êlevée au deſſus du plan horizontal.* p. 276
CHAP. III. *Sentiment du R. P. de Challes pour les portées ſur des plans inclinés.* p. 280. *Pro-*

CHAP. IV. *Problême proposé pour les portées sur des plans inclinés.* p. 283
CHAP. V. *Résolution du Problême par Monsr. Buot.* p. 285
CHAP. VI. *Résolution du Problême par Monsr. Rômer.* p. 287
CHAP. VII. *Résolution du Problême par Monsr. de la Hire.* p. 291

LIVRE SIXIEME.

Démonstration des Pratiques par les Sinus.

CHAP. I. *Demonstration de la premiére pratique par les sinus.* p. 295
CHAP. II. *Démonstration de la seconde pratique par les sinus.* p. 298
CHAP. III. *Démonstration de la troisiéme pratique par les sinus.* p. 302
CHAP. IV. *Démonstration de la quatriéme pratique par les sinus.* p. 305

LIVRE SEPTIEME.

Démonſtration des Pratiques par les Inſtrumens.

CHAP. I. *Demonſtration de la premiére pratique par le demi-cercle de Torricelli rectifié.* p. 313

CHAP. II *Demonſtration des pratiques par un Inſtrument pour toutes ſortes de jets.* p. 317

CHAP. III. *Pour les jets qui ſont au niveau des batteries.* p. Idem

CHAP. IV. *Pour les jets qui ne ſont point au niveau des batteries.* p. 321

CHAP. V. *Démonſtration des pratiques par le Compas de proportion.* p. 328

CHAP. VI. *Pour les portées qui ſont au niveau des batteries.* p 330

CHAP. VII. *Pour les portées qui ne ſont pas au niveau des batteries.* p. 334

LIVRE HUITIEME.

Doctrine de M. Caſſini pour le jet des Bombes.

CHAP. I. *Lignes d'égalité, d'impulſion & de chûte reſpective.* p. 338

De

CHAP. II. *De la ligne d'égalité.* p. 341
CHAP. III. *Lignes d'égalité, d'impulsion & de chûte respective sont trois proportionelles.* p. 344
CHAP. IV *Sur une direction & sur une distance donnée; trouver la ligne d'égalité.* p. 345
CHAP. V. *La ligne d'égalité & la distance étant données: trouver la direction.* p. 346
CHAP. VI. *Démonstration de la construction & de l'usage de l'instrument Universel pour les jets des Bombes.* p. 350.
CHAP. VII. *Demonstration de ce qui s'est ajoûté à l'Instrument Universel pour en rendre l'usage plus facile.* p. 353

QUA-

QUATRIEME PARTIE.

Réſolution des difficultés qui ſe trouvent dans la Doctrine du jet des Bombes.

LIVRE PREMIER.

Solution des Objections faites contre la Théorie.

CHAP. I. *EXplication de ce qui a été ſuppoſé dans la Théorie.* p. 359

CHAP. II. Premiére Objection. *La ligne horizontale n'eſt point droite, & les perpendiculaires ne ſont point paralleles.* p. 361

CHAP. III. Seconde Objection. *La force imprimée au mobile n'eſt point perpetuelle, égale & uniforme.* p. 364

CHAP. IV. Troiſiéme Objection. *La réſiſtance de l'air altére la proportion du mouvement cauſé par la péſanteur.* p. 371

CHAP. V. Quatriéme Objection. *Deux mouvemens différens n'entrent point en compoſition l'un avec l'autre ſans altération.* p. 377

Cin-

CHAP. VI. Cinquiéme Objection. *Les espaces parcourus par le mobile tombant ne sont peut-être pas dans la proportion des quarrés des tems de la chûte.* p. 381.

CHAP. VII. Sixiéme Objection. *Cette Théorie est souvent contraire à l'expérience.* p. 382

LIVRE DEUXIEME.

Réponces aux Objections proposées concernant la Théorie.

CHAP. I. *Réponce à la premiére Objection.* p. 384

CHAP. II. *Réponce à la seconde Objection.* p. 391

CHAP. III. *Réponce à la troisiéme Objection.* p. 405

CHAP. IV. *Réponce à la quatriéme Objection.* p. 416

CHAP. V. *Réfléxions sur le sujet de l'Artillerie.* p. 425

CHAP. VI. *Suite de la réponce à la quatriéme Objection.* p. 429

CHAP. VII. *Réponce à la cinquiéme Objection.* p. 437

Raisons

CHAP. VIII *Raisons de Galilée pour montrer que la vîtesse du corps qui tombe ne s'acroît pas à proportion des espaces.* p. 440

CHAP. IX. *Raisons de Gassendi au même sujet.* p. 442

CHAP. X. *Un mobile en tombant acquiert à chaque moment un nouveau dégré de vîtesse.* p. 450

CHAP. XI. *Prouvé par diverses expériences.* p. 453

CHAP. XII. *Raisonnemens de Balian au même sujet.* p. 468

CHAP. XIII. *Raisonnemens de M Hugens.* p. 474

CHAP. XIV. *Suite de la réponce à la cinquiéme Objection.* p. 480

CHAP. XV. *Réponce à la sixiéme Objection.* p. 482

LIVRE TROISIEME.

Confirmation de la même Doctrine par les Expériences.

CHAP. I. *EXplication d'une Expérience du P. Merſene.* p. 487

CHAP. II. *Premiére Expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par M. Mariote.* p. 490

CHAP. III. *Seconde Expérience faite à l'Academie Royale des Sciences, par la machine de Monſieur Perrault.* p. 492

CHAP. IV. *Troiſiéme Expérience faite à l'Académie Royale des Sciences par le moyen du vif-argent.* p. 495

LIVRE QUATRIEME.

Réſolution des difficultés de la pratique du jet des Bombes.

CHAP. I. PRemiére Objection. *La Théorie n'eſt point néceſſaire pour les pratiques de la guerre.* p. 502

CHAP. II. Seconde Objection. *Les inégalités*

tés de la matiére empêchent dans la pratique les effets des régles de la Théorie. p. 504

CHAP. III. *Réponce à la premiére Objection.* 508

CHAP. IV. *Réponce à la ſeconde Objection.* 512

CHAP. V. *Avantages à eſpérer de l'Inſtitution de la Compagnie des Bombardiers.* p. 517

CHAP. VI. *Uſage des Mortiers, & de quelques autres Machines pour le jet des Bombes.* p. 522

Fin de la Table.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III° NAPOLI

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio III

Palchetto

Num.° d' ordine 62

FONDO PIZZOFALCONE